

LA PRÁCTICA DE MODELACIÓN Y SUS IMPLICACIONES EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS. EL CASO DEL DENGUE CLÁSICO

Luis Daniel Huerta Calixto, Santiago Ramiro Velázquez Bustamante, José Geiser Villavicencio Pulido
Universidad Autónoma de Guerrero (México)
luisdhcx@hotmail.com, sramiro@prodigy.net.mx, jgeiserv@hotmail.com

Resumen. En este trabajo presentamos una investigación en proceso, que tiene como propósito construir una red de prácticas y herramientas en el análisis de la modelación sobre la incidencia del dengue clásico en el estado de Guerrero, con la intención de que sea base para el diseño de una secuencia de aprendizaje en el contenido referente a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución, (UAG, 2000). Entendiendo por una red de prácticas y herramientas en la modelación como la articulación de modelos y el fenómeno. Entendiendo por modelos como entidades o representaciones para comprender, describir, explicar, predecir e intervenir en un proceso de modelación o modelado (Arrieta, 2003). En este caso los modelos son, gráficas, tablas numéricas, expresiones algebraicas y el fenómeno es el dengue clásico. Dicho análisis de la modelación se realiza mediante una metodología la cual consiste en encontrar las intenciones que se dan en la modelación.

Palabras clave: modelación, ecuaciones diferenciales, red de prácticas, herramientas

Abstract. We present an ongoing investigation, which aims to build a network of practices and tools in the modelling analysis on the incidence of dengue in the state of Guerrero, with the intention of being a basis for designing a learning sequence in the content of ordinary differential equations of first order, solution concept (UAG, 2000). We understand a network of practices and tools in shaping as the articulation of models and the phenomenon and we understand as models or representations the entities to understand, describe, explain, predict and intervene in the process of modelling (Arrieta, 2003). In this case the models are graphs, numerical tables, algebraic expressions and the phenomenon is the classic dengue. This analysis of the modelling is done using a methodology which is to find the intentions that occur in the modelling

Key words: modelling, differential equations, a network of practices, tools

Planteamiento del problema

Sigarreta, Ruesga y Rodríguez (2008) sostienen que la enseñanza de ecuaciones diferenciales se limita a la enseñanza de procedimientos que pasan por alto los significados y conceptos. Esta manera de proceder hace que los estudiantes las perciban como algo acabado, con un orden lógico indiscutible y que siempre se han desarrollado en forma lineal. Consideramos que la enseñanza de las ecuaciones diferenciales de primer orden en los cursos tradicionales, frecuentemente está dedicada a la resolución algebraica.

Por su parte Lee (2009) muestra a través de un diagnóstico realizado a 30 estudiantes que han recibido un curso de ecuaciones diferenciales ordinarias, incapacidad para construir una ecuación diferencial a partir de conceptos clásicos del cálculo (diferencial e integral) e imposibilidad de resolver ecuaciones diferenciales clásicas (variable separables y diferencial total).

Por nuestra parte, al realizar una entrevista a dos profesores de nivel superior constatamos la ausencia de la modelación en cursos de *ecuaciones diferenciales* ordinarias que ellos imparten siendo que la modelación contribuye en alguna medida a desarrollar ideas para visualizar conceptos matemáticos. Así mismo se destacan las técnicas para resolver algunos tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias como herramienta que se utilizan en la modelación.

Por lo que el *problema de investigación* consiste en que por lo general, el aprendizaje de las *ecuaciones diferenciales*, se limita a procedimientos que pasan por alto los significados del concepto de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución, dedicándose a la resolución algebraica con diferentes métodos, por ejemplo variables separables y diferencial total.

Perspectiva teórica

La perspectiva teórica que sustenta esta investigación es la sociopistemología y una de sus tesis principales es que son las prácticas sociales las que permiten la generación de conocimiento matemático. Nos centramos en la práctica de modelación donde los estudiantes construyen saberes mediante el ejercicio de prácticas, (Méndez, 2008). La práctica de modelación en la que nos basamos es la numerización de fenómenos, que parten de la recolección de datos numéricos de un fenómeno para construir modelos numéricos y su uso se toma como central. Así mismo esta perspectiva teórica considera a los fenómenos educativos como un todo complejo, donde intervienen múltiples dimensiones, a saber, la relativa a los conocimientos, referida a cuáles son las prácticas que le dan origen y su vivencia en diferentes comunidades, la dimensión epistemológica; la cognitiva, que se refiere a las interacciones de los humanos en el proceso de construcción de los conocimientos; la didáctica, referente a cuáles son las formas de intervención en los contextos escolares para propiciar la construcción del conocimiento; confluyendo en un lugar y en un tiempo, en un contexto social.

Bajo esta perspectiva, el trabajo de alumnos y profesores cuando abordan el estudio, en este caso, de ecuaciones diferenciales, debiera servir como un espacio para el ejercicio de prácticas, donde los estudiantes y profesores participen en la construcción de sus conocimientos.

Proceso de investigación

Para lograr el objetivo de la investigación realizamos las siguientes acciones:

--Un estudio del *estado del arte* referente al aprendizaje de las *ecuaciones diferenciales*, constatando el problema de investigación y a la modelación como práctica social y su importancia en el aula de clases, para encontrar ideas y principios relevantes en la

conformación de la base, que sirva como orientación para el diseño de una secuencia de aprendizaje en el contenido referente a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución. Nos centramos en las aportaciones de estas investigaciones en el campo de las prácticas sociales de modelación nos centramos en la “Numerización de los fenómenos” que parten de la recolección de datos numéricos de un fenómeno para construir modelos los cuales son: numéricos, gráficos y algebraicos. Las prácticas ponen atención en el uso de los modelos referidos, tales prácticas se desarrollan en interacción con fenómenos, físicos, químicos o sociales (Arrieta, 2003). En estos términos nos interesa conocer los saberes que se producen al ejercer prácticas sociales de modelación por los estudiantes.

- 1) Un estudio del *marco teórico*, que consiste en hacer una exploración y análisis bibliográfico de la aproximación socioepistemológica para establecer los aspectos teóricos que dan sustento a nuestra investigación los cuales son: Práctica social, herramientas, modelos, prácticas, contexto social y red de prácticas y herramientas. Así mismo contestarnos las siguientes preguntas, ¿por qué mi investigación se encuentra dentro de la socioepistemología? ¿Para qué me sirve el marco teórico? ¿qué aspectos son fundamentales de la socioepistemología?

De este estudio obtendremos, principalmente, ideas y argumentos para establecer la red de prácticas y herramientas y así conformar la referida base.

- 2) Proponemos una metodología que es utilizada para analizar a la modelación de la incidencia del dengue clásico. Dicha metodología consiste en encontrar las intenciones que se dan en la modelación. Los pasos que dan lugar a dicha metodología son los siguientes:

- La elección de la práctica, su contexto y las intencionalidades
- El análisis de tareas y actividades, estableciendo las intencionalidades de cada una de ellas.

Es importante mencionar que en el análisis de tareas y actividades se establece la red prácticas y herramientas. Dicha red consiste en la explicación de prácticas y herramientas que se construyen o aplican durante la modelación, que dan cuenta de la esencia de las *ecuaciones diferenciales* en general, y en particular de la ecuación diferencial ordinaria de primer orden, lineal y homogénea que se espera como modelo del fenómeno referido. El propósito del análisis de la modelación es construir una red de prácticas y herramientas que oriente y guíe como base para el diseño de una secuencia de aprendizaje en el contenido referente de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución.

3) Conformación de la base para el diseño de una secuencia de aprendizaje en el contenido referente a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución, (UAG, 2000). En este caso entendemos por base, a la construcción de la red de prácticas y herramientas que se establece en el análisis de la modelación, en esta red se articulan los modelos y el fenómeno que se estudia.

Por lo tanto la conformación de la base consiste en la explicación de la red de prácticas y herramientas que se establece en el análisis de la modelación de la incidencia del dengue clásico, se parte del supuesto de que en esta explicación de red de prácticas y herramienta se revelan las actividades que son necesarias para la construcción de saberes en el contenido referente a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución.

Establecimiento de la red de prácticas y herramientas.

En forma breve describimos las fases de la red de prácticas y herramientas que se construye en el análisis de la modelación de la incidencia del dengue clásico que es base para el diseño de secuencia de aprendizaje en el contenido referente a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución.

α Fenómeno

El fenómeno es el dengue clásico en el cual nos interesa establecer un modelo diferencial y así mismo una función que modele la incidencia de dicho fenómeno en el año 2006. Partimos con la búsqueda de datos. Una vez teniendo los datos lo organizamos en un modelo numérico (tabla de datos).

| t = tiempo en meses | w(t) = Enfermos del dengue clásico |
|---------------------|------------------------------------|
| 0 (Enero) | 31 |
| 1 (Febrero) | 179 |
| 2 (Marzo) | 438 |
| 3 (Abril) | 454 |
| 4 (Mayo) | 587 |
| 5 (Junio) | 1176 |
| 6 (Julio) | 1543 |
| 7 (Agosto) | 1859 |
| 8 (Septiembre) | 2373 |
| 9 (Octubre) | 696 |

Figura 1. Cantidad de enfermos por mes

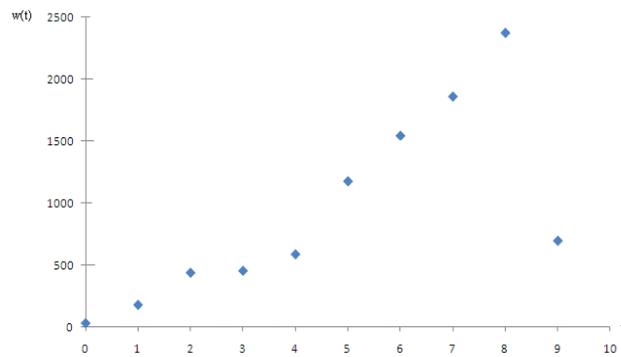


Figura 2. Gráfica del número de enfermos por mes

α Modelo numérico

En este modelo numérico hacemos una exploración numérica y gráfica. En la exploración numérica encontramos el porcentaje de la incidencia que aumenta de un periodo a otro.

| t | P(t) | Porcentajes | Δt |
|---|-------|-------------|------------|
| 0 | 4.77 | 477 % | 1 |
| 1 | 1.44 | 144 % | 1 |
| 2 | 0.03 | 3 % | 1 |
| 3 | 0.29 | 29 % | 1 |
| 4 | 1.00 | 100 % | 1 |
| 5 | 0.31 | 31 % | 1 |
| 6 | 0.20 | 20 % | 1 |
| 7 | 0.27 | 27 % | 1 |
| 8 | -0.70 | -70 % | 1 |
| 9 | | | |

Figura 3. Tabla de la vaciación porcentual y el crecimiento del tiempo

α Modelo gráfico

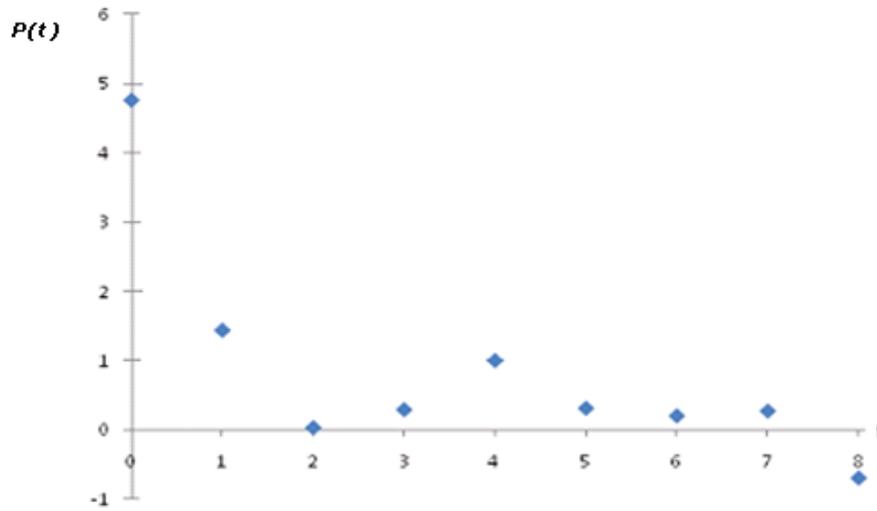


Figura 4. Gráfica de la variación porcentual con respecto al tiempo

Utilizamos este modelo gráfico para interpretar como es la tendencia de los datos en este caso los porcentajes. La tendencia de los datos los describe una función cúbica.

α Modelo diferencial

La variación porcentual es proporcional a la función cubica y se describe matemáticamente como $\frac{1}{w(t)} \frac{dw}{dt} = at^3 + bt^2 + ct + d$. Así mismo resolvemos el modelo diferencial haciendo operaciones algebraicas para encontrar la función que nos modela la incidencia del dengue clásico en el año 2006.

$$w(t) = 31e^{\left(-0.0365443173t^4 + 0.4830001843t^3 - 1.909137698t^2 + 2.556113468t\right)}$$

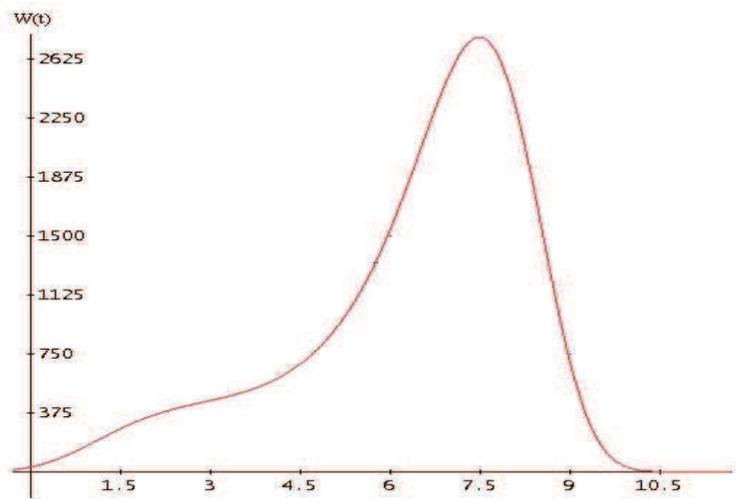
α Modelo algebraico

(Función que modela la incidencia del dengue clásico)

Comparamos la incidencia del dengue clásico.

| t = tiempo en meses | W(t) = número de enfermos | Aproximación con la función encontrada |
|---------------------|---------------------------|--|
| 0 | 31 | 31 |
| 1 | 179 | 179 |
| 2 | 438 | 354 |
| 3 | 454 | 454 |
| 4 | 587 | 573 |
| 5 | 1176 | 867 |
| 6 | 1543 | 1543 |
| 7 | 1859 | 2539 |
| 8 | 2373 | 2441 |
| 9 | 696 | 696 |
| 10 | | 24 |
| 11 | | 0 |

Figura 5. Aproximación a los datos de la figura 1



Reflexiones finales

Consideramos que el trabajo de alumnos y profesores cuando abordan el estudio, en este caso, de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, concepto de solución, debiera servir como un espacio para el ejercicio de prácticas, donde los estudiantes y profesores participen en la construcción de sus conocimientos.

Por otro lado la red de prácticas y herramientas que se construye en el análisis de la modelación de la incidencia del dengue clásico es base para el diseño de una secuencia de aprendizaje en el contenido de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Consideramos que esta red es una propuesta para elaborar diseños de aprendizajes en base otros tipos de fenómenos

Referencias bibliográficas

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Lee, S. (2009). *La heurística en la solución de ecuaciones diferenciales*. Tesis de maestría no publicada. Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Méndez, M. (2008). *Un estudio de la evolución de la práctica: La experiencia de modelar linealmente situaciones análogas*. Tesis de Maestría no publicada, Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Programa de Estudios de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias 1994-2000, Universidad Autónoma de Guerrero, Facultad de Matemáticas, Unidad Académica de Acapulco.

Sigarreta J. M., Ruesga P. y Rodríguez J. M. (2008). Analogies in Differential Equations. *Far East Journal of Mathematical Education* 2(1), 31-48