

UN ACERCAMIENTO A LAS FRACCIONES POR MEDIO DE LA MÚSICA: UN PROBLEMA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

Luis Alexander Conde Solano

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
alconde23@hotmail.com

(México)

Resumen. Publicaciones actuales dejan ver el interés de los investigadores para que se aprovechen las relaciones existentes entre las matemáticas y la música en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el libro de texto de sexto grado de educación básica primaria de México (SEP, 2000), se retoma esta iniciativa y presenta la lección seis: “Matemáticas y música”. En ella se proponen actividades que involucran el uso de los números fraccionarios relacionadas con las figuras musicales. En el marco de la 24va Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa se desea presentar el análisis de la lección antes mencionada, con el objetivo de exponer elementos importantes para vincular eficazmente la música en la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: relaciones, fracciones, figuras musicales

Abstract. Current publications reveal the interest of researchers to exploit the existing relations between mathematics and music in the teaching and learning of mathematics. In the textbook used in sixth grade elementary school in Mexico (SEP, 2000), authors take the initiative and present in lesson six: “Mathematics and music”. It proposes activities involving the use of fractional numbers related to the musical figures. As part of the 24th Latin American Meeting of Mathematics Education we want to present the analysis of the lesson above, in order to expose important elements to effectively link the music in the teaching of mathematics.

Key words: relations, fractions, musical figures

Introducción y justificación teórica

Actualmente las relaciones entre las matemáticas y la música en el entorno escolar están en un proceso de construcción. Investigadores como Peralta (2003) y Benson (2007) estudian la naturaleza del sonido, la música y sus relaciones con las matemáticas para luego utilizarlos como material de enseñanza en sus clases de matemáticas. Por otra parte Tulga (2008) se ha enfocado en aprovechar los vínculos matemático-musicales para crear material interactivo con el propósito de acercar a los jóvenes a este tipo de conocimiento.

Particularmente, Liern (2008) expone las relaciones entre las fracciones y algunos elementos musicales como un tema interesante que le ofrece al maestro argumentos para una posible enseñanza del tema. Conde (2009) realiza una investigación cuyo resultado es una propuesta didáctica de carácter interdisciplinario con una visión integradora de contenidos desde tres disciplinas (matemáticas, música y física) del currículo escolar.

Consideraciones iniciales

La lección seis comprende las páginas 20 y 21 del libro de texto de sexto grado de primaria de la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2000). Respecto a ésta la lección *Mi ayudante* propone

la lista de contenidos ordenados por ejes temáticos que con ella se estudian. Por mencionar algunos:

...resolución de problemas que involucren el concepto de fracción; equivalencia entre fracciones y resolución de problemas de equivalencia entre fracciones; las fracciones como resultado de fraccionamiento de longitudes, áreas o volúmenes... (SEP, 2000, p. 20)

En *Mi ayudante* también se incluyen habilidades y acciones que se espera sean desarrolladas por el estudiante cuando estudie la lección. De acuerdo con el libro para el maestro (SEP, 2003) se espera que con la realización de la lección los alumnos enfrenten situaciones didácticas significativas que les permitan: Comprender y manejar las fracciones con diferentes significados: medida, cociente y razón y resolver problemas sencillos que impliquen las operaciones de adición o sustracción de fracciones. Propósito que coincide con el objetivo planteado en el libro de texto (SEP, 2000) para el estudiante: *La comparación, equivalencia y suma de fracciones*.

Sobre metodología de análisis

La metodología de análisis consistió en una revisión detallada de la viabilidad del discurso expuesto en la lección, la corrección de los enunciados de los conceptos, descripción de las representaciones de los objetos matemáticos y musicales así como de sus significados asociados. También se revisan y se contemplan los materiales complementarios propuestos por la SEP para el estudio de la lección. Específicamente las recomendaciones didácticas que ofrece *Mi ayudante*, que consiste en un auxiliar didáctico para el maestro de primaria elaborado por la Universidad Pedagógica Nacional (2005) en colaboración con la Sociedad Matemática Mexicana, al igual que el libro para el maestro (SEP, 2003), que ofrece una guía para orientar el desarrollo de las actividades propuestas por el libro de texto de los estudiantes.

Un primer conflicto que muestra la puesta en marcha de esta lección se refiere a su propio diseño. En él se observa limitaciones que impide un acercamiento a la comprensión de las relaciones conceptuales entre los números fraccionarios y las figuras musicales. Un factor apunta a que carece de una experiencia acompañada de sonido para tener un tratamiento significativo en cada contexto. Otro factor indica el uso impreciso del lenguaje para caracterizar los objetos de estudio (de la música y las matemáticas), lo que dificulta la interpretación adecuada por parte de los maestros y los estudiantes. En los párrafos siguientes se llevará a cabo un análisis más detallado al respecto.

Análisis de la lección

El análisis se realizó por partes, cada una de ellas está ilustrada por la imagen original de la parte de la lección en tratamiento. A continuación se presenta el análisis de la lección, por un lado desde la perspectiva de la música y por otro desde la perspectiva de la matemática escolar.

Introducción de la lección

La Figura 1 contiene la introducción de la lección en el libro de texto de sexto grado. En la primera línea aparece una definición de nota musical, misma que tiene un error, ya que se confunde símbolos con notas musicales. Los símbolos se refieren a la representación gráfica de las figuras musicales (redonda, blanca, negra, corchea, semicorchea, fusa y semifusa) que nos indican el tiempo de duración de los sonidos. Cada figura musical tiene asignado un silencio que representa la misma duración de ausencia de sonido, que al igual que las figuras musicales sin ellos sería imposible la escritura y la interpretación de una partitura. Por su parte, las notas sirven para expresar la altura o tono de un sonido que permite decir que un sonido musical corresponde a cierta frecuencia. Cuando las figuras musicales son ubicadas en el pentagrama, surgen dos interpretaciones, la duración del sonido y la frecuencia de sonido que pueden ser graves o agudas.

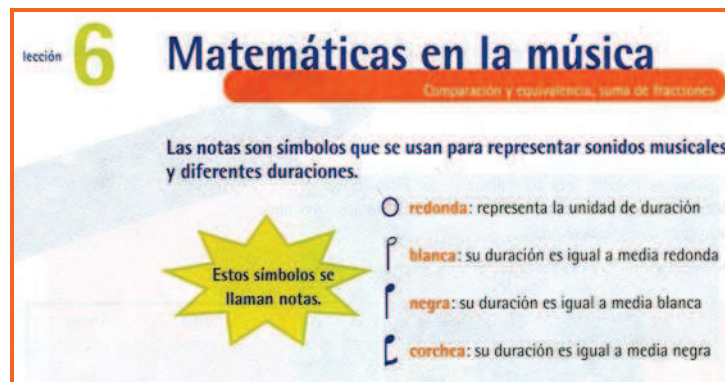


Figura 1. Introducción de la lección seis, (SEP, 2000)

El elemento esencial de la música es el sonido lo que se tiene en cuenta en la definición que se da en la lección. Sin embargo, haría falta proponer experimentaciones físicas del sonido por medio de las cuales los estudiantes puedan percibir e identificar sus características para dar un significado real de lo que se está hablando. Particularmente las figuras musicales hacen referencia al tiempo de duración de sonido o tiempo de duración de ausencia de sonido. En este escenario se trata de un medio continuo y el papel de las figuras musicales es discretizar éste medio. Por tal motivo, cuando se dice que la blanca es la mitad del tiempo de duración de

la redonda lo que quiere decir es que tiene una medida de dos pulsos ya que la medida de la redonda corresponde a cuatro pulsos en el tiempo musical.

Al definirse la redonda como la unidad de duración, surgen inquietudes como: ¿por qué se toma como la unidad?, ¿a qué se refiere con duración?, ¿cómo se determina la duración?, ¿cómo se mide la unidad? como consecuencia la falta de claridad respecto a la identificación y medida de la unidad puede generar dificultades para los estudiantes cuando se les pide que encuentren la fracción de ésta, pues no se va a tener claro con respecto a qué se debe hacer la equipartición.

Por ejemplo, si reemplazamos las figuras musicales (inciso a) de la Figura 2 por otras figuras (inciso b) de la Figura 2, el desarrollo de la lección sin lugar a dudas tendría la misma marcha dado que no se enfatiza en la medida del tiempo de duración de un sonido. Se da por hecho que cada signo está dotado de un significado y que a partir de éste se construye una estructura rítmica.

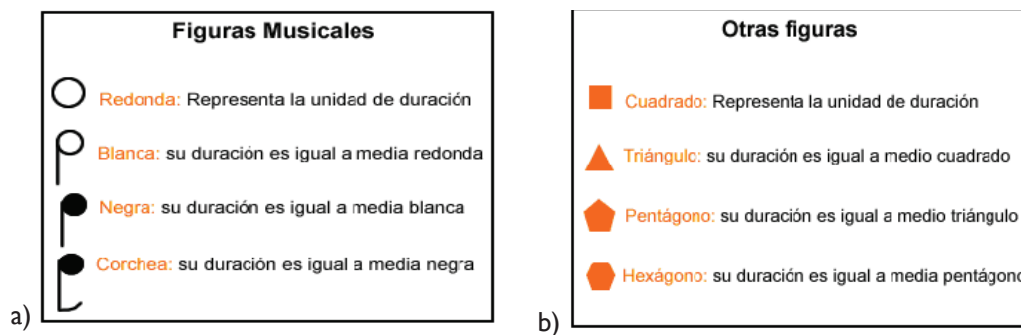


Figura 2. Ejemplo del significado de los signos

Si no se aclara la propiedad de construcción de las figuras musicales ¿cómo el estudiante puede determinar la mitad de la redonda? Es relevante aclarar que no se trata simplemente de un valor numérico como se observa en el inciso b) de la Figura 2.

Comentarios sobre el análisis de los ejercicios de equivalencia

1. Con base en la información anterior, anota el valor de cada nota y contesta las preguntas.

○ = ♭ = ♮ = ♯ =

¿Cuántas blancas equivalen a una redonda? _____

¿Cuántas corcheas equivalen a una blanca? _____

¿Qué parte de una redonda es una corchea? _____

Figura 3. Inciso 1 de la lección 6 del libro de texto de sexto grado, (SEP, 2000)

El inciso 1 de la lección (Figura 3) es un ejercicio sobre equivalencia de fracciones en el que se espera que los estudiantes usen la información dada en la introducción (Figura 1) para completar los espacios. Los estudiantes al observar la información pueden escribir las respuestas dentro de cada recuadro dándole valores a cada signo sin mayor dificultad, ver la Figura 4.

$$\begin{aligned} \bigcirc &= 1 \\ \bigcirc \text{---} &= \frac{1}{2} \\ \bigcirc \text{---} &= \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ ó } \bigcirc \text{---} = \frac{1}{4} \\ \bigcirc \text{---} &= \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ ó } \bigcirc \text{---} = \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{4} \text{ ó } \bigcirc \text{---} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Figura 4. Posibles respuestas

De estas posibles respuestas se puede observar que los estudiantes no le están dando un significado musical a los signos y por ende el acercamiento de la música a las matemáticas no se percibe. También se podría preguntar qué representan los números 1, 1/2, 1/4 y 1/8.

Con relación a las preguntas del inciso 1, Figura 3, ¿cuántas blancas equivalen a una redonda? y ¿cuántas corcheas equivalen a una blanca? estas se pueden resolver con procesos mecánicos ya que el estudiante carece de herramientas para determinar la medida del tiempo de duración de un sonido. La pregunta ¿qué parte de una redonda es una corchea? puede ser ambigua, dado que cuando les piden a los estudiantes hallar una parte de algo, ellos tienden a partir la figura y ¿cómo partir la redonda para que me de una figura igual a la corchea? Las sugerencias que el libro del maestro SEP (2003) da para realizar esta actividad son:

Esta actividad es relativamente sencilla, pues una vez identificado el valor de la unidad (la nota redonda), se puede deducir el valor de las demás notas. Las preguntas que se plantean enseguida tienen la finalidad de que los alumnos reafirmen esos valores y establezcan relaciones entre ellos (p. 28).

Estas sugerencias parecen indicar al maestro que si a las figuras se les asigna un valor numérico, los estudiantes podrán establecer relaciones de equivalencia con significado en el contexto musical. Sin embargo, el estudiante no puede dar significado a las equivalencias entre las figuras musicales sólo con el valor numérico pues se necesita del sonido para poderles dar una interpretación adecuada. Posiblemente para responder las preguntas del inciso citado se requiera de la representación gráfica de fracciones o alguna forma de visualización para que el estudiante pueda comprender lo que está haciendo.

Comentarios del análisis de los ejercicios de descomposición de fracciones

En el inciso 2 de la lección que se muestra en la Figura 5, se introduce un nuevo concepto musical: Compás. En el libro del maestro, se observa que se da un procedimiento numérico tratando de aplicar la suma y la equivalencia entre fracciones para expresar cierta fracción

propuesta llamada compás en términos de otras. En el inciso 2 aparecen dos ideas básicas descritas a continuación:

2. Las notas se agrupan en compases y, al representarlos, éstos se separan con líneas verticales. Por lo general en una misma canción todos los compases duran el mismo tiempo y esta duración se indica con una fracción. Por ejemplo, el siguiente esquema representa compases de un medio.

• Completa las siguientes igualdades, con base en las notas de cada compás.

$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} = \square + \square + \square$

$\frac{1}{2} = \square + \square + \square + \square$

$\frac{1}{2} = \square$

• En el siguiente esquema hay dos compases equivocados. Márcalos con rojo.

Figura 5. Inciso 2 de la lección 6 del libro de texto de sexto grado

El compás como agrupación de figuras y la representación en la línea de tiempo

Es importante tener en cuenta que cuando se trata de una partitura, ésta es considerada como el todo y los compases son equiparticiones de ella. A continuación se representa un ejemplo para ilustrar su significado teniendo en cuenta la ilustración de la derecha.

- Se parte de la pieza musical aunque para la explicación con un fragmento es suficiente.
- La pieza musical se divide en partes llamadas compases que cumplen con la característica de partes con igual tiempo de duración.
- A la vez, cada compás está dividido en tiempos iguales fijado con una figura como unidad de medida expresada en la fracción colocada al principio del pentagrama.

Como se puede observar la medida del compás se centra en la figura que se toma como unidad de medida que a la vez es una partición de la figura de mayor duración (redonda) llamada unidad.

La fracción que indica el compás

Esta fracción ubicada al inicio del pentagrama significa que el numerador representa el número de tiempos que tendrá el compás y la fracción $1/n$ indica la unidad de tiempo de duración, es decir, la figura que llenará un tiempo o pulso del compás. Por ejemplo, en la imagen de la

derecha el compás de $\frac{3}{4}$, el 3 indica que cada compás tendrá tres pulsos o tiempos, y la fracción $\frac{1}{4}$ indica la unidad de tiempo, en este caso la cuarta parte del tiempo de duración de una redonda, por lo tanto la figura negra será la unidad de medida.





$$\frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

Número de pulsos

La cuarta parte de la duración de la redonda (figura negra)

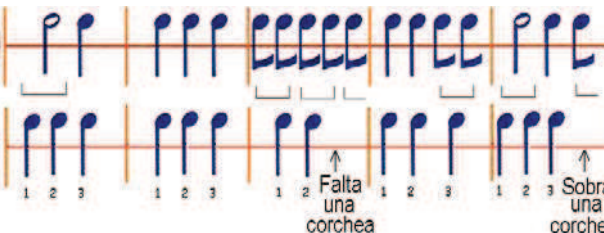
En el ejercicio de la primera viñeta del inciso 2, ver Figura 5, se le pide al estudiante llenar los recuadros con fracciones para establecer equivalencias entre ellas, lo que resulta un ejercicio conveniente como una actividad rutinaria para mecanizar una operación aritmética. Al parecer en este ejercicio el estudiante debía observar cada compás y que cada uno de ellos correspondía a una igualdad, es decir, se espera que el alumno complete de la manera como se muestra en la imagen de la derecha.

En el ejercicio de la segunda viñeta del inciso 2 (Figura 5) se pide marcar con rojo compases equivocados. Aquí existirían varias formas de desarrollar el ejercicio, una de ellas sería sumar los valores de las figuras de cada compás y compararlo con $\frac{3}{4}$, en este caso se enfrentaría a los estudiantes con sumas de fracciones con diferente denominador, situación que en sexto grado se espera los estudiantes dominen.

	entonces $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
	entonces $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
	entonces $\frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$
	entonces $\frac{1}{2}$

Pulso $\rightarrow 3 \cdot \frac{1}{4}$
 Unidad $\rightarrow \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$



Falta una corchea

Sobra una corchea

Figura 6. Solución con significado de compás

No obstante, si se diera el significado de la fracción que indica el compás se puede comenzar por identificar la unidad, que es la cuarta parte de la duración de la redonda siendo la figura negra o duraciones equivalentes como dos corcheas y el número de pulsos que posee el compás, en este caso 3 pulsos, es decir, que el patrón rítmico está agrupado en 3 pulsaciones como se observa en la Figura 6.

El inciso 3 de la lección 6 del libro de sexto grado, ver Figura 7 consiste en completar el compás ya teniendo algunas figuras fijas en cada uno. Al parecer se espera que la solución se construya por medio de la suma de fracciones teniendo en cuenta el valor de las figuras fijas. La solución se construye sumando a los valores de las figuras fijas los valores fraccionarios faltantes.



Figura 7. Inciso 3 de la lección 6 del libro (SEP, 2000)

Por ejemplo: para el primer compás la redonda como es la unidad se expresa $4/4$ faltaría una figura negra o dos corcheas cuyo valor sea $1/4$ para completar los $5/4$. Para resolver los demás ejercicios se usa el mismo método.

Desde el punto de vista de la música, en el inciso 3 de la lección se presenta una clase de compás complejo llamado amalgama, debido a que el compás de $5/4$ es el resultado de la fusión de dos o más compases simples o compuestos, uno de $3/4$ y otro de $2/4$. El compás $5/4$ es poco apropiado para iniciar a los estudiantes en el campo de la música por su compleja estructura e interpretación.

En el primer ejercicio del inciso 3 (Figura 7) se pide completar el ejercicio de tal forma que se cumpla la igualdad teniendo en cuenta las figuras de cada compás. Al parecer las posibles respuestas deben salir de los compases ya construidos y para realizarlo los estudiantes deben interpretar el valor de las figuras como se puede ver en la Figura 8

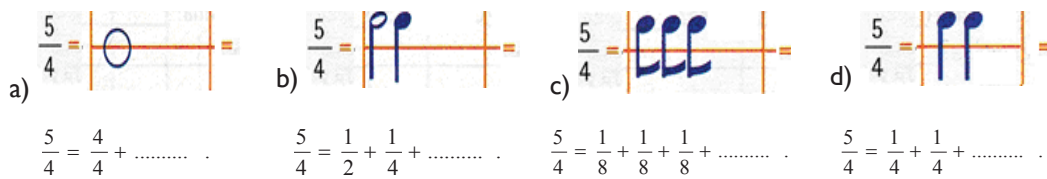


Figura 8. Interpretación de la primera viñeta del inciso 3

El segundo ejercicio del inciso 3 (Figura 7) consiste en aplicar las técnicas que se usaron para resolver el primer ejercicio del mismo inciso 3, pero ahora se debe completar un compás de $9/8$ y establecer las igualdades correspondientes.

Consideraciones generales

Se encontró que la lección carece de la identificación de la unidad de medida del compás y su significado, esta situación genera confusión en los estudiantes al no identificar plenamente la unidad de medida con la cual se trabaja en cada momento.

Las deficiencias conceptuales y el diseño metodológico de la lección permitieron valorar que el tema es más complejo de lo que parece, pues el engranaje entre conceptos como el tiempo y el sonido son necesarios en la significación en el contexto musical. Por lo tanto se hace necesario trabajar en la elaboración de experiencias didácticas innovadoras que le permitan al estudiante construir las relaciones entre la música y las fracciones e incorporar objetos matemáticos con significado en un contexto determinado, así como se pretende en el Plan de Estudios de Educación Básica Primaria (SEP, 2009).

Referencias bibliográficas

- Benson, D. (2006). *Music: a Mathematical Offering*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Conde, A. (2009). *Las fracciones al ritmo de la música*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. México.
- Liern, V. (2008). La música y el número siete. Historia de la relación controvertida. *Revista Suma*, 58, 137-143.
- Perata, J. (2003). Matemáticas para no desafinar. *LA GACETA DE LA RSME*, 6.2, 437 - 456.
- Secretaría de Educación Pública. (2000). *Libro de texto de sexto grado de matemáticas* México, DF: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2003). *Libro para el Maestro. Matemáticas. Grado Sexto* México, DF: Autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2009). *Plan de Estudios de Educación Básica Primaria*. México, DF: Autor.
- Tulga, P. (2008). *Music Activities and Arts Integration Lessons*. Recuperado el 27 de agosto de 2008, de <http://www.philtulga.com/resources.html>
- Universidad Pedagógica Nacional. (2005). *Mi ayudante*. Recuperado el 21 de enero de 2009, de <http://miayudante.upn.mx/>