

## EL PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL COMO EJE RECTOR PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS. UN ESTUDIO EN EL MARCO DE LA RIEMS

Luis Cabrera Chim, Ricardo Cantoral Uriza

Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados (Cinvestav) del IPN México

lmcabrera@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

Campo de investigación: Pensamiento Variacional

Nivel: Superior

**Resumen.** *La actual Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) tiene como objetivo la creación del Sistema Nacional de Bachillerato en un Marco de Diversidad. Para lograr esto, se adopta al Enfoque en Competencias como un medio para promover una formación mínima común compartida por todos los jóvenes que egresen de este nivel. Sin embargo, este enfoque carece de un adecuado marco didáctico metodológico que guíe el trabajo en el aula. Situación que afectará la adecuada concreción de la Reforma. Así, nuestro trabajo pretende identificar si los resultados provenientes de la línea de investigación Pensamiento y Lenguaje Variacional, pueden proporcionarnos elementos para el diseño de situaciones de aprendizaje propicias para alcanzar los objetivos propuestos en la RIEMS.*

**Palabras clave:** Pensamiento variacional, competencias, reforma de bachillerato

### Introducción

La actual Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) tiene como objetivo la creación del Sistema Nacional de Bachillerato en un Marco de Diversidad (SEP, 2008). Ella busca incidir en los problemas relacionados con la *calidad, cobertura y equidad* de la educación que se imparte en el bachillerato, pero también, busca dotar a este nivel de una identidad (SEP, 2008). Para ello se ha propuesto la creación de un Marco Curricular Común (MCC), en donde se establece una serie de desempeños terminales que toda institución de este nivel debe promover. Éste se compone de una serie de competencias genéricas, competencias y conocimientos disciplinares y competencias profesionales.

Por su parte, el Enfoque Educativo en Competencias promueve el desarrollo de aprendizajes funcionales que permitan a los estudiantes afrontar los desafíos de la realidad que viven. Una competencia abarca a un conjunto de capacidades, que se desarrollan a través de diversos procesos, que conducen a las personas a poder realizar múltiples acciones, las cuales le permiten evidenciar su capacidad para resolver un problema dado en un contexto específico y cambiante (Andrade, 2008). Esto presenta una amplia connotación que va más allá del simple hecho de saber ejecutar una tarea con cierta destreza. Ella involucra la disposición de realizarla con calidad, con

raciocinio, basada en una fundamentación y comprensión conceptual. Se establece que el desarrollo de una competencia requiere poner en acción tres elementos: informaciones, habilidades y una situación inédita que plantee un problema (Díaz-Barriga, 2006). La situación debe promover que el estudiante movilice sus aprendizajes y los reestructure a la luz de ella, favoreciéndose la transversalidad de los mismos.

De este modo, el Enfoque por Competencias exige una serie de cambios dentro el sistema educativo, en especial en el aula, que no son cubiertos dentro la Reforma y que la pueden llevar al fracaso. Por ejemplo, se establece que las instituciones de este nivel no tendrán que modificar sus estructuras curriculares para homologarlas al MCC, así como tampoco, los profesores tendrán, necesariamente, que realizar nuevas tareas (SEP, 2008). Ellos deberán únicamente enfocar su trabajo para lograr que el estudiante desarrolle los desempeños señalados en el MCC. Sin embargo, la escuela se ha abandonado al desarrollo de formas de trabajo rutinarias, lo cual dificulta la formación de una habilidad o construcción de un conocimiento, y por ende el desarrollo de una competencia (Díaz-Barriga, 2006). A esta situación debemos agregar que el Enfoque en Competencias carece de elementos didácticos metodológicos que guíen sus propuestas educativas (Andrade, 2008).

Por su parte, bajo el seno de la Teoría Socioepistemológica se ha venido desarrollando la línea de investigación denominada *Pensamiento y Lenguaje Variacional (Pylvar)*, la cual estudia los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio (Cantoral, 2004). De este modo, nuestro trabajo se centra en analizar cómo el *Pylvar*, en específico el estudio de la variación, puede constituir un eje rector que guíe el diseño de situaciones de aprendizaje, las cuales promuevan el desarrollo de las competencias descritas en el MCC.

### **Marco de referencia y metodología**

La línea de investigación *Pylvar* pone énfasis en comprender los mecanismos de construcción del conocimiento matemático relacionado con el pensamiento predictivo; en encontrar marcos de referencia que resignifiquen tales conocimientos, y comprender el papel que juegan los ambientes socioculturales en ello (Cantoral y Farfán 2003). Para lograr tal construcción y significación, el

*Pylvar* parte de las ideas intuitivas que poseen los estudiantes sobre el cambio y la variación, y las hace evolucionar a través de situaciones donde el estudio del cambio es el eje principal. Donde el enfrentamiento con la situación exige del uso y desarrollo de *estrategias variacionales* (Aparicio, 2003). La predicción, la comparación, la aproximación y la estimación son algunos ejemplos de tales estrategias.

La Teoría Socioepistemológica postula que existe una filiación entre el conocimiento matemático y las prácticas humanas (Cantoral, 2004). De este modo, le interesa entender, explicar y modelar el papel de las *prácticas sociales* en los procesos de construcción, adquisición y difusión del saber matemático. El constructo de *práctica social* hace referencia a aquello que provoca que un individuo o grupo realicen eso que hacen (Covían, 2005; citada en Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez, 2006).

Es importante aclarar que entenderemos por *situación de aprendizaje* a aquella situación problemática que pone al estudiante ante un ambiente favorable para el desarrollo de procesos de construcción de significados para una noción, proceso, procedimiento, concepto, etc. (Cabrera, 2009).

De este modo, realizamos un estudio teórico, en el cual presentamos un análisis descriptivo-comparativo mediante el análisis de documentos. Nos interesó establecer una posible equiparación entre los resultados educativos que propone el Enfoque en Competencias y los resultados obtenidos en trabajos desarrollados bajo el *Pylvar*. Para ello nos centramos en un aspecto: construcción de conocimientos (elemento inherente a una competencia). Para realizar esta comparación, en lo que respecta a las competencias, nos enfocamos principalmente en las ideas establecidas por Philippe Perrenoud (2002). Esto debido a la discusión que el autor realiza sobre la aplicación del enfoque en el aula. Por otra parte, cabe aclarar que al tomar a la RIEMS como ambiente de estudio, retomamos la división en bloques disciplinares que ella realiza: matemáticas, ciencias experimentales, ciencias sociales y comunicación. Centrándonos aquí en las *competencias matemáticas*. En lo que respecta al *Pylvar*, los documentos analizados se establecieron considerando los siguientes puntos: presentar el diseño de una secuencia de aprendizaje (estudio del cambio y la variación); considerar al constructo de práctica social como eje de la actividad, y una adecuada discusión respecto del trabajo de los estudiantes y respecto al uso de las estrategias variacionales al enfrentar el problema. Sin embargo, esta forma de elección

de los trabajos sobre el *Py/Var* presenta también algunas limitaciones. Por ejemplo, ellos poseen problemáticas de investigación y objetivos diferentes al nuestro, por lo cual sólo presentan y discuten, según sus objetivos, pequeñas partes de las estrategias o acciones realizadas por los estudiantes para enfrentar los diseños desarrollados en cada trabajo. Esto nos impide observar la evolución de las mismas, y nos lleva a necesidad de complementar la información recabada, con las conclusiones y discusiones que el autor realiza.

### Resultados y discusión

El desarrollo de competencias en el aula se produce al enfrentar al estudiante con una variada diversidad de *problemas complejos*. Estos *problemas* se desarrollan a partir de las prácticas propias de los *contextos particulares* en los cuales se requiere desarrollar las competencias (Perrenoud, 2002). Esto permite generar situaciones donde ellas se desarrollan al ser elementos necesarios y pertinentes para enfrentar el problema. Se busca generar condiciones iguales a aquellas que se presentarán fuera de la escuela, posibilitando la transferencia y el aprendizaje de aquello que se requerirá al enfrentarlas. A continuación presentamos algunos ejemplos propuestos para la adquisición de capacidades matemáticas.

*Una clase de un colegio que quiere alquilar un autocar para hacer una excursión se pone en contacto con tres empresas de transporte para obtener información sobre los precios.*

- *La empresa A cobra una tarifa inicial de 375 zeds más un plus de 0.5 zeds por kilómetro recorrido.*
- *La empresa B cobra una tarifa inicial de 250 zeds más un plus de 0.75 zeds por kilómetro recorrido.*
- *La empresa C cobra una tarifa fija de 350 zeds hasta los 200 kilómetros y 1.02 zeds por cada kilómetro que sobre pase los 200.*

*¿Qué empresa deberá elegir la clase si el recorrido total de la excursión se encuentra entre los 400 y los 600 kilómetros?*

Cuadro 1. Problema propuesto por PISA (2006), para la evaluación de la competencia matemática

En PISA (2006) se señala que los problemas deben ser cercanos a la realidad del estudiante, que puedan ser vividos o susceptibles de ser vividos por él (ver cuadro 1). En lo que respecta a la propuesta del Bachillerato Tecnológico (COSDAC, 2008), la cual es desarrollada bajo los principios de la RIEMS, las situaciones se elaboran a partir de vivencias de los profesores, es decir, de aquello

que han observado que tiene resultados “positivos”, lo cual tiene un gran mérito e importancia como parte de un proceso gradual de cambio, pero, que a la luz de lo que propone la RIEMS, se presenta como una simulación de la adopción del enfoque en competencia. Por ejemplo, la contextualización del problema se presenta a partir del trabajo con datos obtenidos en encuesta y censos, pero el trabajo con ellos sigue realizándose desde una postura abstracta, al presentarse a través de cálculos que pueden no tener sentido para el estudiante, pero que son necesarios para comprender el concepto bajo estudio (ver cuadro 2).

En lo que respecta a los diseños desarrollados bajo el *Pylvar*, presentamos en el cuadro 3 una de las actividades del diseño didáctico que presenta Aparicio (2003) en su trabajo de tesis. Esta actividad elaborada, a su vez, bajo las ideas de la Teoría Socioepistemológica, nos muestra como el empleo de las *estrategias variacionales* ante situaciones donde se encuentra involucrada la variación, y buscando la *predicción* de los fenómenos de cambio involucrados en ellas, permite a los estudiantes significar los conocimientos que ponen en juego. Pero también, les proporciona caminos de acción que les permite enfrentar situaciones donde el estudio del cambio juega un papel destacado.

Se les solicita (a los estudiantes) revisar los porcentajes de defunciones de gente de 30 a 64 años de edad, por sexo y principales causas (1990-2004, información estadística del INEGI. Ver la carpeta electrónica sobre la bibliografía); llenar la siguiente tabla.

<b>Porcentajes de defunciones por diabetes mellitus, en sujetos de 30 a 64 años, por sexo.</b>		
<b>Año</b>	<b>D. Hombres</b>	<b>D. Mujeres</b>
1990		
1991		
...		
2004		

1. Analiza la diferencias entre 1993 y 2004.

.....

c. Determina la razón de cambio promedio (derivada) de porcentajes de defunciones por diabetes, con respecto a la diferencia de tiempo; es decir:

$$\frac{\Delta Pdd}{\Delta t} \text{ entonces } \frac{\Delta Pdd}{\Delta t} = \frac{D_2 - D_1}{t_2 - t_1}$$

...

3. Determina la razón de cambio promedio aproximada, con respecto al año 2000. Para ello, resta los dos resultados de un año antes y uno después, del inciso anterior, y divídelos entre 2, o sustituye de esta manera:

$$\Delta Pdd (\text{año } 2000) \approx \left[ \frac{\Delta Pdd (\text{año posterior})}{\Delta t} - \frac{\Delta Pdd (\text{año anterior})}{\Delta t} \right]$$

Cuadro 2. Fragmento de la secuencia de actividades propuesta en la fase de desarrollo de la situación didáctica propuesta dentro del bachillerato tecnológico para la generación de competencias (COSDAC, 2008)

Esto favorece ventajas didácticas para el estudio de las nociones matemáticas. Una de ellas es la transversalidad. Esto al desarrollarse bajo prácticas normativas propias de las prácticas sociales. Otra es la integración de los conocimientos y habilidades desarrolladas en una unidad instrumental que los capacita para enfrentar nuevas situaciones. Pues las estrategias para enfrentarlas y los conocimientos se desarrollan a la par.

Como argumentamos en Cabrera (2009), el estudio del cambio y la evolución de los fenómenos tanto naturales como de algún otro tipo, es una constante en diferentes disciplinas; y ante la imposibilidad de modificar el tiempo a nuestra voluntad, de modificar algunas variables que influyen en el fenómeno o reproducir al fenómeno mismo, la necesidad de *predecir* su comportamiento se vuelve una necesidad imperante. Esta burda descripción es posible observarla

en diversos contextos. Lo cual nos muestra el potencial de desarrollar un pensamiento que nos permita analizar el cambio y la variación.

Actividad 2. En los tres hechos que se ven en la pantalla, uno está asociado a la función  $f(x) = x^2$  en un cierto intervalo. ¿Cuál es? ¿Por qué?

Equipo 1

A<sub>R</sub>: Podría ser la primera, bueno no la primera no  
 A<sub>P</sub>: La vez pasada tomamos en cuenta que era.../ (hace referencia a que la primera tiene el mismo comportamiento que la gráfica de la actividad 1)  
 A<sub>R</sub>: Me confundí por la luz,.../..., Vamos a ver el movimiento, desde cero crece, pero ya después como a  $\frac{3}{4}$  se regresa, entonces esa no es  $x^2$ , igual la segunda, en cierto punto se detiene y luego se llega hasta ahí, pudiera ser la tercera en dado caso, pues es la única en que  $y$  no se vuelve negativa, bueno no se vuelve antes de  $\frac{1}{2}$ . (Menciona que no tiene puntos de referencia para discutir sobre la negatividad)  
 ...  
 Investigador: Si consideran que la función está definida de menos dos a dos.  
 A<sub>S</sub>: Debería ser la de en medio. Porque vemos en un lapso (señala la tercera) cuando viene aquí como se detiene  $y$  y,  $x$  sigue aumentando y  $y$  se detiene y luego sigue un intervalo, entonces la  $x^2$  nunca se detiene y en dos valores iguales nunca deben ser iguales  
 A<sub>R</sub>: ¡ah! Uno y menos uno!!!  
 ....  
 A<sub>S</sub>: Cuando es menos dos aquí, es dos allá y / se supone que aquí debería ser lo mismo, veamos la segunda va a llegar a -2 y en 2, acá también va a ser cuatro y no sabría, no hay marco de referencia.  
 A<sub>R</sub>: Entonces si es la segunda, porque en los dos extremos debe ser el mismo punto.  
 ...  
 A<sub>S</sub> y A<sub>R</sub>: Veamos la tercera, / No, porque la tercera sólo va en un sentido

Cuadro 3. Actividad presentada por Aparicio (2003) y fragmento de la discusión de los estudiantes al enfrentarla

Lo discutido hasta ahora, apoya nuestra hipótesis de partida del trabajo, pudiendo afirmar que las Situaciones de Aprendizaje, desarrolladas bajo el *Pylvar*, se presentan como una alternativa adecuada para el desarrollo de competencias, como las señaladas en la RIEMS, al menos para aquellas relacionadas con el estudio del cambio.

## Conclusiones

La discusión anterior nos ha permitido observar que el desarrollo de una competencia en el salón de clases, puede realizarse rebasando la idea de poner al estudiante ante situaciones similares al ambiente real que enfrentará en su vida presente o futura. Esta idea puede presentarse como limitada, ya que el estudiante se comporta de manera diferente dentro del salón de clases que fuera de él. En el primer ambiente su actuación se ve normada por los efectos del Contrato Didáctico. Por tanto, se requiere el desarrollo de Situaciones de Aprendizaje diseñadas ex profeso para el salón de clases (que contemplen romper con el Contrato Didáctico), las cuales, como podemos ver en el trabajo de Aparicio (2003), pueden no estar contextualizadas en una situación real. Ellas pueden desarrollarse guiadas por aquellas *prácticas* que norman la construcción de los conocimientos ligados a las competencias que se espera que los estudiantes adquieran. Estas prácticas, además, norman el desarrollo de estrategias y acciones que serán las que, desde nuestro punto de vista, constituirán las competencias. Son, pues, estas estrategias y acciones las que se transfieren de un contexto a otro, y las que exigen la movilización y la utilización de los conocimientos, al verse como herramientas que permiten el progreso de la estrategia. Durante el trabajo, pudimos observar que las *estrategias variacionales* constituyen algunas de tales estrategias. Su uso articula a ciertos conocimientos y procedimientos relacionados con el cambio y la variación. Articulación que nos permite señalar al *Pylvar* como una competencia transversal importante a incluir en el MCC de la RIEMS.

## Referencias bibliográficas

- Andrade, A. (2008). El enfoque por competencias en educación. *Gaceta Ide@s CONCYTEG*, 39, 53-64. Recuperado de <http://octi.guanajuato.gob.mx/gaceta/>
- Aparicio, E. (2003). *Sobre la noción de discontinuidad puntual: Un estudio de las formas discursivas utilizadas por estudiantes de ingeniería en contexto de geometría dinámica*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav, México, D.F. México.
- Cabrera, L. (2009). *El pensamiento y lenguaje variacional y el desarrollo de competencias. Estudio en el marco de la reforma de Bachillerato*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav, México, D.F. México.



Cantoral R y Farfán R (2003). Situaciones de cambio, pensamiento y lenguaje variacional. En Cantoral et al, Trillas: ITESM, Universidad Virtual. *Desarrollo del Pensamiento Matemático* (pp. 185-203). México, D.F., México: Trillas.

Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. En L. Díaz (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17, 1-9

Cantoral, R.; Farfán, R.; Lezama, J.; Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: Algunos Ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Número Especial*, 83-102.

Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico (COSDAC) de la SEP (2008). *Programa de Estudios. Matemáticas. Segunda Versión*. Recuperado del sitio Web de la COSDAC: <http://cosdac.sems.gob.mx/programas.php>

Díaz-Barriga, A. (2006). El enfoque en competencias en educación ¿Una alternativa o un disfraz de cambio? *Perfiles Educativos*, 28 (111), 7-36.

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2008). *Reforma integral de la Educación media superior: La creación de un sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad (Documento de trabajo)*. Recuperado del sitio del Sitio Web de la Subsecretaría de Educación Media Superior: [http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/reforma\\_integral\\_de\\_la\\_educacion\\_media\\_superior.pdf](http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/reforma_integral_de_la_educacion_media_superior.pdf)