

**PUNTO DE EQUILIBRIO. UNA HERRAMIENTA PARA TOMAR DECISIONES**

Juan Alfonso Oaxaca Luna, María del Carmen Valderrama Bravo

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM

joaxaca@correo.unam.mx, carmenvalde@yahoo.com.mx

Campo de investigación: Modelos Matemáticos

México

Nivel: Superior

**Resumen.** *Muchas decisiones se toman individuales o en grupo, en especial aquellas que tienen un impacto a largo plazo en las actividades empresariales, empleando comités, paneles de revisión, equipos de estudio como medios para tomar decisiones. Cuando se proponen problemas de aplicación a alumnos del primer semestre de licenciatura o ingeniería la mayor de las veces fracasan por la falta del dominio de los conceptos o lenguaje utilizado en su carrera, originando desesperación y hasta deserciones, se recomienda que en los problemas planteados como docentes nos cerciemos del nivel de conocimientos relacionados con el tema y no proponer problemas de aplicación sin fundamento, debemos inducir al alumno al uso de las representaciones semióticas y la práctica de la visualización de funciones. El artículo se describe en forma narrativa el quehacer del estudiante en la toma de decisiones a partir el punto de equilibrio, como resultado de la solución de un sistema de ecuaciones lineales, de ahí que la investigación sea cualitativa como un estudio de caso.*

**Palabras clave:** función lineal, visualización, decisión, gastos, punto de equilibrio

**Introducción**

La responsabilidad más importante del administrador es la toma de decisiones. Como la del docente cerciorarse del aprendizaje, como lo refiere Duval (1999), “para estudiar la complejidad de los aprendizajes matemáticos, debemos tener en cuenta a los estudiantes y no sólo la complejidad epistemológica de los conceptos enseñados” (p.2). Duval considera que cuando se destacan las representaciones subjetivas como fuente de obstáculos en el aprendizaje, en la conceptualización triádica —objeto, representante (signo), interpretante — el interpretante toma un papel tan relevante que conduce a que las representaciones sean principalmente mentales. Es decir, se asumiría un modelo cognitivo puramente mental para analizar la adquisición del conocimiento matemático. Sin embargo, ¿cómo? para un mismo objeto matemático podemos tener representaciones diferentes producidas por diferentes sistemas semióticos. En este artículo pretendemos guiar al docente hacia la reflexión del por qué el alumno no aprende, no entiende y mucho menos plantea la solución de un problema, que para un experto resulta trivial, pero para un principiante es desastroso y esto es debido a la falta de la ejercitación de las representaciones semióticas y la visualización matemática tal como lo refieren Cantoral, Farfán, Cordero, Alanis, Rodríguez y Garza (2000), “la visualización está siendo descuidada en la enseñanza, ya que si

queremos lograr que los alumnos aprendan matemáticas inevitablemente tienen que aprender a visualizar” (p.146).

En referencia a la cita textual, López (2006) señala:

*Los resultados de la experiencia didáctica argumentan la existencia de deficiencias, en la relación conocimientos-habilidades-actitudes. En particular, es urgente que los docentes de nivel superior propicien el desarrollo de la habilidad de visualización matemática en sus alumnos, en la consecución del aprendizaje significativo en la graficación de conceptos y teoremas sobre las funciones reales y funciones vectoriales en el plano y en el espacio, requeridas en la disciplina y en la solución de problemas de diversos sectores sociales (p.2).*

Generalmente se dice que la dirección constituye una función que es inherente a los gerentes y jefes de departamento, aunque resulte obvio mencionar que a lo largo de todas las etapas del proceso educativo se toman decisiones. Inicialmente, el tomar decisiones era algo aleatorio o fortuito, pero su importancia es tal que para tomar decisiones en altos niveles se han desarrollado numerosas técnicas, basadas en los pasos del método científico. Para comprender un problema relacionado con la toma de decisiones aplicando el punto de equilibrio debemos antes haber adquirido ciertos conceptos:

*Definir el problema.* Se espera que el que toma decisiones tenga bien definido el problema, no un conflicto de metas, que conozca todas las opciones, posea una clara preferencia de orden, mantenga constantes todas las preferencias, no tenga limitaciones de costo tiempo y elija una opción final que maximice su retribución económica.

*Análisis del problema.* Una vez determinado el problema es necesario desglosar sus componentes, así como los componentes del sistema en que se desarrolla a fin de poder determinar posibles alternativas de solución.

*Evaluación de alternativas.* Consiste en determinar el mayor número posible de alternativas de solución, estudiar las ventajas y desventajas que implican, así como la factibilidad de su implementación y de los recursos necesarios para llevarlas a cabo de acuerdo con el marco específico de la organización.

*Aplicar la decisión.* Consiste en poner en práctica la decisión elegida, por lo que se debe contar con un plan para el desarrollo de la misma.

Una empresa que busca ser competitiva generalmente hace énfasis en los costos de producción, para obtener ahorros que le permitan ofrecer productos más baratos a los clientes y a través del volumen o escala de producción para obtener más ganancias; en base a lo anterior podemos preguntarnos:

¿Qué es el punto de equilibrio? Punto de intersección entre la función de ingresos y la función de egresos, es decir punto donde no existen ni utilidades ni pérdidas. Este punto es posible obtenerlo por medios algebraicos o gráficos de los precios de venta bajo bases más sólidas que la simple diferencia de precio de venta y precio de costo es necesario en la práctica de los negocios actuales.

Para la producción y venta de cualquier cantidad de unidades se requiere efectuar ciertos gastos, los que clasificaremos en “gastos fijos y gastos variables”.

*Gastos fijos:* son aquellos gastos que conservan el mismo valor a cualquier volumen de producción o ventas, es decir son gastos que no dependen del volumen de producción, siendo su erogación en función del tiempo y en forma periódica, gastos que provienen de dos fuentes.

*Gastos comprometidos:* Los ocasionados por la instalación de un negocio, como intereses, seguros, impuestos, etc., y los asignados con vista a recuperar el capital invertido, por ejemplo: la depreciación de maquinaria o inversiones de cualquier activo fijo y la amortización de inversiones intangibles.

*Gastos programados:* A estos gastos se les conoce como gastos regulados y son los que se realizan en el curso de la operación, indispensables para la marcha del negocio, los cuales pueden ser previamente presupuestados, controlados y regulados por los directivos, por ejemplo: sueldos, asignaciones para publicidad, mantenimiento de equipo e inmuebles, gastos de previsión social etc.

*Gastos variables:* Son aquellos que aumentan o disminuyen en proporción a la producción y las ventas, por ejemplo: materia prima, mano de obra, comisiones e impuestos sobre ventas gastos de embarque y embalaje, energía eléctrica etc.

Tal vez nos preguntaremos, el porqué la necesidad de esta clasificación. Porque hay ciertos gastos en los cuales la empresa incurre, aunque no produzca producto alguno, esos gastos tienen que cubrirse con ingresos provenientes de las ventas, este ingreso también tiene que cubrirse con los

gastos variables; además tienen que dejar una parte como utilidad, ya que de no ocurrir así no se puede considerar como negocio.

### Metodología

La investigación persiguió la cualificación del quehacer docente y de los alumnos de primer semestre de las carreras de Administración y Contaduría de la FES Cuautitlán UNAM, en la comprensión y aplicación del punto de equilibrio como herramienta en la toma de decisiones, recurriendo a recordar conceptos como: funciones y resolución de sistemas de ecuaciones lineales en forma analítica y gráfica enfatizando en sus representaciones en el área económico administrativo, sin olvidar los fenómenos de oferta y demanda como una aplicación de la función lineal, para esto partimos de que:

$$\text{Ingresos} = (\text{Precio de venta})(\text{Número de unidades vendidas})$$

Expresando como función:

$$I(X) = Vu X \quad (1)$$

También sabemos que:

$$\text{Egresos} = \text{Gastos fijos totales} + \text{Gastos variables por unidad de producción}$$

Expresando como función:

$$E(X) = Gf + Gvu X \quad (2)$$

Igualando las ecuaciones 1 y 2 para alcanzar el equilibrio:

$$\text{Ingresos} = \text{Egresos}$$

$$Vu X = Gf + Gvu X \quad (3)$$

Como lo que nos interesa es saber cuál es la cantidad de unidades que se deben producir y vender para alcanzar el punto de equilibrio, despejamos "X" de la igualdad (3):

$$Vu X - Gvu X = Gf$$

Factorizando:

$$X (Vu - Gvu) = Gf$$

Despejando "X" tendremos:

$$X = \frac{Gf}{Vu - Gvu} \quad (4)$$

Con la ecuación 4, se calcula el número de unidades que se deben vender y producir para alcanzar el punto de equilibrio.

Se les explicó a los alumnos que el punto de equilibrio es el punto óptimo, en él la empresa no tiene pérdidas ni ganancias, sin embargo ¿que ocurriría si la empresa desea trabajar con un margen de utilidad?, esto traería consigo el aumento de la producción en función de que tanto se desea ganar según las exigencias del mercado. Los gastos fijos no se alterarían pero sí aumentarían los gastos variables de producción.

Para obtener la utilidad de cualquier empresa se restan a los ingresos o ventas los gastos que se realizarán en la producción y el funcionamiento de la empresa, matemáticamente la función de utilidad se obtiene:

$$\text{Utilidad} = I(X) - E(X)$$

Sustituyendo ecuaciones 1 y 2:

$$\text{Utilidad} = Vu X - (Gf + Gvu X)$$

Factorizando X:

$$\text{Utilidad} = X(Vu - Gvu) - Gf \quad (5)$$

Se les cuestionó a los alumnos qué pasaría si en la ecuación 5 se obtuvieran resultados negativos, es decir que los gastos fijos fueran mayores que los ingresos brutos, sus respuestas fueron dudosas con respecto a la interpretación gráfica de la función de utilidad, ya que ésta tiene su trayectoria en el primero y cuarto cuadrante, conservando que todo comportamiento económico tiene interpretación real en el primer cuadrante, lo cual excluye a la función de utilidad, ya que en

el primer cuadrante se tienen las utilidades y en el cuarto cuadrante las pérdidas, correspondiendo al punto que intersecta al eje de las ordenadas a los gastos fijos pero negativos. Hasta este momento hemos llegado a establecer dos modelos matemáticos cuyo origen es el establecimiento de un sistema de ecuaciones lineales al que hemos dado solución aplicando el método de igualación, sin embargo no es el único método. Podemos recurrir al gráfico, entonces se pueden representar las funciones de ingresos y egresos cuyo punto solución, óptimo o de equilibrio es la intersección de las funciones como se representan en la figura 1.

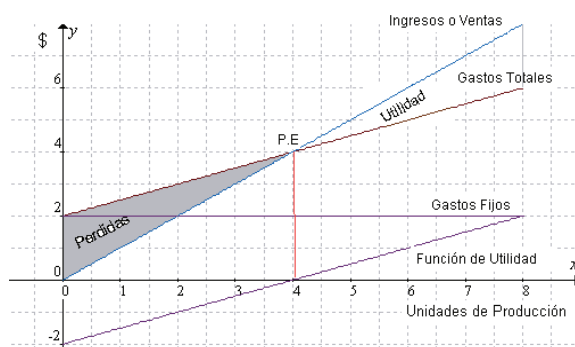


Figura 1. Representación gráfica del punto de equilibrio

En la figura 1, la parte sombreada antes del punto de equilibrio representa que la empresa está trabajando con pérdidas, ya que los ingresos son menores que los gastos ocasionados por la producción, sin embargo la zona que se encuentra a la derecha del punto de equilibrio indica que la empresa se encuentra trabajando con ganancias (utilidad), ya que los ingresos son mayores que los gastos ocasionados por la producción. Podemos observar que la función de utilidad al cruzar el eje de las abscisas corresponde al equilibrio, lo cual corresponde a una utilidad nula.

### Actividad

Para aplicar los conceptos expuestos se les presentó a los estudiantes la siguiente situación:

Se desea calcular el punto de equilibrio para la división de cuartos de un proyecto hotelero cuya capacidad alcanza las 200 habitaciones. Por otra parte, sus tarifas pueden unificarse en un promedio de \$175.00 y la suma anual de los gastos fijos departamentales es de \$5,450,000.00. Por último, la relación de gastos variables alcanza el 20% del importe del alquiler por habitación.

Determine también el estado financiero del hotel cuando se ocupan 132 habitaciones, construir la gráfica correspondiente.

Solución: conocemos  $G_f = \$5,450,000.00$  sin embargo dado que la tarifa del hotel es por noche por cada habitación y los gastos fijos son anuales, será necesario homogenizarlos, esto es  $\$5,450,000.00 / 360 \text{ días} = \$15,138.90$  de gastos fijos por día,  $V_u = \$175.00$  y gastos variables por habitación es de  $(0.20) (\$175.00)$  lo que da  $G_{vu} = \$35.00$

Sustituyendo los datos en la ecuación 4:

$$X = \frac{\$15,138.90}{\$175.00 - \$35.00}$$

Efectuando operaciones

$$X = 108.135 \cong 108 \text{ habitaciones por día}$$

De manera que el punto de equilibrio en la división de cuartos del proyecto hotelero se alcanzaría cuando se ocupen 108 habitaciones que en porcentaje de ocupación significaría un 54%, por lo que este porcentaje debe aceptarse directamente como anual ya que la proporción es directamente proporcional.

Como en el problema nos piden cuál es el estado financiero del proyecto hotelero cuando se ocupen  $X=132$  habitaciones, entonces aplicaremos la ecuación 5, para saber la ganancia de la empresa ya que "X" esta por arriba del punto de equilibrio.

$$Utilidad = \$132.00(\$175.00 - \$35.00) - \$15,138.90$$

$$Utilidad = \$3,341.10 \text{ diarios}$$

Gráficamente se observa en la figura 2 que el punto de equilibrio corresponde aproximadamente a 108 habitaciones, además también se les mostró a los alumnos que en ese punto la función utilidad cruza el eje de las "X", es decir cuando no hay ganancias ni pérdidas. Fue importante que los alumnos graficaran para visualizar las funciones y poder comprender su significado económico, resultando favorable, porque observan hacia donde se dirigen las matemáticas y el porqué de su existencia y aplicación.

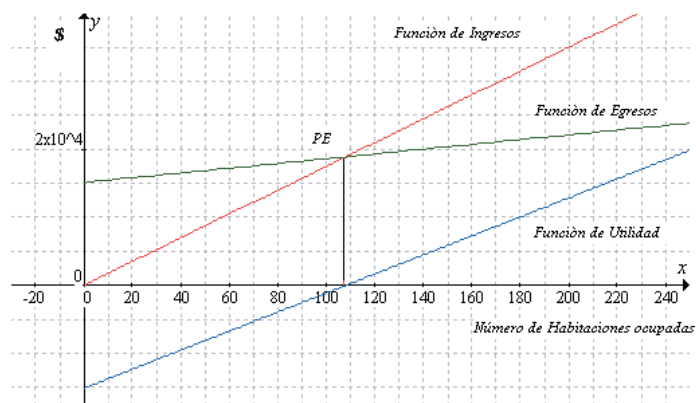


Figura 2. Representa la gráfica del punto de equilibrio del problema hotelero

### Conclusiones

De esta actividad el alumno pudo observar que calcular el punto de equilibrio consiste en plantear y resolver un sistema de ecuaciones, que por la naturaleza del problema puede ser: lineal-lineal, lineal-cuadrático, cuadrático-cuadrático.

El estudiante pudo visualizar el comportamiento de oferta y demanda por el valor de su pendiente y el de los parámetros que forman la ecuación del fenómeno económico, esto es si la pendiente es positiva describe una oferta y si es decreciente una demanda, por otra parte si los coeficientes de las variables independiente y dependiente ambas son positivas o negativas describen una demanda y si tienen signo contrario una oferta.

Queda a nosotros como profesores propiciar entre nuestros estudiantes la visualización de las funciones, ya que es una tarea que estamos descuidando y si ésta se fomenta lograremos disminuir la abstracción que representan las matemáticas.

### Referencias bibliográficas

Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanis, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the twenty-first*



*annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 1*, 3-26.

Haeussler, E. y Paul, R. (2003). *Matemáticas para Administración y economía* (10ª ed.). México: Pearson.

López, L. (2006). Visualización matemática como habilidad docente. *La jornada*, p.1-3.