

ACERCA DEL LENGUAJE UTILIZADO EN EL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR

Cecilia Crespo Crespo, Liliana Homilka, Patricia Lestón

Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González”

(Argentina)

Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. CICATA

(México)

crcrespo@gmail.com, lhomilka@yahoo.com.ar, patricialeston@yahoo.com.ar

Resumen. El presente trabajo, realizado como parte de una investigación desde la línea de la construcción social del conocimiento con enfoque socioepistemológico, se centra en analizar a partir de un estudio de caso algunas de las características del lenguaje utilizado en el discurso matemático escolar. Se describen aspectos del lenguaje empleado por los estudiantes y docentes en el aula de matemática, mostrando la manera en la que la utilización de un lenguaje formal es aceptada como parte del contrato didáctico, a pesar de que se torna en obstáculo en muchas oportunidades.

Palabras clave: lenguaje matemático, formalización, representación social

Abstract. The paper we present here, part of an ongoing research done within the socioepistemological theory, particularly in the line of social construction of mathematical knowledge, is aimed at the analysis of the language used in the mathematics classroom, taking as a source a case study. Some aspects of the language used by both teachers and students are described, showing the way in which formal language is accepted as part of the didactic contract, even though it appears as an obstacle in more than one situation.

Key words: mathematical language, formalization, social representation

Introducción

Como parte de una investigación que desde la línea de la construcción social del conocimiento con enfoque socioepistemológico, nos centramos en este trabajo en analizar las características del lenguaje utilizado en el discurso matemático escolar, intentando explicar los orígenes de algunas de ellas.

El discurso matemático escolar “es aquel que atiende formación de consensos en la noosfera en torno a un saber escolar y a aspectos relativos a su tratamiento y características, incluyendo aspectos de organización temática y profanidad expositiva” (Castañeda, 2006, p.255). En la formación del discurso matemático escolar influyen diversos factores. En él se refleja una ideología a través de forma de presentar y tratar objetos matemáticos en el aula (qué debe estudiarse, cómo, en qué orden, etc.) (Castañeda, 2009, Castañeda, Rosas y Molina, 2010). El lenguaje aceptado y utilizado en el aula, es un ejemplo de este fenómeno y resulta interesante su análisis desde esta visión.

En este trabajo se describen algunos aspectos del lenguaje utilizado por profesores y estudiantes en el aula de matemática en diversos momentos. En él, se reflejan con claridad las representaciones y convicciones que los distintos actores de este escenario sociocultural poseen acerca de cómo debe de ser el lenguaje utilizado en el aula, tanto en las explicaciones

de los docentes, y los libros de texto de matemática, como en las producciones de los alumnos. En el estudio de caso que en este trabajo se presenta, puede observarse la manera en la que la utilización de un lenguaje formal, que se orienta inicialmente a la mejor comprensión y a lograr una universalización de la matemática, puede tornarse en un obstáculo para la construcción del conocimiento matemático, pero a pesar de ello sigue presente en el aula.

El lenguaje matemático

La forma de pensar y de expresarnos en matemática y en otras disciplinas es distinta. Es un hecho reconocido por toda la sociedad, que los alumnos tienen mayores dificultades con la matemática que con otras materias. Solemos preguntarnos las causas de estas diferencias, pero en pocas oportunidades se piensa en las características del lenguaje utilizado en el aula de matemática como una de las causas de los obstáculos que los alumnos enfrentan al momento de la construcción del conocimiento matemático.

Indagando acerca de las características del lenguaje matemático, es posible encontrar que algunos autores afirman que “las matemáticas no sólo tienen su propio lenguaje sino que son en sí mismas un lenguaje, puesto que comprenden, entre otras cosas, un conjunto de símbolos semióticos de representación conceptual” (Díaz, 2009, p.13). Se dice que en la escuela, los alumnos deben adquirir el dominio de los distintos códigos y representaciones características del lenguaje matemático (verbal, simbólico, gráfico, etc.). Esta característica de manejar varios tipos de registros que parece una ventaja de la matemática para la construcción de conceptos matemáticos (Duval, 1995), sin embargo, puede jugar en contra y transformarse en un obstáculo difícil de franquear.

El pensamiento de una persona puede conocerse a través del lenguaje predominantemente verbal, cuyo principal atributo es la comunicación. El lenguaje natural tiene características como la vaguedad y la ambigüedad que lo hacen poco apropiado para formular un discurso que pretende ser científico. Por ello surgieron los lenguajes formales, dando pautas claras y precisas para evitar paradojas y contradicciones (Datri, 1999). Sin embargo los conceptos que se aprenden se construyen asociados al lenguaje cotidiano, por lo cual la pérdida de ese tipo de lenguaje en el aula hace más difícil esta actividad. “La comunicación y específicamente la interacción entre docente-alumno y alumno-alumno se considera en la actualidad como la base del proceso de aprendizaje” (Tusón y Unamuno, citado por Reséndiz, 2006, p.441). Las acciones de interpretar, argumentar, pensar y proponer facilitan este proceso. Durante esta interacción, entendemos que ocurre la construcción del conocimiento requiriendo del lenguaje usado socialmente.

Desde hace años, el discurso matemático escolar está regido por la escritura. Además la escritura en el aula de matemática está marcada por el formalismo de enunciados y algoritmos matemáticos. “La oralidad presente en el manejo de los saberes matemáticos está marcada por la distancia a todos esos monstruos por una racionalidad contingente que opera a través de otras estrategias y que, exactamente por eso, la frontera fuertemente establecida del currículo escolar –marcado por prácticas de escritura- decide ignorar.” (Knijnik, 2006, 153-154). Esta característica del discurso escolar no es nueva, ni exclusiva de este discurso; es producto de un largo proceso. Históricamente, se ha creado en nuestra sociedad una supremacía de la cultura escrita sobre la oral. A partir de la transmisión oral de conocimientos que predominó la Edad Media aún en las prácticas educativas, se gestó una “elitización” de la utilización de la escritura en los grupos sociales más altos. Con la desvalorización de los analfabetos y la valorización de la alfabetización y cultura escrita en la Edad Moderna, la escritura se tornó en predominante en la transmisión de los conocimientos (Knijnik, 2006).

Sin embargo, en la actualidad y por influencia de ideas del posmodernismo, el texto ha ido sufriendo transformaciones y las formas discursivas se han transformado por influencia de la tecnología. La oralidad de la posmodernidad combina el habla y la escritura (Galindo Cáceres, 2001). También Barbero destaca la cultura de la oralidad, señalando que la escuela y otras instituciones, se olvidan de la riqueza oral de los niños que ingresan al sistema educativo (Barbero, 2008). Estas ideas permitieron detectar en el aula momentos en los que actualmente la oralidad comienza a desplazar al lenguaje escrito (Crespo Crespo, 2009).

Pero aún el formalismo permanece muy arraigado en nuestras aulas y se constituye en una característica distintiva de las clases de matemática. A continuación se presenta un estudio de caso que pone en evidencia esta afirmación.

Una experiencia en la definición de límite

Se trata de la clase correspondiente a la presentación del concepto de límite finito. Se realiza en este artículo el análisis de la planificación y la clase a través de la descripción de lo observado en ella, intentando interpretar algunos de los episodios acaecidos en relación a las características del lenguaje matemático.

a) La descripción del escenario

La carrera de Profesorado de Matemática en nuestra institución, está organizada en tres ejes: disciplinar, de la formación docente y de aproximación a la realidad y de la práctica docente. En esta última etapa, los estudiantes, futuros profesores de matemática, se ponen frente a un curso en el que darán las prácticas. Esta situación puede ser denominada traumática para los practicantes (Homilka, 2008), ya que además de las inseguridades y temores propios de las

circunstancias, deben intentar satisfacer los requerimientos e indicaciones de su profesor de prácticas que los evalúa, del profesor que está prestando el curso que debe cumplir con su planificación institucional e insertar las prácticas en el desarrollo de su curso, y además intentar presentar el tema de la manera en la que ellos creen que debe hacerse a partir de su reciente experiencia como alumno.

Este caso se centra en una de las primeras prácticas de una practicante llevada a cabo en un curso de Matemática I, de la carrera de Profesorado de Informática, curso muy numeroso y con alumnos sin bases sólidas de conocimientos matemáticos. La temática asignada para la clase es: definición de límite finito. Previamente se había trabajado con funciones numéricas a través de tablas de valores, gráficas cartesianas y expresiones algebraicas (funciones lineales, cuadráticas, valor absoluto, mantisa, etc.). El enfoque dado era intuitivo, aprovechando ideas previas de los estudiantes. La idea propuesta inicialmente por la docente a la practicante y que fuera compartida por la docente de práctica fue apoyarse en ejemplos para introducir el concepto de límite. Se le propone hacer una introducción básicamente intuitiva y sin llegar a la definición formal ε, δ de límite, debido a las características del curso.

b) La propuesta de la practicante

La propuesta de clase fue presentada a través de la planificación enviada por la practicante previamente a la clase correspondiente y leída tanto por la profesora del curso como por la profesora de prácticas. En ella propuso introducir el tema a partir de un ejemplo de función: $f(x) = 2x - 1$, si $x \neq 3$.

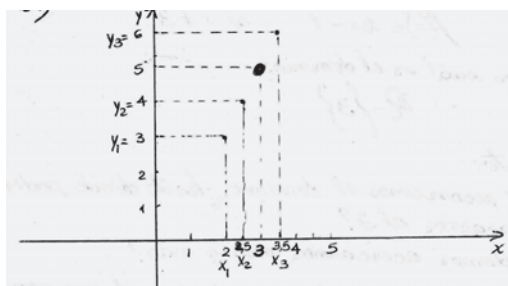
De la misma, y a partir de la determinación de su dominio, la practicante proponía acercarse al 3, preguntando a los estudiantes hasta dónde podía acercarse, e inducirlos a acercarse cada vez más tanto por izquierda como por derecha, para concluir que podía acercarse indefinidamente, aunque sin llegar a alcanzar el 3, pues no pertenece al dominio.

Recordando el concepto de entorno reducido visto a principio de año, les mostraría que se está moviendo en uno de esos entornos, aprovechando la condición del 3 de ser punto de acumulación del dominio de la función. En este punto, se haría notar la importancia de que el punto 3 cumpliera esa condición para poder acercarse a él tanto como se deseara. Su propuesta continuaría con el llenado de una tabla de valores para distintos puntos del dominio, cercanos al 3, pero distintos de él.

x	2,5	2,9	2,99	2,999	2,9999	...3	...3,0001	3,001	3,01	3,1	3,5
$f(x)$	4	4,8	4,98	4,998	4,9998		5,0002	5,002	5,02	5,2	6

→ 5 ←

Pasaría entonces a analizar con ayuda de un gráfico de la función, qué valores corresponden a las imágenes de la función en esos puntos y cuánto pueden esas imágenes acercarse al valor 5.



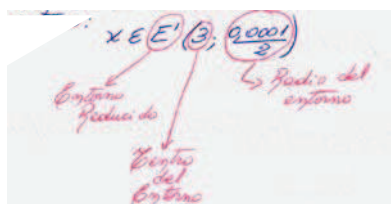
A través de ambos registros, sería posible inducir a los alumnos a enunciar que los valores de la función se acercan a 5 cuando los de su dominio se acercan a 3. La practicante enunciaría que cuando “x tiende a 3”, el valor al que se acercan las imágenes de la función es 5, o la función “tiende a 5”, o bien “tiene por límite 5”, introduciendo la expresión simbólica: $x \rightarrow 3$, $f(x) \rightarrow 5$, proponiendo como notación:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5 \quad \rightarrow \text{límite}$$

A continuación, se les propondría completar la tabla de valores para los valores de x cercanos a 3 que se habían utilizado en la tabla anterior:

$ x-3 $	
$ f(x)-5 $	

Para facilitar su llenado, se analizaría el significado de $|x-3|$ como distancia entre x y 3 y de $|f(x)-5|$ como distancia entre f(x) y 5 para casos particulares. En esta tabla, se observaría que la segunda fila es el doble de la primera. Posteriormente, la propuesta consistía en proponer preguntar cuáles serían los valores de x que verificaran la condición de que $|f(x)-5|$ fuera menor que cierto valor fijo arbitrario, por ejemplo 0,00001. Resolviendo la inecuación $|f(x)-5| < 0,00001$, se llegaría a que los valores de x cumplen $|x-3| < 0,00001/2$. Si se generaliza a pensar que 0,00001 puede ser un valor ε cualquiera, se tendría que $|x-3| < \varepsilon/2$.



o sea que x va a pertenecer a cualquier entorno de centro 3 y radio menor que $\varepsilon/2$ para que cumpla la condición pedida.

Al llegar a este punto de la clase, la practicante resumiría las ideas trabajadas, institucionalizando el concepto intuitivo de límite. Tanto la profesora del curso como la profesora de prácticas, hicieron hincapié en que dicha institucionalización se orientara a lo conceptual y no a lo formal. Finalmente, la practicante proponía en su planificación la presentación de ejemplos en los que se analizarían las ideas trabajadas anteriormente.

c) *Comentarios acerca de la clase*

La clase se llevó a cabo de acuerdo con la propuesta de planificación de la practicante. La estudiante de profesorado logró gran participación de los alumnos del curso a través de las preguntas y ejemplos presentados. Si bien el enfoque de la clase fue clásico, se logró un interesante trabajo de pasaje entre distintos registros de representación. El grupo de alumnos respondía correctamente, entusiasmados por encontrar en el ejemplo elegido situaciones que les resultaban significativas. Logró que la cultura y el lenguaje de los estudiantes coincidiera con el de la escuela (Tenti, Fanfani, 2008), de allí la empatía que se puso en evidencia. Sin embargo, al llegar al momento de institucionalización, la practicante escribió en el pizarrón:

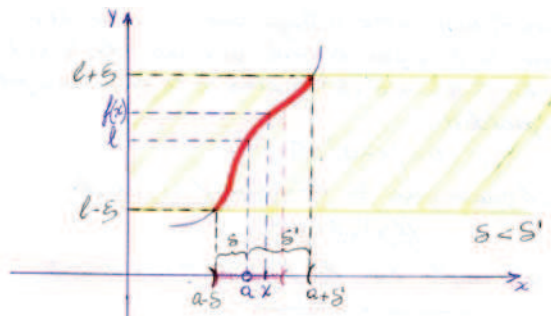
Vamos ahora la definición formal de límite:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \Leftrightarrow \begin{cases} 1) a \text{ es pto. de acumulación de } \text{Dom } f. \\ 2) \text{ Df.} \end{cases}$$

$$2) \forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon) > 0 \mid \forall x \in \mathbb{R} \wedge 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

↳ *δ depende de ε*

Ante la mirada de desorientación de los estudiantes que habían seguido y participado en la clase anteriormente, la practicante a cargo de la clase, se abocó a explicar la definición que acababa de escribir. Su explicación fue correcta y utilizó el siguiente gráfico para ella:



Las dos profesoras que se encontraban presenciando la clase, llamaron a la practicante y le sugirieron que intentara escribir la definición de manera coloquial, teniendo en cuenta que como le habían explicado anteriormente el nivel de formalización al que se encuentran

acostumbrados los estudiantes de este curso era elemental. Entonces escribió en el pizarrón: “Para todo ε positivo, existe un δ función de ε también positivo tal que para todo x perteneciente al dominio de f y que cumpla que $0 < |x-a| < \delta$ entonces $|f(x)-l| < \varepsilon$ ”. Es decir que a pesar de la sugerencia que había recibido expresó formalmente la definición de función, llegando a utilizar cuantificadores, lo que fue copiado por los estudiantes, aunque sin que logran comprender plenamente tal notación. Aún cuando se le sugirió durante la clase que presentara una interpretación coloquial de las definiciones escritas, no le fue posible alejarse de lo que había escrito y su explicación se limitó a una traducción casi textual de las mismas. Este hecho trasluce la existencia en el contrato didáctico de creencias de que la matemática debe unirse a la formalización simbólica (D’Amore, 2005). Esto se manifiesta no sólo en la formalización de definiciones, sino en la manera de expresar demostraciones (Crespo Crespo, 2007) que en muchas oportunidades no son aceptadas por los estudiantes si no se encuentran escritas de manera formal.

La clase finalizó con el análisis por parte de los estudiantes de otros ejemplos de límites de funciones, en los que los estudiantes aplicaron las ideas abordadas, de manera similar al primer ejemplo utilizado en la explicación.

Algunas reflexiones

En esta clase, se puso de manifiesto el manejo de varios registros de representación en simultáneo, permitió reforzar las ideas que se iban construyendo. Sin embargo, el exceso de formalismo también se manifestó en la utilización de lenguaje simbólico formal en las definiciones, lo que actuó en realidad como posible obstáculo posterior, ya que no fueron comprendidas por los alumnos, si bien las aceptaron como un paso necesario para el cumplimiento del contrato didáctico.

En este trabajo, se describen algunas situaciones en las que se hacen visibles las características del lenguaje utilizado en la clase de matemática, los alcances de éste y la visión que sobre su utilización tienen los estudiantes. Es posible encontrar investigaciones que a partir de entrevistas provenientes de la escuela media y de nivel superior de las carreras de Profesorado de Matemática y Profesorado de Informática (Crespo Crespo, Homilka y Lestón, 2010), muestren que en las representaciones sociales de los estudiantes y docentes se observa un predominio de la preferencia de la formalización por encima del uso del lenguaje natural, conduciendo a dificultades en momentos en los que se aplica a argumentaciones, justificaciones y explicaciones en la interacción discursiva en el aula. En estas investigaciones, y de acuerdo con el estudio de casos presentado, en la representación que tienen los estudiantes del lenguaje que se utiliza en la clase de matemática, surge entre otras ideas la concepción de que,

para ellos, este lenguaje debe ser formal y simbólico, no aceptando expresiones coloquiales y buscando la formalización simbólica en todo momento.

La formalización es comprendida por los alumnos como parte de la normativa que impone el contrato didáctico. Esto llevó a que se fijara la atención en esta investigación en el lenguaje que se utiliza tanto en los libros de texto de matemática, como por parte del profesor de matemática como actor con un papel importante en el escenario del aula, iniciador del diálogo y quien toma decisiones didácticas, que por lo tanto influye en la construcción de representaciones sociales en este escenario.

Referencias bibliográficas

- Barbero, J. (2008). Reconfiguraciones de la comunicación entre escuela y sociedad. En E. Tenti Fanfani (Comp.) *Nuevos temas en la agenda de política educativa* (pp.65-99). Buenos Aires: Siglo XXI.
- Castañeda, A. (2006). Formación de un discurso escolar: el caso del máximo de una función en la obra de L'Hospital y María G. Agnesi. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9(2), 253-265.
- Castañeda, A. (2009). Aspectos que fundamentan el análisis del discurso matemático escolar. P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 1379-1387. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Castañeda, A. Rosas, A. y Molina, G. (2010). El discurso matemático escolar de los logaritmos en los libros de texto. *Premisa* 12(44), 3-18
- Crespo Crespo, C. (2007). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.
- Crespo Crespo, C. (2009). La matemática no siempre se estudia de libros. Un estudio de caso. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 1295-1302. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Crespo Crespo, C., Homilka, L. y Lestón, P. (2010). *Acerca del lenguaje utilizado en el discurso matemático escolar*. Presentado en Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa Relme 24. Guatemala.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Barcelona: Editorial Reverté.
- Datri, E. (1999). *Geometría y realidad física*. Buenos Aires: Eudeba.

- Díaz, H. H. (2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y educadores*, 12(3). 13-31
- Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Galindo Cáceres, J. (2001). Oralidad y cultura. La comunicación y la historia como cosmovisiones y prácticas divergentes. *Revista Latina de Comunicación Social*, 42. Recuperado el 3 de marzo de 2010 de: <http://www.ull.es/publicaciones/latina/2001/latina42junio/45galindo.htm>
- Homilka, L. (2008). *Influencia de las prácticas docentes en la visión de estudiantes y profesores de matemática acerca de la matemática en el aula y las decisiones didácticas*. Tesis de Maestría en Matemática Educativa no publicada. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.
- Knijnik, G. (2006). La oralidad y la escritura en la educación matemática: Reflexiones sobre el tema. *Educación Matemática* 18 (2), 149-165.
- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9(3), 435-458.
- Tenti Fanfani, E. (2008). Mirar la escuela desde fuera En E. Tenti Fanfani (Comp.) *Nuevos temas en la agenda de política educativa* (pp.11-26). Buenos Aires: Siglo XXI.