View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by Funes

LA IMPORTANCIA DE LAS REPRESENTACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA DISCRETA

Patricia Có, Mónica del Sastre, Erica Panella

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario   Argentina

Facultad Regional Rosario. Universidad Tecnológica Nacional

co@fceia.unr.edu.ar, delsas@fceia.unr.edu.ar, panella@fceia.unr.edu.ar

Campo de investigación: Visualización   Nivel: Superior

Resumen. *Las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático son absolutamente necesarias en los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que los objetos matemáticos no son directamente accesibles por la percepción o por una experiencia intuitiva inmediata como son los objetos comúnmente llamados "reales" o "físicos" (Duval, 1999).*

Siendo docentes de la asignatura Matemática Discreta (primer año de Ingeniería en Sistemas de Información) constatamos cómo la utilización de los contenidos visuales presentes en las ideas y conceptos matemáticos, cuya representación es intuitiva, resulta muy ventajosa al presentar y manipular tales conceptos.

En este trabajo reflexionamos acerca de la especial importancia del uso de representaciones (principalmente gráficas) en la enseñanza y el aprendizaje de aquellos contenidos de la asignatura que, creemos, tienden a ser abordados con un excesivo formalismo.

Palabras clave: matemática discreta, relaciones, representaciones gráficas

Marco referencial

Las representaciones constituyen actualmente un tema de gran importancia y complejidad para la Educación Matemática, sobre el cual existe una gran cantidad de publicaciones. Hablar de representación supone hablar de conocimiento, significado, comprensión y modelización. Estas nociones integran el núcleo central no sólo en Educación Matemática, sino en otras disciplinas como la Epistemología, Psicología y demás ciencias y tecnologías que se ocupan de la cognición humana, su naturaleza, origen y desarrollo (Godino, Font, D´Amore, 2007). Esta diversidad de intereses por la representación es la razón de distintos enfoques y formas de concebirla. Siguiendo en la línea de estos autores, podemos decir que desde el punto de vista cognitivo la compresión de un objeto matemático se entiende básicamente en términos de integración de representaciones mentales. Esta integración es la que asegura la competencia en el uso de las representaciones externas asociadas al objeto.

Muchas investigaciones han tenido (y tienen) por objetivo el estudio de las representaciones internas porque consideran que la compresión de los alumnos está relacionada con el incremento en el número de conexiones entre diferentes tipos de representaciones internas, lo cual se puede propiciar estableciendo conexiones y traducciones entre distintos tipos de representaciones externas.

Duval (1999) sostiene que el conocimiento conceptual es el invariante de múltiples representaciones semióticas y que sólo tomando en consideración diferentes registros de representación podemos organizar las propuestas didácticas. La contribución teórica de este autor se inscribe dentro de la línea de investigación que postula una naturaleza mental (las representaciones internas) para el conocimiento matemático y que atribuye un papel esencial en los procesos de formación y aprehensión de las representaciones mentales (noesis) al lenguaje, en sus diversas manifestaciones.

Actualmente el papel que juegan las imágenes visuales y la capacidad de visualización en la comprensión de los contenidos matemáticos ha sido objeto de estudio por parte de investigadores procedentes tanto del campo de la Didáctica de la Matemática como del campo de la Psicología. Estos estudios se han realizado desde marcos teóricos diferentes y en muchos casos enfrentados.

Dentro de las investigaciones en la enseñanza de la Geometría se destaca como especialidad autónoma la dedicada a la visualización espacial, ya que está fuera de duda que la capacidad de visión espacial es una componente necesaria para el aprendizaje de la Geometría tridimensional. No obstante, la visualización es una habilidad que no sólo interactúa con la Geometría, sino también con la Aritmética, el Álgebra, el Cálculo. De este modo la aptitud de visualización es una componente esencial del aprendizaje de la matemática en general.

Nuestra percepción es prioritariamente visual y así no es de extrañar en lo absoluto que el apoyo continuo en lo visual esté tan presente en las tareas de matematización. Y aún en aquellas actividades matemáticas en las que la abstracción parece llevarnos mucho más lejos de lo perceptible por la vista, los matemáticos muy a menudo se valen de procesos simbólicos, diagramas visuales y otras formas de procesos imaginativos que les acompañan en su trabajo haciéndolos adquirir lo que se podría llamar una intuición de lo abstracto, un conjunto de reflejos, una especie de familiaridad con el objeto que les facilita extraordinariamente algo así como una visión unitaria y descansada de las relaciones entre objetos, un apercibimiento directo de la situación relativa de las partes de su objeto de estudio.

La visualización aparece así como algo profundamente natural tanto en el nacimiento del pensamiento matemático como en el descubrimiento de nuevas relaciones entre los objetos matemáticos, y también, naturalmente, en la trasmisión y comunicación propias del quehacer matemático (Guzmán, 1996).

Como reacción a un abandono injustificado de la geometría intuitiva en nuestros programas del que fue culpable la corriente hacia la "matemática moderna", hoy se considera una necesidad ineludible, desde un punto de vista didáctico, científico, histórico, volver a recuperar el contenido espacial e intuitivo en toda la matemática, no ya sólo en lo que se refiere a la geometría.

Por ello parece más importante para la actividad docente en vez de transmitir la reseña de una demostración, comunicar las ideas inherentes de una manera inteligible y convincente. Sostenemos que un formalismo extremo no está en consonancia ni con la práctica matemática ni con la filosofía de la matemática actual.

Los resultados matemáticos publicados para una audiencia de matemáticos se presentan en forma de teoremas y demostraciones. Una persona con una formación parcial en matemática puede creer que la naturaleza de la matemática es un cuerpo de conocimiento altamente estructurado regido por leyes lógicas. De aquí puede percibirse que ser competente en matemática es equivalente a ser capaz de crear la forma, la prueba rigurosa. Creemos sin embargo que no se trata de pasar al extremo opuesto y erradicar por completo el formalismo de la enseñanza de la matemática. El aprendizaje es un proceso más dinámico que estático. El progreso de los estudiantes se mide en la adquisición de un nivel más profundo de ideas y habilidades, de aquí la validez, en un determinado momento, del razonamiento formal o informal sólo se puede juzgar en la medida que procure una mayor comprensión de la matemática. El punto de partida para la comprensión es la idea suministrada por la experiencia de cada día. Para conseguir una base para progresar en conocimiento matemático, esta idea debe desarrollarse y hacerse explícita. Esto requiere un grado de formalismo. Debe crearse un lenguaje: definir símbolos, especificar reglas de manipulación, delimitar el alcance de las operaciones matemáticas. Debe enseñarse con la mayor precisión de modo que pueda separarse lo esencial de lo no esencial y conseguir una mayor generalidad. Pero esto tiene su precio. Alejado del contexto intuitivo original, el estudiante puede perder perspectiva de la realidad y llegar a ser un manipulador de símbolos. Como una de las alternativas a la demostración formal, adquiere una gran importancia el fenómeno de la *visualización* (Guzmán, 1996). La comunicación ordinaria en matemática es una mezcla de lenguaje natural, formal y gráfico lleno de connotaciones intuitivas, visuales y sobreentendidos que no podemos pasar por alto. Tiene, pues, sentido el considerar la visualización como punto de partida del trabajo docente a pesar de los obstáculos y objeciones que se le han puesto. La posibilidad de que pueda conducir a error no invalida su eficacia y potencia en los procesos de comunicación y construcción de conocimiento matemático.

Algunas reflexiones desde la propia práctica

En nuestra experiencia como docentes de Matemática Discreta, asignatura del primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información (Facultad Regional Rosario - Universidad Tecnológica Nacional) nos preocupa indagar cómo la utilización de los contenidos visuales presentes en las ideas y conceptos matemáticos, cuya representación es intuitiva, puede facilitar la presentación y manipulación de tales conceptos.

Concretamente, nos referimos a la reflexión sobre la importancia que adquiere el uso de representaciones (principalmente gráficas) en la enseñanza y el aprendizaje de aquellos contenidos de la asignatura que, consideramos, tienden a ser abordados con excesivo formalismo.

Así por ejemplo en el tema *Relaciones*, que es central en la currícula de la asignatura, la posibilidad de aprovechar las representaciones gráficas para propiciar aprendizajes significativos se da naturalmente a partir del hecho de que muchas relaciones admiten formas gráficas de representación: dígrafos, gráficas, diagramas de Hasse.

En un dígrafo por ejemplo, el análisis del cumplimiento de las propiedades de una relación en un conjunto se simplifica sensiblemente. Así, el explorar la validez de la propiedad reflexiva queda reducido a la búsqueda de “bucles” en cada vértice. Análogamente, la identificación de una relación de equivalencia a través de su dígrafo es prácticamente instantánea. Más aún, el concepto de partición de un conjunto se hace mucho más asimilable dado que el dígrafo de una relación de equivalencia se muestra “segmentado”, “partido”, como un rompecabezas con sus piezas levemente separadas como se puede apreciar en el siguiente dígrafo:

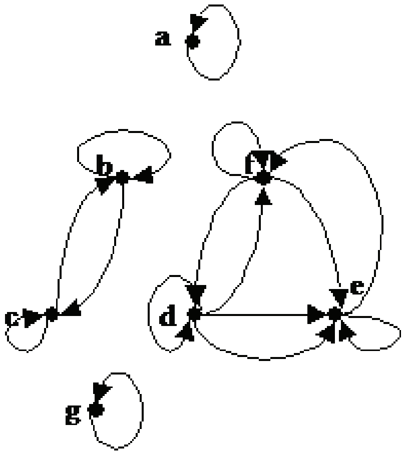

Figura 1. Dígrafo de una relación de equivalencia

Podemos ver en el dígrafo de la Fig. 1 que sin dejar de exhibir el todo pueden distinguirse sus partes, y con ello se allana sensiblemente el camino que conducirá a la institucionalización del concepto.

También es posible representar a una *relación* con una matriz booleana. Podemos entonces insistir en nuestras clases en que los alumnos observen constantemente la coherencia entre el número de *unos* en la matriz, de *flechas* en el dígrafo y de *pares ordenados* en el conjunto que define a la relación, resignificando de esta forma los símbolos matemáticos y favoreciendo el aprendizaje de los conceptos a partir de una mayor utilización e interacción entre distintos registros de representación. Coincidimos con Duval cuando afirma que las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático son absolutamente necesarias en los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que los objetos matemáticos no son directamente accesibles por la percepción o por una experiencia intuitiva inmediata como son los objetos comúnmente llamados "reales" o "físicos" (Duval, 1999).

Una *relación de orden* se representa habitualmente con un dígrafo especial denominado Diagrama de Hasse en el que se explicita el "orden" en un sentido ascendente. Por este motivo, a partir del diagrama se facilita la determinación de las cotas superiores e inferiores de un subconjunto dado. La identificación de las mismas es casi intuitiva observando los elementos de la parte superior o inferior del gráfico, respectivamente. Creemos que esto sucede debido a que la palabra superior (inferior) está asociada, en el lenguaje coloquial, a lo que está "más arriba" ("más abajo").

El diagrama de la Fig. 2 corresponde al conjunto parcialmente ordenado $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$.

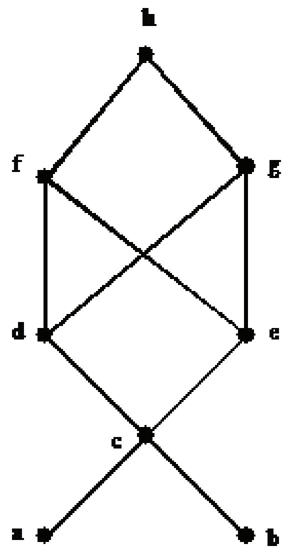

Figura 2. Diagrama de Hasse de una relación de orden parcial

Muy fácilmente a partir del diagrama podemos determinar que las cotas superiores del subconjunto $B = \{c, d, e\}$son los elementos f,g y h, mientras que sus cotas inferiores son c, a y b.

En el caso del *árbol* (tipo especial de relación de orden), su dígrafo adopta una forma bastante reveladora de la correspondencia que existe entre la definición de sus elementos constitutivos y el significado común de las palabras que los designan: raíz, ramas, hojas, altura, etc.

Por ejemplo, el árbol $T = \{(a, b), (a, c), (c, d), (c, e), (b, g)\}$ con raíz *a* y hojas *g*, *d*, *e,* altura 2, puede representarse como se muestra en la Fig. 3:

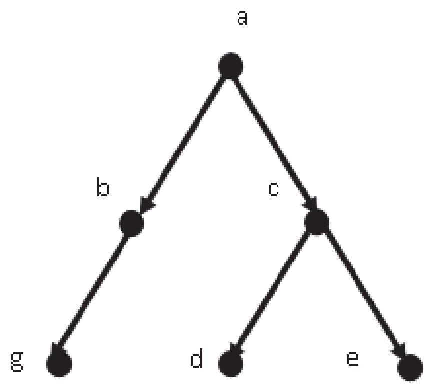

Figura 3. Dígrafo del árbol T

Entonces es habitual y operativo que tanto docentes como alumnos utilicen el siguiente gráfico que facilita la identificación de las "raíces" y las "hojas" a visitar, así como el orden en que debe hacerse la visita.

Consideraciones finales

En nuestras clases hemos notado que el hecho de propiciar exploraciones, análisis y argumentaciones sobre las representaciones gráficas otorga al alumno mayor seguridad y confianza a la hora de elaborar justificaciones formales. En este sentido las representaciones gráficas son utilizadas como elementos predictivos de gran valor en los procesos áulicos a la vez que, creemos, juegan un rol fundamental en la comprensión y resignificación del lenguaje lógico formal necesario para la actividad matemática.

Si admitimos que los conceptos matemáticos tienen más de una forma de representación, nuestras prácticas deberían orientarse a enfatizar estas formas de representación múltiple y lograr que los alumnos puedan transitar de una representación a otra de manera fluida. Sabemos que esto no se logra fácilmente como pudiera parecer a primera vista pero vale la pena intentar un cambio en esa dirección.

Referencias bibliográficas

Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt, (Ed), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali : Universidad del Valle.

Godino, J.; Font, V. y D´Amore, B. (2007). Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática. *For the Learning of Mathematics*, 27 (2), 2-7.

Guzmán, M. (1996). *El Rincón de la Pizarra*. Madrid: Pirámide.