

EL USO DE LAS GRÁFICAS EN EL BACHILLERATO. UNA SEGMENTACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Claudia Cen Che, Francisco Cordero Osorio
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
ccen@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx
Campo de investigación: Socioepistemología

México

Nivel: Medio

Resumen. *La Socioepistemología a través de diversos resultados de investigación, señala la conveniencia de hacer estudios del uso del conocimiento matemático y su desarrollo para crear un marco que ofrezca las prácticas de referencia en donde se resignifique la matemática. Bajo esa premisa estudiamos los usos de la gráfica en el bachillerato, con el fin de construir un marco de referencia que dé evidencia de los funcionamientos y formas de las gráficas y en consecuencia una resignificación del conocimiento. Lo anterior abre una nueva brecha para tratar a la gráfica, puesto que no la miramos como la representación de algún concepto matemático. Por el contrario, la graficación es abordada como la argumentación que genera conocimiento. En ese sentido, afirmamos que tratamos con una segmentación del conocimiento, puesto que hay un cambio de enfoque que nos conduce a teorizar sobre el uso del conocimiento y como consecuencia se genera un subuniverso de significados.*

Palabras clave: Gráficas, segmentación, uso, funcionamiento, forma

La educación media superior mexicana

La estructura social de la educación en México está formada por los niveles de educación básica, media superior y superior. La educación media superior (EMS), en la cual se ubica nuestra investigación, está conformado por jóvenes de entre 15 y 18 años de edad aproximadamente. En este nivel existen tres modalidades: la educación profesional técnica, el bachillerato general o propedéutico y el bachillerato bivalente.

La educación profesional técnica capacita al estudiante para el ejercicio de una actividad productiva. En tanto que el bachillerato bivalente combina una formación profesional en el ámbito técnico con el bachillerato y prepara al estudiante para sus estudios superiores preferentemente de tipo tecnológico. El bachillerato general promueve el estudio de las diferentes disciplinas humanísticas, científicas y tecnológicas que lo ayuden a identificar su campo de estudio profesional (Zorrilla, 2008).

Puesto que cada modalidad de la EMS tiene su propia identidad, eso conduce a la creación de sus propios planes y programas de estudio. Sin embargo, de forma global se considera suficiente en

los programas que el estudiante domine contenidos de temas con base a la “memorización de sencillas cápsulas sintéticas, clasificaciones, mapas mentales, definiciones, mecanización de operaciones o fórmulas” (Zorrilla, 2008, p. 33).

La investigación que presentamos se ubica en el bachillerato bivalente del Instituto Politécnico Nacional (IPN), particularmente en el área de Ingeniería y Ciencias Físico Matemáticas. Su programa de estudios se explicita que la resolución de problemas es lo que permite generar e integrar conocimiento (IPN, 1995 y 1996), además de distinguir al docente como un sujeto facilitador del aprendizaje. Entre sus objetivos se destaca que los estudiantes desarrollaran su capacidad para comunicar su pensamiento y gradualmente se acostumbrarán a los diversos medios de expresión matemática: lenguajes natural, simbólico y gráfico, así como al uso de tablas y diagramas (IPN, 1995 y 1996).

La problemática

La problemática de investigación que atendemos es aquella centrada en los objetos matemáticos como la manera de referirse al conocimiento matemático (Cordero, 2001). Lo anterior se refleja en los programas de estudio, pues siguen una secuenciación lógica de conceptos matemáticos, donde la atención está en el objeto matemático. Esto se debe a que la matemática se ha constituido socialmente en ámbitos no escolares y su introducción al sistema de enseñanza obliga a tomar una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento (Cantoral, 2003).

Por ejemplo, en los programas de estudio de matemáticas que analizamos, las gráficas están asociadas a la representación del concepto de función. Con la gráfica, se señala el dominio, el rango de funciones y se ilustra la dependencia entre variables, por tanto también se establece la contraparte, cuándo la gráfica no es la representación de una función. Además con la gráfica se mira el comportamiento que tiene la función en intervalos.

También con ayuda de la gráfica se ilustra o comprueba la solución de sistemas de ecuaciones lineales y lineales y cuadráticas. En otro momento, la gráfica es utilizada para representar el área bajo la curva y el volumen de un sólido de revolución, sin embargo, la atención está puesta en la función a integrar.

Lo anterior, sugiere que el estatus epistemológico de la gráfica, curricularmente, es el instrumento que permite desarrollar el concepto de función y establecer sus propiedades, según las secuencias semestrales que sugieren los programas de estudios.

Pero, en dónde quedan los sentidos de los participantes al momento de resolver alguna situación, si lo que hacen es seguir los procedimientos establecidos.

Ante tal cuestionamiento, nuestra postura no es realizar un estudio del conocimiento matemático sino, comprender la función del conocimiento matemático. Para ello, se deben identificar o construir marcos o prácticas de referencia donde se manifieste el uso del conocimiento matemático en situaciones específicas (Cordero, Cen y Suárez, en prensa). Porque ahí aparecerán elementos que corresponden a la utilidad del participante.

Marco teórico

La teoría socioepistemología (SE) no mira los conceptos y sus diferentes estructuraciones en forma aislada, sino trata con las prácticas que producen o favorecen la necesidad de tales conceptos, es decir intenta crear un modelo de conocimiento que dé cuenta de la construcción social del conocimiento matemático y poner al descubierto sus causas reales: el reto es formular epistemologías de las prácticas sociales que generan el conocimiento matemático (Cantoral y Farfán, 2003). Ante tal situación se deben identificar o construir aquellos marcos de referencia donde se manifieste el uso del conocimiento matemático.

Para la construcción de los marcos de referencia, miramos las cuatro componentes de la construcción social del conocimiento, que plantea la SE. En forma sistémica miramos las componentes: social, epistemológica, cognitiva y didáctica.

En la dimensión social consideramos a la graficación como una práctica institucional, puesto que ha permanecido en el discurso matemático escolar y se ha ido transformando para establecerse tal y como lo conocemos en la actualidad. La componente epistemológica identifica los usos de la gráfica ubicándolos en escenarios particulares, sin mirar los conceptos u objetos matemáticos preestablecidos (la gráfica como la representación del concepto de función). La dimensión cognitiva asume entonces al conocimiento como una serie de procesos sustentados por mecanismos que se han desarrollado al seno de las prácticas institucionales. Por último, la

componente didáctica se ocupa de la difusión del conocimiento a través del discurso matemático escolar examinando sus implicaciones didácticas y las resignificaciones del conocimiento matemático (Cordero, Cen y Suárez, en prensa).

La investigación

Bajo la visión SE desarrollamos la teorización *uso de la gráfica* que nos orienta a una segmentación del conocimiento matemático (Berger y Luckman, 2006). Por segmentación nos referimos a una nueva concepción, en este caso de las gráficas, que están presentes en la matemática. El tratar con los usos de la gráfica nos permitirá identificar o construir los marcos de referencia en donde se manifiesta el uso del conocimiento matemático con competencia funcional.

En ese sentido, no estudiamos a las gráficas de las funciones como un desarrollo representacional del concepto de función, sino el desarrollo del uso de las gráficas de las funciones en las prácticas institucionales, en donde ésta normaría el sentido y la funcionalidad a la matemática (Cordero, Cen y Suárez, en prensa).

Investigar sobre los usos de la gráfica, conlleva a la creación de un subuniverso de significados, lo que permite su consolidación y objetivación. El subuniverso que estamos construyendo a la luz de nuestra investigación es categorizar el uso de las gráficas a través de su funcionamiento y su forma orgánica en la situación específica que se presente, a la vez nos permitirá formular un marco de referencia en donde se resignifique la gráfica de la función, de ahí la importancia de hacer estudios del uso del conocimiento matemático que incidan en una matemática funcional en la escuela (Cordero, 2008; Suárez, 2008; Campos 2003, Domínguez, 2003 y Cen, 2006).

El uso de las gráficas

Para formular el uso de las gráficas, realizamos una revisión de los libros de texto sugeridos en los programas de estudio. Pues consideramos que son el medio de difusión de la producción matemática y además es el marco de referencia que generan el discurso matemático que se manifiesta en la práctica del profesor y los estudiantes (Cordero y Flores, 2007).

Resultado de la revisión, fue encontrar el universo de gráficas con que los estudiantes tratan a lo largo de sus seis semestres de bachillerato, las cuales son referidas para representar algún concepto matemático, como hemos mencionado anteriormente, o alguna mecanización de operaciones. Esto nos muestra que el conocimiento así como es tratado en el bachillerato es utilitario, pero no funcional (Cordero, 2008).

Con base a los libros de texto y el análisis del programa de estudios, identificamos los momentos en que aparece la gráfica. De ahí, que examinamos las relaciones entre esos momentos de forma tal que nos orientaron a establecer las distintas situaciones en donde se utiliza la gráfica.

Ella está asociada a situaciones de acción u operaciones algebraicas. Estos son: conocer la forma gráfica de una función, su interpretación geométrica, su asociación curva-expresión algebraica para comprender sus transformaciones, análisis global de la curva, cálculo de área y volumen bajo la curva. Una situación particular en donde no interviene la función es la recopilación de datos o bien la interpretación de éstos (Cen, 2006). Por la naturaleza de cada situación, los usos que ahí aparecen tienen funciones específicas que conllevan formas específicas.

El uso tiene inherente el binomio funcionamiento y forma. El uso de la gráfica, lo ubicamos como el papel que desempeña en la situación y se manifiesta por sus funcionamientos y formas. Así el funcionamiento son las ejecuciones, acciones u operaciones que desempeña la gráfica en la situación y la forma son las clases de esas ejecuciones, acciones u operaciones (Cordero y Flores, 2007).

Los funcionamientos y formas de las gráficas debaten entre sí, su relación es dialéctica, dando origen a un uso de gráfica. Los funcionamientos y formas se van reorganizando para dar lugar a otros funcionamientos y formas gráficas, lo cual quiere decir que la gráfica se resignifica. La resignificación es interpretada como la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional, la cual se manifiesta en el uso del conocimiento en una situación específica (Cordero, 2005 y 2008).

Los usos de las gráficas que identificamos en el bachillerato con base a la situación que se presente son:

- Uso distribución de puntos. Se presenta cuando la situación es conocer la forma gráfica de una función. Se manifiesta con formas tales como tablas con valores previamente establecidos,

gráficas y ecuaciones con funcionamientos tales como la ubicación de puntos, desplazamiento en el plano cartesiano, variación de los puntos para el trazado de curvas continuas o no (Cen, 2006).

- Uso comportamiento geométrico (Campos, 2003; Cordero y Flores, 2007). Se presenta cuando la situación es la interpretación geométrica de una función, asociación curva-expresión algebraica, con la finalidad de comprender cómo se dan las transformaciones de las funciones. Este uso se manifiesta a través de funcionamientos tales como la obtención de nuevas gráficas de funciones a partir de una ya conocida con formas tales como la traslación horizontal o vertical, estiramiento o reflexión de la gráfica.

- Uso análisis de la curva. Se presenta cuando la situación está dirigida hacia la curva, en específico a la variación de esta, es decir, se hace un análisis global de la curva. Este uso se manifiesta con funcionamientos tales como el análisis del comportamiento, creciente o decreciente, en los intervalos de la función para ubicar los puntos máximos y mínimos, puntos de inflexión si los hay y la concavidad de la curva en ciertos intervalos, las formas en que se presenta lo anterior es a través de una tabla de variación y los criterios de la primera y segunda derivada (Cen, 2006).

- Uso cálculo de áreas y volúmenes. Se presenta cuando la situación es hallar el área o volumen de una figura limitada por funciones. En esta situación se percibe que para los cálculos anteriores el foco de atención no está en la gráfica misma sino en la unidad de análisis que describen la o las gráficas para establecer la función a integrar y hacer el cálculo respectivo. El funcionamiento de la gráfica es para definir la superficie del área o bien la superficie a rotar para el cálculo del área y el volumen, la forma de tal funcionamiento es a través de la integración (Cen, 2006).

- El uso análisis de información (Cordero y Fores, 2007). Se presenta cuando la situación que se presenta es la recopilación de datos o bien la interpretación de éstos. Este uso se manifiesta con formas tales como tablas, gráficas de barras, poligonales, histogramas y la curva normal. Los funcionamientos son para el análisis de información.

Los usos de la gráfica se desarrollan en el transcurso del bachillerato. Sin embargo, éstos no son vistos como tales en el discurso matemático escolar, ya que la atención está sobre los objetos matemáticos. Los usos presentados evolucionan, ya que se forman construcciones, se hacen

distinciones entre ellas, se ponen en juego clases de actividades y usos del conocimiento, donde no solo se da un lenguaje de herramientas sino que se desarrollan (Cordero, 2008).

Como ejemplo, para señalar el desarrollo de usos, planteamos el escenario de resignificación de la recta.

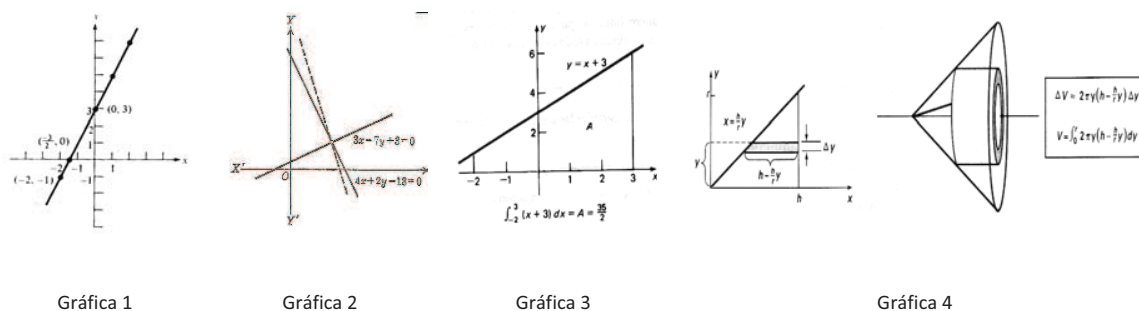


Figura 1. El escenario de la recta (Cordero, Cen y Suárez, en prensa)

En el discurso matemático escolar trata con la recta, en la tercera unidad del primer semestre, en donde el uso de la gráfica es la distribución de puntos (Gráfica 1; AIM-NMS-IPN, 2004), el funcionamiento es la ubicación de puntos para el trazado de la recta a través de la forma tabular, una vez que se reconoce cómo es la ecuación y la forma de la recta, este uso evoluciona para dar lugar al comportamiento geométrico (Gráfica 2; Swokowski, 1998) cuyo funcionamiento es la asociación gráfica-expresión algebraica, en donde las formas en que se presenta es a través de la transformación de funciones (traslación horizontal y vertical, estiramientos y reflexión) en donde el estudiante de alguna manera puede inferir la posición de la recta, posteriormente la recta es usada para el cálculo del área y del volumen (Gráfica 3; Lehmann, 1998 y Gráfica 4; Larson, 1982), el funcionamiento de la gráfica radica en definir el área que genera la superficie del área a calcular las formas de tales funcionamientos son a través de la integración. El desarrollo del uso consiste en distribuir puntos, después establecer comportamientos geométricos y con ello, finalmente, calcular superficies.

Conclusiones

El escenario planteado sobre el uso de la gráfica es un ejemplo de cómo las gráficas como herramienta evolucionan para ser una mejor herramienta. Esto nos lleva a formular la hipótesis que las gráficas como herramientas deberán evolucionar a la par de las formas de hacer de los participantes, el profesor y el estudiante, ya que responde a la funcionalidad del conocimiento matemático. Para probar nuestra hipótesis, miraremos otros dominios científicos para hallar evidencia sobre los usos de las gráficas que tienen los participantes y destacar las similitudes y diferencias entre esos dominios. Lo anterior nos permitirá crear un marco de referencia sobre los usos de las gráficas que permitirá resignificar el conocimiento matemático.

Referencias bibliográficas

AIM-NMS-IPN, (2004). *Álgebra. Libro para el estudiante*. México, D. F: Autor.

Berger, P. y Luckman, T. (2006). *La construcción social de la realidad*. 20ª reimpresión, Buenos Aires: Amorrortu.

Campos, C. (2003). *La argumentación en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Cantoral, R. (2003). La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: Una mirada emergente. (CD-ROM) *XI Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Tema: Educación Matemática & Desafíos y Perspectivas*. Blumenau, Brazil: Universidad Regional de Blumenau.

Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 6(1), 27-40.

Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), 103-128.

Cordero, F. (2005). La socioepistemología en la graficación del discurso matemático escolar. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 477-482.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Ed.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 285-309). D. F., México: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 10 (1), 7-38.

Cordero, F., Cen. C. y Suárez, L. (en prensa). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*.

Domínguez, I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

IPN. (1995). *Programas de Estudio. Nivel Medio Superior: Álgebra. Geometría y Trigonometría. Geometría Analítica*. México, D.F: Autor.

IPN. (1996). *Programas de Estudio. Nivel Medio Superior: Cálculo Diferencial. Cálculo Integral. Probabilidad y Estadística*. México, D.F: Autor.

Larson, R. (1982). *Cálculo y Geometría Analítica* (2a. edición). México: McGraw-Hill.

Lehmann, Ch. (1998). *Geometría Analítica*. México: Limusa

Suarez, L. (2008). *Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico*. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Swokowsky, E. (1998). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: International Thomson.

Zorrilla, J. (2008). *El bachillerato mexicano: un sistema académicamente precario. Causas y consecuencias*. México: UNAM.