

## ESTUDOS GRÁFICOS DAS VARIAÇÕES DOS COEFICIENTES DA FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

José Milton Lopes Pinheiro, Marger da Conceição Ventura Viana, Nilson de Matos Silva  
Universidade Federal de Juiz de Fora e Universidade Federal de Ouro Preto      Brasil  
jmlilton.uffj@gmail.com, margerv@terra.com.br, nilson.ufop@gmail.com

**Resumo.** Pretendemos, neste trabalho, observar como os estudantes estudam a variação dos coeficientes da função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b$  e  $c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ ), com a utilização do software GeoGebra e verificar se isto facilita a compreensão do desenho gráfico desta função. Para isto elaboramos e aplicamos um teste em uma turma de alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática e, em seguida, ministramos um minicurso sobre o GeoGebra para os mesmos. Após a realização do minicurso, reaplicamos o teste. No primeiro teste, os estudantes tiveram facilidade de compreensão em relação ao sinal do coeficiente  $a$ , porém, a variação modular foi um desafio e constatamos um alto índice de erros relacionados ao coeficiente  $b$ . Quanto ao coeficiente  $c$ , houve facilidade. Após a intervenção com o software GeoGebra, houve uma evolução no entendimento da consequência da variação do coeficiente  $b$  no gráfico da função..

**Palavras chave:** função quadrática, coeficientes, GeoGebra

**Abstract.** Using the software GeoGebra, in this work we observed how students come to understand variation in the quadratic function coefficients  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . In this study, we made use of a pre/post test strategy of pre-service teachers. During the study, the students were provided with an introduction to GeoGebra. Upon completion of the workshop the test was reapplied and the results of the two tests were compared. In the first test it was easy for the students to compare the coefficients  $a$ , nevertheless, the modular variation was a challenge. No difficulties were noted in using the coefficient  $b$ , however we found a high rate of errors related to the coefficient  $b$ . However, after the introduction of the GeoGebra software, there was an evolution in the understanding of coefficient variations.

**Key words:** quadratic function, coefficients, GeoGebra

### Introdução

O estudo variacional dos coeficientes da função quadrática não é uma proposta inédita, trata-se de um assunto já discutido por alguns autores na área da Matemática e da Educação Matemática. No entanto, o presente estudo foi motivado por nossas inquietações com a compreensão dos estudantes sobre a variação dos coeficientes da função quadrática, durante a realização de um estágio supervisionado curricular em duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio, em escolas das redes particular e pública do Estado de Minas Gerais, Brasil.

Embora os professores das referidas turmas explicassem com rigor os detalhes das variações dos coeficientes da função quadrática, principalmente os coeficientes  $b$  e  $c$ , e, sobretudo as implicações destas variações em seus desenhos gráficos, os estudantes percebiam muito pouco.

Tendo conhecimento das possibilidades de serem utilizados outros meios de ensino, decidimos pelo uso de um software de geometria dinâmica. Por razões técnicas e econômicas, elegemos

o GeoGebra, por ser um software livre e rodar na Plataforma Linux que é usada na rede pública de ensino de Minas Gerais. Assim, o que realizamos foi um estudo para verificar como os estudantes compreendem as variações dos coeficientes da função quadrática com o auxílio de uma ferramenta computacional, o software GeoGebra. Com isso o objetivo de nosso estudo consistiu em verificar se com o auxílio do software os estudantes aumentam a compreensão das alterações que o desenho gráfico apresenta ao variar os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função quadrática.

Para viabilizar a consecução do objetivo foi necessário apresentar e esclarecer (aos estudantes) como utilizar o software GeoGebra no estudo gráfico da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Para o desenvolvimento desta pesquisa, partimos de uma busca bibliográfica. A pesquisa a princípio de natureza qualitativa, necessitou de técnicas que envolveram aplicação de testes e análise quantitativa das respostas dos sujeitos da pesquisa.

Nossas observações e explorações conduziram a uma discussão das implicações destas mesmas variações sobre os movimentos da parábola, que é o desenho gráfico representativo da função quadrática.

Neste artigo, os resultados das respostas dos alunos aos testes que indagavam quanto às variações dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , serão revelados em gráficos com enfoque maior para o coeficiente  $b$ , que nos pareceu menos explorado em pesquisas com esse viés.

Segundo Jacubo, Lelis e Centurión (2001), no desenho gráfico da função quadrática, que é uma parábola, a variação modular do coeficiente  $a$  implica em uma parábola mais aberta ou mais fechada. Já a condição  $a > 0$  (positivo) ou  $a < 0$  (negativo), resulta na orientação, para cima/para baixo, da concavidade da parábola. De acordo com Dante (2000), relacionando os sinais dos coeficientes  $a$  e  $b$ , é possível determinar a localização do vértice da parábola, quando os sinais de  $a$  e  $b$  são os mesmos, o vértice da parábola se localizará à esquerda do eixo das ordenadas, quando os sinais forem diferentes, o vértice se portará a direita. O coeficiente  $c$  é representado graficamente pela ordenada do ponto de intersecção da parábola com o eixo  $y$ .

### **Uso das ferramentas computacionais na educação matemática**

As ferramentas computacionais podem favorecer o aprendizado da Matemática ao possibilitar aos alunos uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos. Permitem trabalhar com a Matemática intuitivamente ao proporcionar meios que auxiliam na construção e visualização de gráficos e figuras e na resolução de problemas cujas soluções exigem cálculos algébricos extensos que demandam tempo para a sua realização e verificação (Viana, 2004).

Assim, o processo de construção do conhecimento de objetos matemáticos, com contextos complementares que envolvam gráficos, interpretação algébrica e numérica, pode ser favorecido pela utilização das tecnologias computacionais; porém, deve-se ressaltar que a qualidade do ensino depende, em grande parte, da qualidade das tarefas propostas aos estudantes e não apenas da disponibilidade ou emprego de tecnologias computacionais (Freitas, 2009; Albuquerque, 2008).

Com isso, o processo de ensino e aprendizagem pode ocorrer de forma diferente, pois com ferramentas computacionais existe a necessidade de conjugação de cálculos exatos com cálculos aproximados o que pode contrapor objetivos algébricos e numéricos.

Apesar dos inúmeros benefícios proporcionados pela Informática (Borba e Penteadó, 2001) fazem algumas considerações apontando dificuldades para sua implantação nas escolas, embora não sejam obstáculos. O Laboratório de Informática exige um eficiente suporte técnico, que às vezes é precário e para muitos professores existe dificuldade em desenvolver atividades dentro do laboratório, o que pode mudar ou interromper a dinâmica da sala de aula.

Mas após adquirir conhecimento suficiente e estar familiarizado com o uso da tecnologia, o professor consegue desenvolver e aperfeiçoar técnicas para ensinar determinado conteúdo e a tecnologia abre um leque de opções a serem aplicadas dentro ou fora da sala de aula (Frota e Borges, 2004).

Por outro lado, conforme Bicudo (2000, p.7), “em situação de aprendizagem, o conhecimento se constrói sob novas configurações estruturadas de maneiras específicas quando os sujeitos atuam em sistemas seres humanos-mídia”. E, portanto é necessário assumir as ferramentas computacionais como componentes do ambiente em que ocorre a aprendizagem e não como meros instrumentos.

Em alguns cursos de formação de professores já existe uma disciplina denominada Ambientes Informatizados.

### **Caracterização do campo de pesquisa**

Foram convidados a participar dessa pesquisa dez alunos de uma turma do terceiro período do curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Pública de Ensino Superior, situada em uma cidade da região metropolitana de Belo Horizonte, Minas Gerais. Os alunos ainda não possuíam conhecimentos relativos ao software GeoGebra e concordaram em participar da pesquisa.

## Construção da pesquisa

Para realizar este estudo, tomamos como norteadores a Tendência da Informática na Educação Matemática, apoiados em Borba e Penteado (2001) e em Penteado (2000) e o conhecimento específico sobre representação gráfica da função quadrática em Dante (2000). Com o suporte desses teóricos, preparamos um primeiro teste, composto por 15 questões, que envolviam as variações modular e de sinal dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função quadrática.

Após a realização do primeiro teste, colhemos todos os dados para uma análise futura. Em seguida os alunos participaram de um minicurso com o GeoGebra. Após sua realização aplicamos um segundo teste. Assim, foi possível efetuar comparações dos resultados dos dois testes realizados (antes e após a realização do minicurso).

## Análise dos resultados

### Varição modular do coeficiente $a$

Na primeira atividade – Teste 01 e Teste 01a – definimos como referência o gráfico da função quadrática  $f(x) = kx^2$ , em que  $k \neq 0$ ,  $k \in \mathbb{R}$  e é uma constante. No teste T01, apresentamos um gráfico representado por uma parábola mais fechada que é o gráfico referência. Já no teste T01a, esboçamos outro gráfico com a parábola mais aberta em relação à referência. As perguntas consistiam em saber o que ocorre graficamente com o aumento ou diminuição do valor de  $k$  e em assinalar uma das opções dadas.

Conforme o Gráfico 1 mostrado a seguir, é possível observar um considerável aumento no número de acertos dos alunos no teste T01a em comparação com os do teste T01 realizado antes da participação no minicurso sobre o GeoGebra.

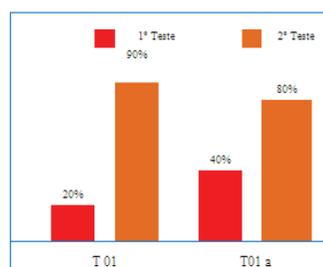


Gráfico 1 – Acertos T01/T01a. Fonte: Dados da pesquisa.

O progresso dos resultados apresentados para os testes T01 e T01a, em sua segunda aplicação, aponta para a influência das atividades desenvolvidas com o software Geogebra, sob nossa orientação, nas quais tomamos como referência a função  $f(x) = kx^2$ . Sugerimos aos alunos que variassem os valores de  $k$ , alternando números inteiros e fracionários.

Testes envolvendo a variação do sinal do coeficiente  $a$

No primeiro teste, como mostra o Gráfico 2, a seguir, 99% dos participantes acertaram as questões relativas à representação gráfica das variações do coeficiente  $a$ . Já para o segundo teste, o índice de acerto das questões referentes ao mesmo coeficiente alcançou os 100%, conforme mostra o Gráfico 3, o que pode evidenciar ênfase dada ao coeficiente  $a$  no ensino da função quadrática.

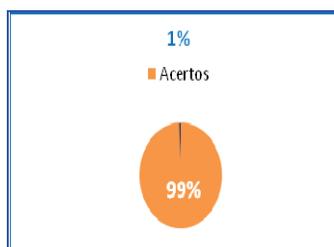


Gráfico 2 – Coeficiente  $a$  - 1º teste

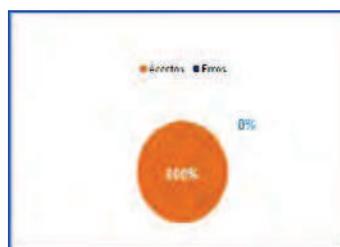


Gráfico 3 – Coeficiente  $a$  - 2º teste.

Testes envolvendo a variação de sinal do coeficiente  $b$

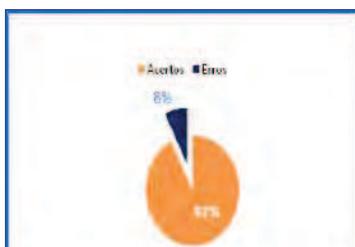


Gráfico 4 – Coeficiente  $b$  - 1º teste

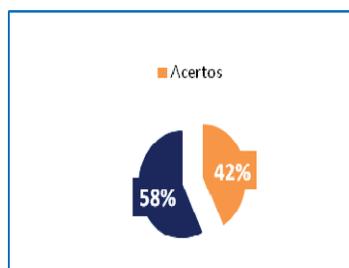


Gráfico 5 - Coeficiente  $b$  - 2º teste

A análise dos Gráficos 04 e 05 aponta para uma possível deficiência no estudo e compreensão relacionados ao coeficiente  $b$  da função quadrática, o que nos remete a uma reflexão mais detalhada sobre o entendimento da variação desse coeficiente, pelos alunos participantes da pesquisa. Fazendo uma breve comparação dos resultados do estudo das variações do coeficiente  $a$  com o estudo do coeficiente  $b$ , verificamos que os graduandos apresentaram um domínio muito superior ao das variações relacionadas ao coeficiente  $a$ , o que corrobora nossas expectativas do início da pesquisa.

Testes envolvendo a variação de sinal do coeficiente  $c$

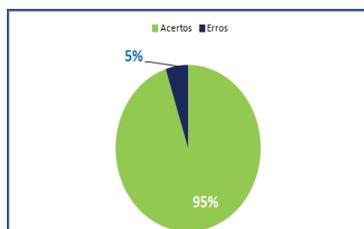


Gráfico 6 - Coeficiente  $c$  – 1º teste



Gráfico 7 - Coeficiente  $c$  – 2º teste

Tomando como base as respostas para o estudo das variações relacionadas com o coeficiente  $c$ , percebemos pelos gráficos 6 e 7 que os alunos apresentaram bom conhecimento ao interpretar esse coeficiente e a representação gráfica de suas variações.

Representação dos acertos/erros das questões completas – variação de  $a$ ,  $b$  e  $c$

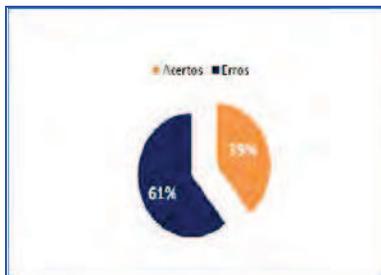


Gráfico 8 - Questões completas-1º Teste

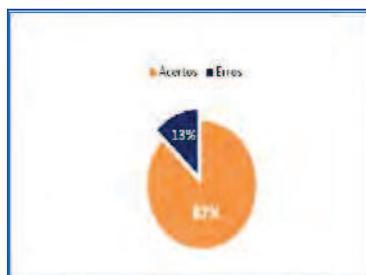


Gráfico 9 - Questões completas – 2º Teste

No primeiro teste, somente 39% dos pesquisados acertaram as questões completas.

Após a intervenção com a apresentação e utilização do GeoGebra, obtivemos uma elevação do índice de acertos para 87%.

Os Gráficos 8 e 9 apresentam a culminância da nossa pesquisa, apontando para a veracidade da influência positiva do uso do GeoGebra para os estudos gráficos das variações dos coeficientes da função quadrática.

### Considerações finais

Verificamos que a percepção gráfica dos alunos foi aprimorada. No entanto, entendemos que um software de geometria dinâmica, por si só, não é suficiente para o ensino e aprendizagem, mas é uma ferramenta auxiliar do professor, cujo papel como mediador é de grande importância.

E que o GeoGebra foi um importante recurso computacional utilizado para trazer mais clareza e entendimento para os alunos acerca do estudo das variações dos coeficientes da função quadrática e seu gráfico, pois verificamos, em nossos registros, que os alunos participantes da pesquisa apresentaram uma evolução considerável em suas respostas relativas às variações dos coeficientes, após a intervenção com o GeoGebra.

Assim, o uso do GeoGebra foi relevante para estudar graficamente as funções quadráticas.

Dessa forma, consideramos que os resultados de nossa pesquisa tenham sido importantes, pois após o uso do *software* GeoGebra conseguimos diminuir algumas das dificuldades dos alunos participantes da pesquisa quanto ao estudo das variações dos coeficientes da função quadrática e seu gráfico.

Esperamos que estes resultados possam servir de subsídio para a realização de outras pesquisas que também contribuam para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática no entendimento das conseqüências das variações dos coeficientes da função quadrática em seu gráfico.

### Referências bibliográficas

- Albuquerque, L. (2008). *O uso do programa Geogebra no ensino de Geometria Plana de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental das escolas públicas estaduais do Paraná*. Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade Federal do Paraná. Brasil.
- Bicudo, M. A. V.(2000). Prefácio. Em: Miriam G. Penteado e Marcelo C. Borba (orgs.). *A informática em ação: Formação de Professores, Pesquisas e Extensão*, (pp. 05-08). São Paulo, Brasil: Olho d'Água.
- Borba, M. C. e Penteado, M. G. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.
- Dante, L. R. (2000). *Matemática: Contexto e Aplicações*, 1º ano do ensino médio. 4 ed. São Paulo, Brasil: Ática.
- Freitas, A. D. (2009). *A Utilização do Geogebra no Ensino de Matemática: Recurso para os Registros de Representação e Interação*. Dissertação de Mestrado não publicada. Universidade Cruzeiro do Sul. Brasil.
- Frota, M. C. R.e Borges. O. (2004). Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática. Em: B. L. Ramalho e O. Fávero (Eds.), *Anais da 27ª reunião anual da Anped*,( s/p.). Caxambu, Brasil: Anped.
- Jacubo, J.; Lellis, M. e Centurion, M. (2001). *Matemática na medida certa: 8ª série – ensino fundamental*. 5. ed. São Paulo, Brasil: Scipione.
- Penteado, M. G. (2000). Possibilidades para a formação de professores de matemática. Em: Miriam G. Penteado e Marcelo C. Borba (orgs.). *A informática em ação: Formação de Professores, Pesquisas e Extensão*, (pp. 23-34). São Paulo, Brasil: Olho d'Água. São Paulo, Brasil: Olho d'Água.
- Viana, M. C. V. (2004). Vale utilizar softwares no ensino de Cálculo? Em: L. M. Carvalho e C. A. Moura (Eds.), *História e Tecnologia no Ensino de Matemática I*, (pp. 131-138). Rio de Janeiro, Brasil: UERJ e UFRJ.