

SITUACIONES DIDÁCTICAS EN EL CONTEXTO DE INGENIERÍA CIVIL: CASO INFILTRACIÓN DE AGUA EN UN SUELO ESPECÍFICO

Hipólito Hernández Pérez, Ruth Rodríguez, Adriana Atenea de la Cruz
Universidad Autónoma de Chiapas, Instituto Tecnológico de México
Monterrey
polito_hernandez@hotmail.com, ruthrdz@itesm.mx, ateneadc@hotmail.com
Campo de investigación: Socioepistemología Nivel: Superior

Resumen. *En la presente investigación se abordó el problema de infiltración de agua en un suelo específico, en consecuencia se exploró una situación didáctica, considerando la noción de predicción como práctica social en la modelación matemática de este fenómeno físico. Se parte de la epistemología inicial del binomio de Newton y la serie de Taylor, como marco de referencia para el estudio del diseño de la situación, donde la práctica de predicción es incorporada de forma intencional. A la vez se reporta los resultados y las argumentaciones de los alumnos, las cuales fueron obtenidas a partir de los experimentos realizadas por los estudiantes, éstos resultados es con la finalidad de tener elementos didácticos para resignificar la serie de Taylor en la asignatura de Cálculo y Ecuaciones Diferenciales.*

Palabras clave: Infiltración, predicción, resignificación, socioepistemología

Problemática

En este trabajo se presenta una problemática en la que enfrentamos con frecuencia en la modelación matemática en Ingeniería civil ¿Cómo obtener un modelo matemático que represente la función de infiltración que estamos estudiando cuando los datos se obtienen experimentalmente? ¿Cómo podemos expresar una curva si no tiene una expresión matemática sencilla? La finalidad es de aproximar el comportamiento de la curva, si la curva es suave y los puntos representativos y hacer una buena aproximación de las partes que faltan a través de la predicción y la interpolación partiendo de un punto localmente conocido. (Villalobos, 2007).

En la revisión del plan de estudios de la carrera de Ingeniería civil, se encuentra que la matemática es para: resolver, modelar, identificar, predecir los problemas y fenómenos que se presentan en el entorno social, mismos que dan una idea de predicción de los fenómenos físicos, pero en los contenidos de cálculo, ecuaciones diferenciales, física y materias aplicada en Ingeniería no están integradas en forma explícita la noción de predicción (Stewart, 2006; Zill, 1993). En la modelación matemática en hidrología existen modelos que intentan simular el fenómeno de infiltración en forma empírica sin alcanzar la certeza necesaria para su predicción. En este trabajo se propone un modelo matemático que sea confiable, retomando principalmente las diferencias divididas de

Newton para obtener un polinomio que se aproxime a los valores experimentales. Por tanto, se plantea la siguiente hipótesis: la variación de la velocidad de infiltración es directamente proporcional a las diferencias de la capacidad de infiltración inicial y la capacidad de infiltración final como es propuesto en (Gardner & Widstoe, 1921; Horton, 1940). En el proceso de infiltración de agua en un suelo específico consideramos para su modelación matemática la práctica social de predicción a través de la exploración de una situación didáctica realizada por los estudiantes, partiendo con el estudio a priori de los datos registrados del experimento a través de un infiltrómetro construido por los estudiantes. La condición inicial y las variaciones de la infiltración la consideramos como patrones de una epistemología inicial del binomio de Newton y la serie de Taylor como marco de referencia para el diseño de la situación donde la práctica de predicción es incorporada intencionalmente, y a la vez reportamos los argumentos de los alumnos con la finalidad de tener elementos de resignificar la serie de Taylor en la modelación del proceso de infiltración y en las ecuaciones diferenciales.

Antecedentes

En las investigaciones de Cantoral (2001) y Hernández (2006) mencionan que el proceso de cambio en la naturaleza se registra en la variación de las variables y el reconocimiento de los procesos de predicción de corto alcance (la variación del movimiento local) y la predicción de largo alcance (estudio de la variación del movimiento global). El movimiento general y los fenómenos de flujo en particular poseen, entonces, herencia: el estado ulterior $P + PQ$ del fenómeno de variación $P \rightarrow P + PQ$ depende completamente de las circunstancias que caracterizan al estado de facto P y la evolución de un sistema que está completamente determinado por sus primeras variaciones. Esta conexión entre estados precisa como sustento primario el reconocimiento de la predicción asociada con la variación y cambio en la naturaleza: PQ es la variación de la variable independiente.

Con esta idea y en la necesidad de predecir, conocer, adelantar, Newton estableció el binomio que hoy en día lleva su nombre desarrollado en un contexto de movimiento de flujo de agua y fue dado como:

$$(P + PQ)^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ + \frac{m-2n}{3n}CQ + \frac{m-3n}{4n}DQ + etc$$

Donde: $A = P^{\frac{m}{n}}$, $B = \frac{m}{n}AQ$, $C = \frac{m-n}{2n}BQ$, $D = \frac{m-2n}{3n}CD$

Si el exponente $\frac{m}{n}$ es un número entero no negativo, entonces el binomio de Newton es una serie finita, si el exponente es un número fraccionario o un número negativo entonces el binomio de Newton es una serie infinita.

Según Edward (1979), Taylor publica su serie, basándose en el *argumento de interpolación* de Gregory–Newton y las diferencias finitas llegó al polinomio que se conoce como el polinomio de interpolación de Newton:

$$y = y_0 + k\Delta y_0 + k(k-1)/2\Delta^2 y_0 + k(k-1)(k-2)/6\Delta^3 y_0 + \dots + k\Delta^{k-1} y_0 + \Delta^k y_0$$

En esencia, Taylor consideró el siguiente proceso: $x = x_0 + k\Delta x$; $k = \frac{x - x_0}{\Delta x}$, y tomando a la variación de la variable independiente muy pequeña ($\Delta x \rightarrow 0$), k muy grande, x fija, llegó a construir la siguiente serie:

$$y = y_0 + (x - x_0) \overset{\cdot}{y}_0 / x + (x - x_0)^2 \overset{\ddot{\cdot}}{y}_0 / 2(x)^2 + (x - x_0)^3 \overset{\ddot{\cdot}}{y}_0 / 6(x)^2 + \dots$$

Donde $\overset{\cdot}{y}$, $\overset{\ddot{\cdot}}{y}$ representan diferenciales ésta fórmula es la serie de Taylor original e interpreta la razón de fluctuación como derivada. En síntesis, el binomio de Newton y la serie de Taylor son instrumentos de predicción en un contexto de variación.

La infiltración de agua a través de la superficie del suelo y hacia adentro del mismo, producido por las fuerzas gravitacionales y capilares. La diferencia entre el volumen de agua que llueve en una cuenca y el que escurre por su salida recibe el nombre de pérdidas, debido a la infiltración y vaporización. La infiltración juega un papel importante en la relación lluvia y escurrimiento y, por lo tanto, en los problemas de diseño y predicción asociados a la dimensión y operación de obras hidráulicas. El sistema de distribución de agua potable de Dijon, proyectado y construido por Darcy a mediados del siglo XIX, el realiza un estudios de infiltración y estable que *“la perdida de carga a*

través de un lecho filtrante es proporcional a la velocidad de la corriente” y no a su raíz cuadrada, como se venía aplicando erróneamente la ley de Torricelli a todo (Levi, 1989).

En el programa de hidrología, de la carrera de Ingeniería civil, se aborda el tema de infiltración y en el texto de Aparicio (1989) trata el fenómeno de infiltración de agua en suelos citando diferentes métodos empíricos, pero el método que citamos en esta investigación y el que pretendemos que los estudiantes reconstruyan a través de una situación didáctica es el de Horton, ver figura 1. El supuesto que el cambio en la capacidad de infiltración puede ser considerada proporcional a la diferencia entre la capacidad de infiltración actual y la capacidad de infiltración final (Gardner & Widstoe, 1921; Horton, 1940).

$$f_p = f_c + (f_o - f_c)e^{-kt}$$

Donde:

f_p : Capacidad de infiltración (mm/h), k : Factor de proporcionalidad llamado también “parámetro de decrecimiento” f_c : Capacidad de infiltración final, f_o : Capacidad de infiltración inicial ($t = 0$). t es el tiempo transcurrido desde el inicio de la infiltración.

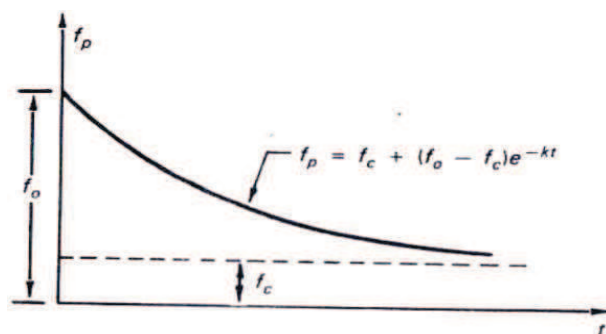


Figura 1. Representación gráfica de la tendencia de la infiltración respecto al tiempo.

Fuente: Aparicio (1989).

Marco teórico

En la investigación de Hernández (2006) hacen énfasis que no sólo los aspectos cognitivos están en juego en la construcción del objeto matemático sino en la práctica social que conduce a la

adquisición del conocimiento, donde el propósito de la matemática educativa es la de esclarecer y evidenciar la existencia de relaciones entre el conocimiento y prácticas sociales, es decir, enfatizar la componente social sistemáticamente con otras dimensiones: epistemológica, cognitiva, didáctica del conocimiento matemático. La aproximación socioepistemológica, es el resultado de la conjunción de estas dimensiones, como marco teórico, en particular en este trabajo, mostramos el papel de la práctica social de la predicción en la modelación del proceso de infiltración de agua en un suelo específico como otra forma de reorganizar el cálculo.

En base a lo anterior se parte con una epistemología como marco de referencia para el diseño de la situación donde la actividad humana es incorporada a la epistemología con intencionalidad, en esta fase se realiza un estudio *a priori* a partir de la hipótesis descriptiva y predictora propuesto con la intención que los estudiantes experimenten y argumenten para la reconstrucción de significados del proceso de infiltración. El diseño de situaciones es planteado en el sentido propuesto por Cordero (1998) $E_0 \rightarrow S_0 \rightarrow E_1 \rightarrow S_1 \rightarrow \dots$, es decir, una epistemología inicial, situación puesta en escena, modificación de la epistemología inicial, situación puesta en escena, este proceso forma un ciclo, de manera que nuestra investigación robustecerá la epistemología inicial de la cual partimos a través de profundizar en los aspectos socioepistemológicos del fenómeno de infiltración de agua en un suelo específico y responder nuestra pregunta de investigación.

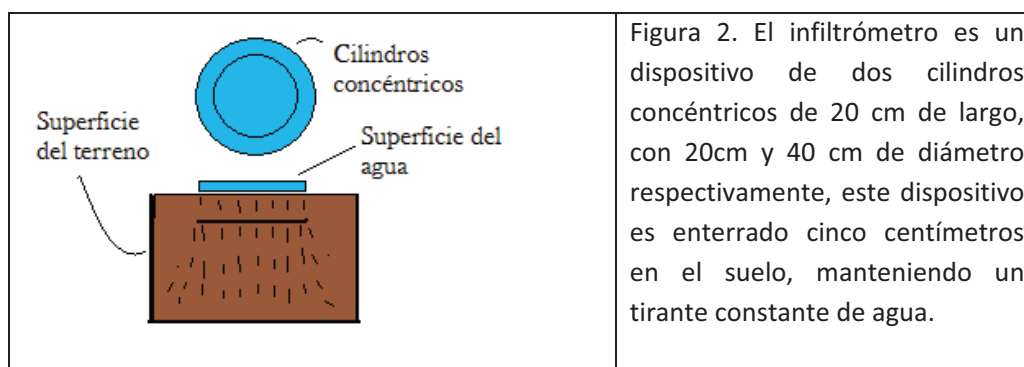
Situación didáctica

La situación didáctica fue diseñar un dispositivo por medio del cual se hizo lectura del tiempo y la variación de la altura de la columna de agua dentro del dispositivo llamado infiltrómetro (ver la figura 2), con la finalidad de medir la infiltración de agua en un suelo específico (arcilla arenosa). Por tanto, el procedimiento es el siguiente:

- 1) Introducir los cilindros 5 cm en el suelo, comenzando con el más pequeño. Se puede utilizar un martillo para golpear el cilindro contar la superficie.
- 2) Añadir agua entre los dos cilindros. Mantener aproximadamente igual el nivel del cilindro externo al nivel del cilindro interno. Observar que el nivel de agua en el cilindro exterior baja más rápidamente que el del cilindro interior. Añadir agua al cilindro interno justo por

- encima de la línea de referencia superior. Observar que el cilindro del exterior no debe salir agua en la superficie.
- 3) Cuando el nivel del agua en el cilindro interno alcance la marca superior de referencia, se registra el tiempo que indica el cronómetro en la hoja de datos de infiltración.
 - 4) Mientras se está tomando el tiempo hay que mantener el nivel del agua igual en ambos cilindros, es decir, con tirante constante.
 - 5) Cuando el nivel de agua en el cilindro interno alcanza la marca inferior de referencia, se registra el tiempo. Ese es el tiempo de finalización, obtenga el intervalo de tiempo.
 - 6) Calcule el punto medio del tiempo y la velocidad del flujo con los datos obtenidos
 - 7) Se repiten los pasos 2 al 5.

El dispositivo fue construido por cada equipo de cinco estudiante, las mediciones de la práctica se llevó a cabo de acuerdo al procedimiento anterior, y se en la cual tienen los siguientes registros.



Resultados

El equipo 1, registra las mediciones del tiempo y la variación de la columna de agua y obtiene la velocidad de infiltración, ver la tabla y la gráfica No. 1. Y argumentan “Qué la velocidad de filtración que posee la tierra depende directamente de la cantidad de agua que se encuentre concentrada en esta, lo cual se puede apreciar que al inicio de la práctica la velocidad de filtración

encontrada fue alta, mientras que al transcurrir diferentes intervalos de tiempo, la velocidad de filtración es más lenta”

tiempo Inicio (seg)	tiempo Final (seg)	intervalo (min)	punto Medio (min)	velocidad (mm/min)
0:00	0:55	0:92	0.45833	21.81
0:58	2:25	29/20	1.7333	13.79
2:57	4:20	103/60	3.475	11.65
4:31	6:33	61/30	5.5333	9.83
6:42	9:27	323/40	8.075	7.27
9:32	12:30	89/30	11.0116	6.74
12:34	16:26	58/15	14.5	5.17
16:29	20:55	133/30	18.7	4.51
21:00	26:01	301/60	23.5083	3.98
21:06	31:32	163/30	28.8166	3.68

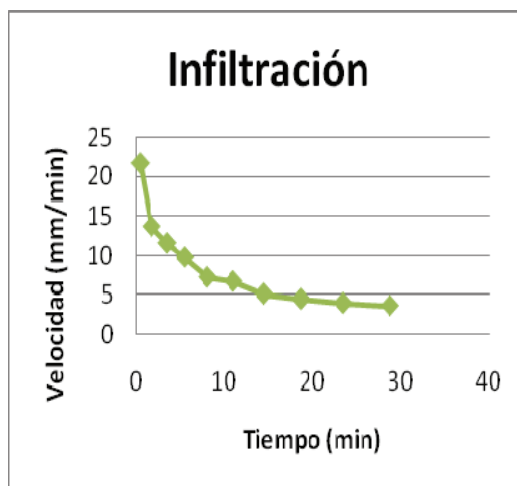


Tabla 1. Tiempo vs Velocidad de infiltración.

Gráfica 1 tiempo vs Velocidad de infiltración

El equipo 2, registra las siguientes mediciones, ver la tabla y la gráfica No. 2. Y argumentan que “La velocidad de infiltración se determina midiendo el tiempo que tarda el agua depositada en un suelo en recorrer una distancia con un punto inicial y un final. Esta velocidad va cambiando en el tiempo a medida que los poros del suelo se van llenando de agua”

tiempo inicial (seg)	tiempo final (seg)	intervalos (seg)	punto medio (seg)	Velocidad (mm/min)
1.56	3.23	1.27	2.39	15.74
3.25	4.55	1.30	4.10	10.38
4.56	6.53	2.27	5.54	8.81
6.58	9.24	3.06	8.31	6.53
9.26	12.49	3.23	11.27	6.1
12.50	16.36	3.46	14.43	5.7
16.39	20.37	3.58	18.38	5.2
20.43	24.59	4.16	22.51	4.8
25.00	29.20	4.20	27.03	4.7

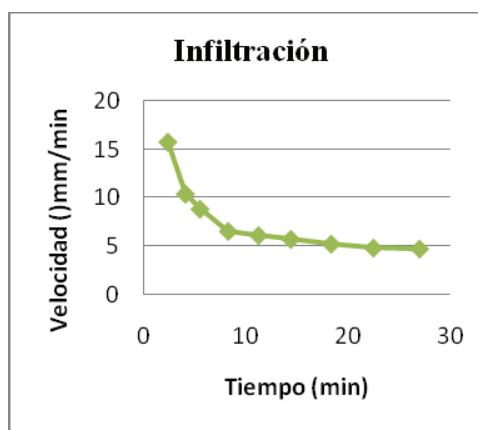


Tabla 2. Tiempo vs Velocidad de infiltración

Gráfica 2. Tiempo vs Velocidad de infiltración

Conclusiones

En esta investigación encontramos elementos de análisis del proceso de infiltración de agua en un suelo arcilla-arena a través de los datos de la medición del experimento y la representación gráfica del fenómeno físico. Por lo tanto, con los datos experimentales, representados en las gráficas y los argumentos de los estudiantes se llega a un comportamiento similar en los propuestos por (Gardner & Widstoe, 1921; Horton, 1940). Los resultados indican que la velocidad del flujo en la infiltración es más lenta en el transcurso del tiempo debido a la saturación del suelo. En consecuencia con la situación didáctica se encontró una sólida entidad conceptual que da pie a nuevos acercamientos didácticos y que pueden estar inmersos en los estudiantes en una situación escolar, en este caso la práctica social de predicción. En la segunda etapa, se pretende diseñar una situación que favorezca la construcción del modelo matemático de infiltración a través del binomio de Newton y llegar a comprobar que la solución es una serie de Taylor, éste proceso es con la finalidad de resignificar la serie de Taylor en la modelación matemática a fin de establecer una reorganización del discurso matemático escolar considerando como eje organizador la noción de predicción.

Referencias bibliográficas

- Aparicio, F. (1989). *Fundamentos de Hidrología de superficie*. México: Limusa.
- Cantoral, R. (2001). *Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en matemática Educativa* (1). 57-74.
- Edward, H. (1979). *The Historical Development of the Calculus*. U.S.A: Springer-Verlag.
- Gardner, W., Widstoe, J. (1921). The movement of soil moisture *Soil Sci.* 11:215-232.
- Hernández, H. (2006). *Una visión socioepistemológica de la matematización del movimiento: del binomio de Newton a la serie de Taylor*. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Autónoma de Chiapas. México.

Horton, R. E. (1940). An approach to the physical interpretation of infiltration capacity. *Soil Sci. AM. Proc.* 5, 399-417.

Levi, E. (1989). *El agua según la ciencia*. México: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. Ediciones Castell Mexica, S. A.

Stewart, J. (2006) *Cálculo diferencial e integral*. México: Thomson

Villalobos, C. (2007). *La interpolación en la modelación matemática del proceso de infiltración*. Tesis de Licenciatura, no publicada. Universidad Autónoma de Chiapas. México.

Zill, D. (1993). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.