

## SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE TRIÁNGULOS USANDO HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS

María Rey Genicio, Clarisa Hernández, Liliana Tapia, Héctor Tarifa

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Jujuy

tresm@imagine.com.ar, clarisah@arnet.com.ar

Campo de investigación: Pensamiento geométrico

Tecnología avanzada

Argentina

Nivel: Básico, Medio

**Resumen.** *La propuesta se sostiene en un Proyecto de Investigación que busca el desarrollo de estrategias innovadoras en la enseñanza de la matemática. Se apoya en una concepción de aprendizaje constructivo y significativo. Pretende brindar al profesor un material estructurado en forma clara, precisa y amena, elaborado con todos los elementos que consideramos necesarios para ser un instrumento eficaz para la enseñanza de Triángulo. Fue diseñado, no como algo prescriptivo sino, como una reflexión sobre la "buena receta", es decir, para que oriente el análisis y los criterios de acción, discuta y exprese los supuestos y permita al docente decidir entre alternativas y comprobar resultados. A través de esta secuencia el alumno investiga si es posible construir triángulos que cumplan determinadas condiciones, puede explorar de forma interactiva y conjeturar las propiedades de los ángulos interiores y exteriores, la propiedad correspondiente a los lados y las rectas y puntos notables de un triángulo.*

**Palabras clave:** secuencia didáctica, triángulos, software educativo, Cabri

### Introducción

Al encontrarnos insertos en un mundo de calculadoras, microcomputadoras y computadoras es preciso que profesionales, empresarios, docentes, estudiantes, entre otros, desarrollen otras aptitudes acordes con esta nueva forma de vida que, sin duda, los llevará a tener nuevos enfoques para sus actividades diarias. En particular en la educación, este hecho implica una apropiación de herramientas y el despliegue de capacidades nuevas no sólo al alumno sino también para el docente que es el motor del proceso educativo y gestor de la innovación educativa.

El uso de software con capacidad gráfica está dirigido a lograr un mejor y más significativo aprendizaje por parte del alumno, ya que posibilita reducir el tiempo de cálculo, permitiendo disponer de más tiempo para encarar los aspectos conceptuales y cualitativos de un problema o experimento.

El alumno puede adquirir destrezas en el manejo de modelos descriptivos, probar hipótesis o conjeturas más rápidamente adquiriendo así habilidades específicas en resolución de problemas y en toma de decisiones.

Al encarar el proceso de aprendizaje de un contenido de geometría plana, mediante el uso de software específico para tal fin, intentamos que el educando mediante el manejo de modelos sencillos, previamente analizados y concebidos para ese fin, experimenten distintas situaciones que lo lleven al descubrimiento de leyes, relaciones y comportamientos de los objetos geométricos. Él puede introducir nuevas conjeturas sobre los modelos experimentados, para preguntarse, por ejemplo, “¿qué pasaría si...” llegando así a confirmar o descartar esas conjeturas, proponer otros modelos, demostrar una propiedad o generalizar una idea.

Convencidos que los medios informáticos con capacidad gráfica son un instrumento poderoso con el cual puede contar el profesor en el aula, hemos diseñado una secuencia didáctica para el aprendizaje de triángulos utilizando Cabri realizando la experiencia en el aula con alumnos del nivel medio de la Escuela Agrotécnica N° 4 de Libertador General San Martín de la Provincia de Jujuy.

### Marco teórico

Intentar cambios en los modelos tradicionales de la enseñanza, en este caso específico en la enseñanza de la Matemática y en particular de la Geometría, es una tarea compleja. Si estamos dispuestos a construir una didáctica transformadora de tradiciones pedagógicas rutinarias, necesariamente hay que admitir que el docente debe reflexionar sobre sus prácticas, interiorizarse sobre los resultados de las nuevas investigaciones educativas, analizar y debatir sus resultados, cotejar lo viejo y lo nuevo para hacer las rupturas necesarias y obtener nuevas conclusiones, rescatando lo positivo de cada una de ellas. Pero este es un camino que no es fácil de andar, por eso se justifica crear modalidades que nos posibiliten acompañarnos entre los docentes, intercambiando nuestras experiencias y propuestas didácticas. Por ello, esta secuencia está dirigida al docente de matemática que cotidianamente está en la búsqueda de actividades y estrategias diferentes, para que los alumnos se sitúen activamente frente a los problemas de la matemática, pongan en juego sus estrategias personales y discutan, analicen, comparen, etc., actividades mentales que los ayudarán a construir nuevos conceptos, aprehenderlos, y finalmente aplicarlos.

Esta propuesta didáctica se sostiene en un proyecto de investigación que busca el desarrollo de estrategias innovadoras en la enseñanza de la matemática. El proyecto se nutre teóricamente de las contribuciones de la Psicología del aprendizaje y de la Didáctica. Desde estos marcos se toman aportes relevantes, que se presentan sintéticamente a continuación.

De la fuente psicológica tomamos en especial los aportes de las teorías cognitivas (Constructivismo psicogenético, Teoría Socio–Histórica vigotskyana y la teoría del Aprendizaje Significativo), las que en general entienden que el aprendizaje efectivo requiere que el estudiante participe activamente en la construcción del conocimiento y que aquel es mediado por los procesos de pensamiento, de comprensión y de dotación de significado. Tenemos entonces que la actividad de los alumnos es base fundamental para el aprendizaje en tanto que la acción del docente es intervenir aportando las ayudas necesarias, estableciendo los esquemas básicos sobre los cuales éstos pueden explorar, observar y reconstruir conocimientos. En esos esquemas se articulan la información (aportada por el docente, los textos, los materiales y los alumnos) con las acciones cognitivas de los sujetos.

De esta misma fuente se toma el concepto de Interacción Socio–Cognitiva, entendiendo que la cognición humana óptima se lleva a cabo con la colaboración de otras personas y de objetos físicos y simbólicos que potencian las capacidades individuales. De allí sostenemos que los procesos grupales de construcción de conocimientos se constituyen en medios altamente eficaces para el logro de un aprendizaje significativo. Sin embargo en ellos se hace necesaria una intervención muy cuidadosa del docente tendiente a optimizar las actividades, supervisando cada grupo, facilitando los intercambios de tipo cognitivo, recuperando oportunamente lo producido en cada uno y logrando una reorganización final de los conocimientos trabajados.

Por otra parte, de la fuente didáctica tomamos en primer lugar el concepto de estrategia didáctica de Bixio (1998) que designa al conjunto de las acciones que realiza el docente con clara y explícita intencionalidad pedagógica. Algunas de sus componentes son el estilo de enseñanza, la estructura comunicativa de la clase, el modo de presentar los contenidos, las consignas, los objetivos y su intencionalidad, la relación entre materiales y actividades, los criterios de evaluación, etc. Las estrategias deben apoyarse en las construcciones de sentido previas de los alumnos (significatividad), orientar la construcción de conocimientos a partir de materiales adecuados y ser factibles de desarrollarse en el tiempo planificado, con la cantidad de alumnos con que se cuenta y

con la carga horaria destinada.

En segundo lugar, la propuesta se apoya en una ingeniería didáctica, por lo que se elaboró un conjunto de actividades concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo para efectuar un proyecto de aprendizaje sobre el tema mencionado.

En los análisis preliminares se tuvieron en cuenta: las dificultades y los errores más frecuentes de estos aprendizajes, las prácticas habituales de los docentes para el tratamiento de este tema y los diferentes enfoques que presentan los libros de texto sobre el mismo.

En este marco teórico general, la inclusión del Software Cabri para la enseñanza es pertinente, en tanto posibilita: la participación activa del alumno, el descubrimiento de propiedades del objeto de aprendizaje o sus relaciones (en este caso los triángulos), la re conceptualización significativa de saberes, el intercambio socio-cognitivo entre pares, entre otros aspectos.

### **El porqué de la propuesta**

La confluencia de varios factores hizo nacer la propuesta de estudiar los triángulos con el software Cabri:

- La poca motivación por las matemáticas que encontramos en el grupo de alumnos. Teníamos que idear estrategias válidas para motivar al grupo-clase.
- El auge de la informática, la moda del ordenador, el desarrollo de las nuevas tecnologías.
- El convencimiento, tal como decía Luis Santaló, de que para aprender matemática hay que usarla “como una manera de conocer, más que de hacer”, y esto implica pensar u organizar secuencias didácticas donde el eje sea la resolución de problemas.

### **Propósitos que perseguimos**

Entre los propósitos que perseguimos con la implementación de esta propuesta podemos mencionar los siguientes:

- Que los alumnos aprendan de una manera significativa desde lo psicológico, descubriendo por ellos mismos las propiedades de los ángulos de un triángulo, propiedad triangular y los puntos notables, re conceptualizando saberes abordados en la escuela primaria.
- Introducir a los alumnos en el uso del ordenador con propósitos de aprendizaje en Matemática.
- Dar oportunidades para expresar la creatividad.
- Fomentar el trabajo cooperativo y el trabajo en grupo. Resolver un problema en grupo implica muchas ventajas: escuchar, explicar, descubrir, razonar, compartir, intercomunicar, aprender, enseñar, descubriendo la matemática como una actividad interactiva y comunicativa.

### Descripción, objetivos y análisis de las actividades

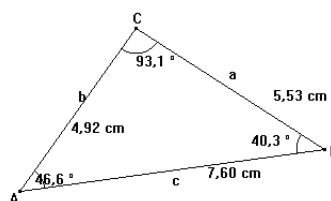
Realizaremos el análisis de la primera actividad y, a modo de ejemplo, presentaremos otra actividad de la secuencia, elaborada para que el alumno construya el concepto de mediatriz e investigue la propiedad del circuncentro.

### Clasificación de triángulos

Descripción de la actividad.

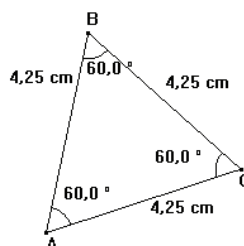
- I. Modifica el triángulo escaleno ABC, de forma de obtener en cada caso el triángulo especificado, siempre que sea posible. Indica en cada caso el valor de los lados y ángulos.

- a) acutángulo
- b) rectángulo
- c) obtusángulo



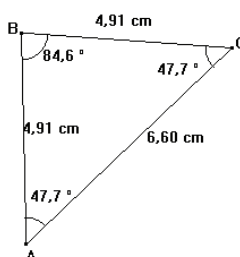
- II. Modifica el triángulo isósceles ABC, de forma de obtener en cada caso el triángulo especificado, siempre que sea posible. Indica en cada caso el valor de los lados y ángulos.

- a) acutángulo
- b) rectángulo
- c) obtusángulo



III. Modifica el triángulo equilátero ABC, de forma de obtener en cada caso el triángulo especificado, siempre que sea posible. Indica en cada caso el valor de los lados y ángulos.

- a) acutángulo
- b) rectángulo
- c) obtusángulo



#### Objetivos de esta actividad

Que el alumno sea capaz de lograr

- Relacionar las clasificaciones de los triángulos: según sus lados y según sus ángulos.
- Conjeturar acerca del comportamiento geométrico de los triángulos
- Confrontar sus conjeturas con las de sus compañeros y con el resultado de las construcciones o transformaciones según los gráficos obtenidos a través del software

#### Análisis de la actividad

Una de las intenciones de esta primera actividad fue recordar la clasificación de los triángulos según sus lados, según sus ángulos, los elementos de un triángulo y ver como en determinadas situaciones hay problemas que pueden tener varias soluciones (por ejemplo: escaleno acutángulo) o bien no tener solución (equilátero rectángulo).

Destacamos que respecto de esta última posibilidad se generó, en la clase correspondiente, un ameno debate entre los educandos, para justificar la imposibilidad de lo solicitado.

Con la participación de los distintos grupos formados y la guía del docente se logró llegar a la conclusión de que estas situaciones se generan cuando se solicita que propongan un triángulo con

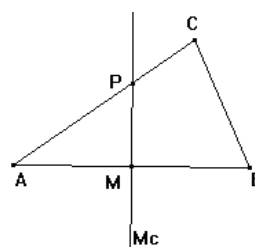
dos condiciones contradictorias, por ejemplo que un triángulo sea simultáneamente equilátero y obtusángulo.

### Concepto de mediatriz y propiedad del circuncentro

Descripción de la actividad.

I. En el triángulo dado se dibujó la mediatriz ( $M_c$ ) correspondiente al lado  $c$ . Para determinar qué propiedades cumple ésta recta halla:

- Distancia  $(A, M)$ , distancia  $(B, M)$  y compara los valores obtenidos
- El valor de los ángulos  $AMP$  y  $BMP$



II. Contesta las siguientes preguntas

- ¿Qué es el punto  $M$  respecto del segmento  $AB$  (lado  $c$ )?
- ¿Cómo es la recta  $M_c$  con respecto a lado  $c$ ?
- Modifica el triángulo y observa si se sigue cumpliendo lo indicado en los ítems a) y b)
- En base a las propiedades que cumple la mediatriz ( $M_c$ ) correspondiente al lado  $c$  del triángulo intenta dar una definición de mediatriz de un triángulo.

III. Traza las mediatrices correspondientes a los otros lados del triángulo y responde a las siguientes preguntas.

- ¿Las mediatrices se intersecan o no?
- Si la respuesta anterior sea afirmativa, ¿ en cuántos puntos se intersecan?
- Valdrá la misma respuesta para cualquier otro triángulo (rectángulo, obtusángulo, acutángulo, escaleno, isósceles y equilátero)?.

El punto de intersección de las tres mediatrices de un triángulo se llama CIRCUNCENTRO

IV. En la figura que obtuviste llama  $R$  al circuncentro y contesta:

- ¿El circuncentro puede estar fuera del triángulo?
- ¿El circuncentro puede ser un vértice?
- ¿El circuncentro puede estar dentro del triángulo?

- d) Teniendo en cuenta la clasificación de un triángulo según sus ángulos, donde se sitúa el circuncentro?
- V. Calcula la medida de los segmentos AR, BR y CR e indica cómo son éstas medidas.
- a) Si modificas el triángulo sigue valiendo lo observado en a)
- b) Indica qué propiedad tiene el circuncentro
- c) Traza la circunferencia que tiene como centro el punto R y como radio la medida del segmento AR
- d) ¿Por qué crees que el punto R recibe el nombre de circuncentro

### Organización del taller

En el taller participaron aproximadamente 84 alumnos de 1° año 3ª y 4ª división, los que tienen una edad aproximada de 13 a 14 años. Los estudiantes provenían de la escuela Agrotécnica N°4, de Libertador General San Martín de la Provincia de Jujuy.

Se los distribuyó en tres grupos de 28 alumnos cada uno, trabajando dos alumnos por ordenador. La duración de cada encuentro fue de 80 minutos, una vez por semana.

### Resultados de la experiencia

Entre los aspectos relevantes de esta experiencia podemos remarcar los siguientes:

- Relacionar la clasificación de los triángulos según sus lados y sus ángulos entre sí, fue una de las actividades que más le costó a los alumnos. Consideramos que esta dificultad se debe a que en la primaria se trabajan ambas clasificaciones por separado, y no hay un análisis de la interrelación de ellas. Les sorprendía que les propusiéramos situaciones imposibles como, por ejemplo, la de un triángulo equilátero rectángulo.
- Los procesos de generalizar y simbolizar, fueron otras de las grandes dificultades que tuvieron los estudiantes. Con las herramientas del software Cabri, ellos observaban las regularidades, pero extender esas regularidades a todos los triángulos les parecía algo muy apresurado. Esta primera apreciación se fue superando a medida que se analizaba el



alcance, hecho que se vio favorecido por la potencia que nos daba el software, para ver en cuestión de minutos lo que con las herramientas tradicionales nos llevaría más tiempo.

- Expresar sus conclusiones utilizando el lenguaje matemático fue todo un desafío. Después de superada la dificultad de generalizar, el otro inconveniente fue cómo expresar los resultados a los que habían arribado: los alumnos utilizaron sus propios códigos y estilos de lenguaje. Tomando como punto de partida sus conclusiones, se analizó su pertinencia y de ello surgió la necesidad de aunar criterios de notación, utilizando, para que podamos entendernos, un mismo lenguaje

### Conclusión

El carácter interactivo del programa fue muy valioso porque posibilitó al alumno contrastar la realidad con las respuestas dadas en un comienzo, lo que generó un debate de gran riqueza en las distintas instancias de la secuencia, y su participación activa en el propio aprendizaje.

Así mismo les ayudó a mirar la propuesta haciendo una lectura crítica, valorando la necesidad de la coexistencia de ambas herramienta: papel y lápiz por un lado y recursos informáticos por otro.

Los alumnos estuvieron motivados y comprometidos con la tarea, entre otras cosas, porque era una de las primeras veces que utilizaban la computadora en la clase de matemática.

Se pudo observar que por las actividades propuestas y el medio utilizado, los educandos vieron la necesidad de tener una mayor precisión y comprensión del lenguaje, debido a que el manejo del software lo requiere.

### Reflexión final

Utilizar como metodología de enseñanza la dialéctica instrumento-objeto, implica re conceptualizar nuestras ideas de lo que significa enseñar y aprender matemática. Es una forma de trabajo que requiere pensar no sólo cómo se va a enseñar sino también cuáles serán las distintas estrategias que utilizará el alumno. Implica todo un cuestionamiento previo, acompañado de una posible propuesta, que se termina configurando en la implementación.

### Referencias bibliográficas

- Abdala, C. y Real, M. (2001). *Carpeta de matemática 1*. Buenos Aires: Aique.
- Ausubel, D., Novack, J. y Hanesian, H. (1988) *Psicología Educativa*. México: Ed. Trillas
- Berté, A. (1993). *Matemática dinámica*. Buenos Aires: A-Z Editora.
- Berté, A. (1996). *Matemática de EGB 3 al Polimodal*. Buenos Aires: A-Z Editora.
- Bixio, Cecilia. (1998). *Enseñar y aprender*. Buenos Aires: Homo Sapiens,
- Castorina, J. A., Ferreiro, E., Lerner, D y Kohl de Oliveira, M. (1997) *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate*. Buenos Aires: Paidós Educador
- Casávola, H., Castorina, J. A., Fernández, S , Kaufman, A. Ma. Lenzi, A , Palau, G . (1984) *Psicología Genética aspectos metodológicos e implicancias pedagógicas*. Buenos Aires: Miño y Dávila
- Chemello, G. y Díaz, A. (1997). *Matemática, metodología de la enseñanza*. Buenos Aires: Prociencia.
- Douady, R., Artigue, M., Moreno, L. y Gómez, P.(1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá: Iberoamericana.
- Flavel, John. (1974). *La Psicología Evolutiva de Jean Piaget*. Buenos Aires: Paidós.
- Garaventa, L. y Rodas, P. (2002). *Carpeta de matemática 7*. Buenos Aires: Aique.
- Garton, A. y Pratt, C. (1991) *Aprendizaje y proceso de alfabetización*. Buenos Aires: Paidós.
- Giménez, J., Santos, L., da Ponte, J. P (coords) (2002). *La actividad matemática en el aula*. Barcelona: Grao.
- Kaczor, P., y Machiunas, V. (2002). *Matemática EGB 8*. Buenos Aires: Santillana.
- Piaget, Jean. (1972) *Psicología y Epistemología*. Buenos Aires: EMECE
- Piaget (1947/1975). *Psicología de la inteligencia*. Buenos Aires: Psiqué
- Ponce, Héctor. (2000) *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Buenos Aires: Editorial Novedades Educativas.

Rey Genicio, M., Lazarte, G., Forcinito, S. y Hernández, C. (2001) Volumen I: "*Fundamentos teóricos para innovar en la enseñanza de la matemática*" –Jujuy, Argentina: Editado por Facultad de Ingeniería – UNJu.-

Villella, José.(2002). *Didáctica de la matemática. Diálogo entre profesionales de la enseñanza*. Buenos Aires: Jorge Baudino Ediciones. UNSAM.

Vygotsky, Lev. (1988) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Buenos Aires: Grijalbo.