

LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN EN EL ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO UNIFORME

Marco Antonio Hernández Rodríguez, Patricia Camarena Gallardo

Instituto Politécnico Nacional

México

marcoisai@hotmail.com, marcoisai25@yahoo.com.mx, pcamarena México @ipn.mx

Campo de investigación: Matemática en contexto

Nivel: Superior

Resumen. *En este momento en el salón de clases se están impartiendo los cursos de ecuaciones diferenciales como una serie de procedimientos los cuales están destinados a resolver propiamente las ecuaciones diferenciales, es decir que el objetivo final de los procedimientos usados en los cursos de ecuaciones diferenciales es obtener la solución general y particular de la ecuación diferencial proporcionando las condiciones iniciales. Tomando como base este contexto se desea realizar una propuesta nueva de enseñanza de las ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden en el contexto del movimiento uniforme. La finalidad del trabajo de investigación es el diseño una serie de actividades didácticas de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en el contexto de la física, tomando en cuenta los conocimientos previos, las representaciones, así como las creencias de los alumnos.*

Palabras clave: matemáticas en contexto, ecuaciones diferenciales, física

Introducción

La investigación se centra en el diseño, prueba e implementación de actividades didácticas de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden en el contexto del análisis del movimiento uniforme. Para ello se toma la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias que define una línea de investigación que aborda la desvinculación de la matemática con las demás ciencias que la requieren. En este ámbito que se quiere dar mayor significado a los contenidos matemáticos, esto aunado a que en la mayoría de las materias de matemáticas se ven muchos procedimientos los cuales tienen poco o ningún significado para los alumnos (Ross, 1994), (Zill, 2006). Además, el profesor limita la enseñanza a las aplicaciones que están ubicadas mucho después de enseñar los temas del programa de estudio, por eso es necesario rediseñar nuevos tipos de cursos para la enseñanza de las matemáticas y su marco real de una situación que en la matemática en el contexto de las ciencias se le denomina “situación problemática”.

La preparación de los futuros profesionales de acuerdo a una matemática contextualizada en campo específico de especialización, les permitirá tomar las mejores decisiones en la área particular donde se desempeñen.

Uno de los temas de importancia es el de las ecuaciones diferenciales, y dentro de éstas se encuentran las más simples que son las ordinarias de primer y segundo orden. Por otro lado, la derivada y la integral son fundamentales para el entendimiento de las variables y su comportamiento de cambio en el tiempo de cualquier fenómeno físico; como ejemplo veamos la velocidad y la aceleración de un cuerpo, donde estos fenómenos los podemos representar mediante ecuaciones diferenciales, las cuales se pueden presentar como un modelo matemático que aproxima y define más al comportamiento del fenómeno físico en la realidad (Alonso, 2000).

Es por estas razones que proponemos trabajar las ecuaciones diferenciales en el salón de clases, tratando de inmiscuir al alumno en problemáticas reales, las cuales permitan una mayor fijación del conocimiento matemático.

Dentro del proceso de la investigación que nos ocupa planteamos los siguientes objetivos:

Objetivo general

“Diseñar una serie de actividades didácticas de aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en el contexto de la física, tomando en cuenta los conocimientos previos del estudiante, las representaciones de las ecuaciones diferenciales, así como las creencias de los alumnos”

Objetivos particulares

Para poder lograr el objetivo general planteado anteriormente se definen los objetivos particulares por lograr durante la investigación.

A) Determinar las condiciones bajo las cuales se presentan los aprendizajes significativos utilizando ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden en la representación del desplazamiento de la partícula en el plano coordinado en el contexto de la física.

B) Evaluar la relación cuantitativa y cualitativa entre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primero y segundo orden del movimiento en el plano coordinado.

C) Analizar las diferentes formas que usan los alumnos en la representación de un problema de movimiento en el plano coordinado usando las ecuaciones diferenciales.

D) Determinar cuáles son las estrategias utilizadas por los alumnos en la de solución de problemas de movimiento en el plano coordinado utilizando las ecuaciones diferenciales.

E) Evaluar cuáles son las creencias de los alumnos en relación con las ecuaciones diferenciales y su relación con el movimiento en el plano coordinado.

F) Analizar los aprendizajes de los alumnos usando ejercicios preparados en la enseñanza del movimiento en el plano coordinado.

Los objetivos particulares antes mencionados tienen la intención de guiar el trabajo hacia distintos ámbitos que seguirá la investigación en cuanto a los elementos que tratará y serán fundamentales. La evaluación se centrará en varios aspectos importantes como: aprendizaje y comprensión humana, epistemológica, heurística de la solución de problemas, creencias del alumno en cuanto a los problemas y soluciones, así como las representaciones que hacen los alumnos de las ecuaciones diferenciales aplicadas en un fenómeno físico.

Metodología

La metodología a seguir será la determinada por la fase didáctica de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, denominada Matemáticas en Contexto (Camarena 1984,1987, 1990, 1994), cual consiste de los siguientes pasos:

- 1.-Identificación de los problemas a abordar.
- 2.-Planteamiento del problema.
- 3.-Determinación de las variables y las constantes del problema.
- 4.-Incorporación e los temas y conceptos matemáticos.
- 5.-Determinación del modelo matemático.
- 6.-Solución matemática del problema.
- 7.-Determinación de la solución requerida por el problema.
- 8.-Interpretación de la solución en términos del problema.
- 9.-Descontextualización de la matemática.

Como parte del primer paso, se llevó a cabo un análisis de los programas de estudio de carreras de ingeniería, identificándose los temas que utilizan las ecuaciones diferenciales. Posteriormente se procedió a realizar un análisis de los textos de las siguientes asignaturas: teoría electromagnética, electricidad y magnetismo, dinámica de fluidos, cinemática, estática y dinámica; a través del análisis de los textos se identificaron los problemas que se emplearían en los siguientes pasos de la metodología.

Se trabajó sobre el diseño varias actividades de aprendizaje y se consideraron las variables fundamentales utilizadas en la descripción de los fenómenos físicos tales como el desplazamiento, velocidad y aceleración.

Para justificar el diseño de las actividades didácticas se dividieron éstas en varias fases las cuales incluyen: conocimientos previos de los alumnos y contextualización de la actividad como se muestra en la siguiente tabla.

Actividad didáctica	Fases de la actividad
Desplazamiento	Fase 1
	Fase 2
Velocidad	Fase 1
	Fase 2
Aceleración	Fase 1
	Fase 2
	Fase 3

La necesidad de introducir actividades específicas en el diseño se justificó mediante la evaluación de los componentes cognitivo, didáctico y epistemológico como se observa en la siguiente tabla:

Pasos utilizados en el diseño de la actividad desplazamiento según la Matemática en Contexto				
Componentes consideradas en el análisis y diseño de las actividades didácticas: C = Componente cognitiva. D = Componente didáctica. E = Componente epistemológica				
Fase I				
Conocimientos previos de los alumnos				
1.-Representación del movimiento de una partícula. 2.-Determinación de variables y constantes del problema. 3.-Determinación del modelo matemático.	Observaciones	Componente		
		C	D	E

Actividad 1	E-Deducir diferencias de variación lineal con el apoyo gráfico. D-Relacionar las diferencias deducidas con el fenómeno físico.	X	X
Actividad 2	C-Deducir un modelo matemático de las diferencias lineales.	X	
Actividad 3	E-Deducir diferencias de variación angular con el apoyo gráfico. D-Relacionar las diferencias deducidas con el fenómeno físico.	X	X
Actividad 4	C-Deducir un modelo matemático de las diferencias angulares.	X	
4.-Solución matemática del problema.			
Actividad 1	E-Deducirá la diferencia de variación lineal del parámetro tiempo. D-Relacionar la variación del tiempo con el fenómeno de desplazamiento del cuerpo.	X	X
Actividad 2	E-Deducir las diferencias de variación lineal del parámetro desplazamiento. D-Relacionar las variaciones de desplazamiento con el fenómeno de desplazamiento del cuerpo	X	X

Finalmente se aplicaron las actividades con la metodología de la Matemática en Contexto.

La aplicación de la actividad didáctica se realizó con un grupo de quinto semestre de la carrera de Ingeniería Química (I.Q.) y un grupo de séptimo semestre de la carrera de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (I.M.E.) de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (F.E.S.C.), la materia que toman los alumnos de Ingeniería Química en el momento de la aplicación es Ecuaciones Diferenciales. Es conveniente mencionar que la actividad de aceleración que resolvieron en la carrera de Ingeniería Mecánica se realizó en dos sesiones de 1 hora 30 minutos esto debido a la mayor extensión de la actividad.

Conclusiones sobre las actividades didácticas aplicadas

En este apartado se realizó un análisis de las respuestas de los estudiantes a la luz del marco teórico y los objetivos planteados al inicio del trabajo, esto nos permitirá encontrar evidencias que muestren cómo la matemática en el contexto permite construir actividades didácticas que toman en cuenta conocimientos previos, representaciones y creencias, y al mismo tiempo ayuda al estudiante a la comprensión del significado y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales lineales.

1.-Se observó que las condiciones iniciales del problema si bien son inherentes a la definición del problema, éstas no tienen un significado práctico en cuanto a la determinación de una función como resultado de la integración, es decir, las condiciones iniciales toman significado cuando el alumno ha encontrado la ecuación general del problema y desea determinar la función particular, lo cual le llevará a la determinación de la constante de integración en el proceso de solución de la ecuación diferencial. En realidad cuando se proporcionan las condiciones iniciales en un fenómeno determinado el alumno no tiene una visión global de lo que representarán en el fenómeno particular que se trata de describir.

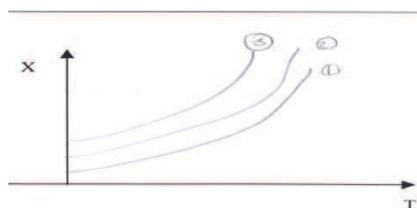
2.-En el desarrollo de una actividad grupal es necesario estar muy pendiente de cualquier posible desviación que pueda presentarse, esto puede alterar el desarrollo de la misma y alterar los resultados que se esperan obtener en las hipótesis de la experimentación, es decir, que el grupo puede plantear un modelo incorrecto de la solución por una equivocada percepción grupal, también es importante verificar que el grupo haya terminado completamente la actividad.

3.-Se comprobó que es recomendable la colocación de temas relacionados con las diferencias sucesivas obtenidas de la variación de los parámetros manejados en el fenómeno en cuestión.

Esto permitió hacer conciencia en el alumno del concepto de variabilidad del parámetro y asociarlo con el concepto de diferencial que tiene cualquier variable de un fenómeno en un tiempo determinado.

4.-Se observó una clara conciencia del alumno en cuanto a la resolución de una ecuación diferencial, aunque se obtuvieron resultados muy pobres en la claridad del significado de la solución particular asociada con el conjunto de gráficas definidas en la solución general de la ecuación diferencial. Esto comprueba cuál es la influencia que tienen los cursos de ecuaciones diferenciales con pocas vinculaciones en otras ciencias. Se muestra una incapacidad de los alumnos de percibir el comportamiento visual de las funciones, esto causado por el interés que tiene los cursos de matemáticas sobre los aspectos algorítmicos y donde el aspecto gráfico está ausente en gran parte del discurso matemático escolar, esta evidencia se muestra a continuación.

Respuesta de alumno sobre el significado de la solución general de una ecuación diferencial.



5.-El alumno tiene claro el procedimiento de solución de una ecuación diferencial, pero tiene un significado parcial en cuanto al significado de la solución obtenida y aplicada al fenómeno particular tratado.

6.-La actividad desarrollada provocó en el alumno un nuevo significado en la relación entre los aspectos algebraico y geométrico lo cual le lleva a la comprensión de la solución de una ecuación diferencial en el contexto de la física.

7.- Es evidente que la actividad didáctica de aceleración necesita mayor tiempo en su resolución debido a la extensión de la misma, esta actividad maneja algunas actividades equivalentes a las contenidas en las actividades de desplazamiento y velocidad aunque la misma actividad de aceleración goza de independencia propia.

Referencias bibliográficas

Alonso, M. y Finn, E. J. (2000). *Física, volumen I: mecánica y termodinámica*. México: Fondo Educativo Interamericano.

Camarena, P. (1984). El currículo de las matemáticas en Ingeniería. Documento presentado en *Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el I.P.N.*, IPN, México.

Camarena, P. (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*, Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Camarena, P. (1990). *Curso de análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas*, Documento presentado en Esime-IPN, México.

Camarena, P. (1995). La enseñanza de la matemática en el contexto de la ingeniería. *Resúmenes del XXXVII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana*, Colima, México.

Ross, C. (1994). *Differential Equations*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Zill, D.G. (2006). *Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera*. México: Thomson.