

RECONOCIMIENTO DE LA IDENTIDAD DE LA VARIABLE ALGEBRAICA EN ESTUDIANTES BRASILEÑOS Y MEXICANOS

Andrea López, Beatriz Moreno, Márcia Souza

UAQ

COBAQ

UFP

allopine@uaq.mx, betthy_moreno@hotmail.com, mszfonseca@gmail.com

Campo de investigación: Pensamiento algebraico

México

México

Brasil

Nivel: Medio

Resumen. *En este trabajo se indaga si existe alguna diferencia entre estudiantes brasileños y mexicanos en el reconocimiento de: a) la identidad de la variable en diversas expresiones algebraicas y b) los tres usos de la variable (Ursini y Trigueros, 2004). Para lograr este objetivo, se elaboró un cuestionario que examina las posibles interpretaciones de la literal bajo diferentes condiciones (grado de la expresión, signos y coeficientes de la literal, entre otros). Se aplicó a 60 estudiantes de bachillerato, 30 de cada país. Los resultados muestran que no existe una diferencia significativa (prueba t de Student) entre estudiantes mexicanos y brasileños. Los jóvenes omiten el principio de identidad de la variable y tienen dificultad para reconocer el papel de la literal en una expresión, representando un obstáculo en la comprensión del contenido matemático.*

Palabras clave: modelo 3UV, variable, principio de identidad, bachillerato

Antecedentes

Uno de los problemas que se observan con mayor frecuencia en los estudiantes de bachillerato es la dificultad en el manejo de expresiones algebraicas, este manejo lleva implícito la interpretación, simbolización y operación de los términos implicados en la expresión, así como la coordinación entre estas operaciones.

Las dificultades para tratar la variable algebraica, pueden tener origen en los usos de la variable (3uv: tres usos de la variable) como ya lo han señalado Ursini y Trigueros (2004, Trigueros, Ursini y Lozano, 2000). Otro elemento que muestra el uso inadecuado de la variable puede tener su referente en la omisión del principio lógico de identidad como lo muestran investigaciones anteriores (López y Moreno 2006).

Marco teórico

El modelo 3UV, es un modelo propuesto por Ursini y Trigueros (2001), fundamentalmente como un elemento a considerar en la enseñanza del álgebra, también ha manifestado su utilidad en el diseño tanto de materiales como de estrategias de enseñanza. En este modelo se asume que la variable aparece generalmente en los contenidos de álgebra como incógnita, como número generalizado o como variable en relación funcional. Como señalan estas autoras, cada uno de estos usos implica un nivel diferente de abstracción para su manejo y su conceptualización requiere de ciertas capacidades básicas.

Estas capacidades de manera general incluyen reconocer, interpretar, sustituir, determinar, identificar a la variable cuando ésta se presenta en forma de incógnita, reconocer patrones, interpretar la variable simbólica, desarrollar la idea de método y manipular el símbolo cuando la variable se presenta en forma generalizada y finalmente reconocer correspondencias, determinar valores y rango tanto para la variable dependiente como independiente, reconocer variaciones y finalmente expresar la relación funcional de manera tabular, gráfica y/o analítica.

Cuando el estudiante se ve frente a una expresión algebraica debe tomar en cuenta, cuando menos dos aspectos elementales que le permitan manipular la expresión: 1) bajo qué categoría se presenta la variable, y 2) asumir que $A=A$, principio que debe contextualizar la expresión.

El principio de identidad ($A=A$) parece ser fundamental en la comprensión del contenido matemático, “...la ley de la identidad, es el axioma más básico. Un axioma es una verdad evidente por si misma” (Dunkley, 2005), y que además es absoluto, desde diversas perspectivas filosóficas se afirma su veracidad e incuestionabilidad. En congruencia con esta posición la perspectiva psicogenética asume que los jóvenes acceden a dicho principio como producto del desarrollo cognitivo (Piaget, 1985). Esta misma perspectiva, desde donde se constituyen los planes y programas de estudio, tiene como sustento al principio de identidad.

A lo largo de la historia se muestra cómo desde los griegos se configura un principio, el principio de identidad, cual si fuera único e incuestionable, con Aristóteles (384-322 a.C.) se establece el antecedente de dicho principio lógico, Euclides (300 a. C.), discípulo de Aristóteles, sienta las bases a partir de los “Elementos”, de la matemática de los siguientes dos milenios, con Descartes (1596-

1650), Leibniz (1646-1716) y Kant se ratifica y revalida un estatus de la razón y la lógica que parecen no dar pie a una reconfiguración de dicho principio.

Sin embargo, atendiendo a posturas filosóficas como la falibilista y dialógica (Ernest (2004), este principio puede y debe ser revisado.

Se argumenta (Heidegger, 1964, Horkheimer y Adorno, (2004), Diéguez, 1997) que dicho principio de identidad, configura una forma de pensar el mundo cual si fuera única. Esta forma de pensar el mundo y la realidad, traza y dispone, en la disciplina matemática, la manera en la que deben abordarse los contenidos que se enseñan en la escuela. Sin embargo otras posturas filosóficas se direccionan hacia otras interpretaciones de este principio, señalando sus convencionalidad y su construcción social. Particularmente Heidegger (1964) considera que las matemáticas configuran una forma de ver y conceptuar el mundo, no son la única forma de pensarlo, ello implicaría necesariamente abrir espacios en el ámbito educativo donde la multiplicidad de interpretaciones podría observarse y tomarse como parte de la cotidianidad en la vida de los estudiantes.

Diéguez por su parte, hace referencia a como el principio de identidad es la piedra angular de todo sistema de pensamiento, que es capaz de hacer hablar lo inerte y que tienen como guardián estático a la Lógica” (Diéguez, 1991:p.18) haciendo referencia a la inmovilidad y estaticidad de una forma de estructurar a dicho principio. Heidegger en tanto pregunta “¿cómo pretendemos saber algo acerca de la verdad propia de la cosa, si no conocemos la cosa misma para poder decidir que verdad puede y debe corresponderle?” (Heidegger, 1964: p33). Estos fragmentos muestran la imposibilidad de asignar propiedades absolutas a un principio que puede tener diferentes interpretaciones, aún en el campo de la matemática y que permitirían así a los estudiantes, una heterogeneidad de explicaciones a la hora de trabajar los diferentes contenidos de la disciplina.

En trabajos anteriores, realizados en instituciones de educación media superior en México, hemos encontrado que una gran parte de los estudiantes omiten el principio de identidad de la literal, principalmente, cuando ésta se presenta en varias ocasiones en una expresión algebraica como por ejemplo: $3 + a + a = 5 + a$ (López y Moreno, 2006). A partir de ello surge como interrogante, si esta dificultad se presenta sólo en la población de México o si dicha problemática se observa en otras sociedades. Dadas las facilidades de intercambio académico, entre México y Brasil, decidimos emprender una indagación que permitiera responder a esta interrogante.

Objetivo

Por tal motivo en este trabajo se planteó como objetivo determinar si existe alguna diferencia entre los estudiantes brasileños y mexicanos en el reconocimiento de la identidad de la variable en diversas expresiones algebraicas, así como de los tres usos de la variable (3UV).

Metodología

Para lograr el objetivo, se elaboró un cuestionario que interroga sobre posibles interpretaciones de la literal bajo diferentes condiciones.

El cuestionario fue elaborado a fin de determinar si los estudiantes podrían reconocer los 3UV, es decir si podrían identificar el papel de la variable ya sea como incógnita, como número generalizado o en relación funcional. Así mismo se indagó si podrían reconocer que la literal, no obstante su aparición en más de una ocasión en la expresión, tendría el mismo valor. Se presentaron expresiones de diferente grado y con la presencia de la literal en más de una ocasión dentro de la misma, precedida por diferente signo y con o sin coeficiente. Este cuestionario estuvo conformado por 18 reactivos de respuesta breve en un caso y de SI/NO en otro. Se aplicó a 30 alumnos de nivel medio superior tanto de Querétaro, México, como de Río Grande do Sul, Brasil, en una sola aplicación, en ambos casos en instituciones públicas, 10 cuestionarios por cada grado en cada país. El análisis estadístico se llevó a cabo con la Prueba t de Student, con un nivel de significancia de 0.05, para determinar diferencias entre respuestas de estudiantes de ambos países.

Resultados

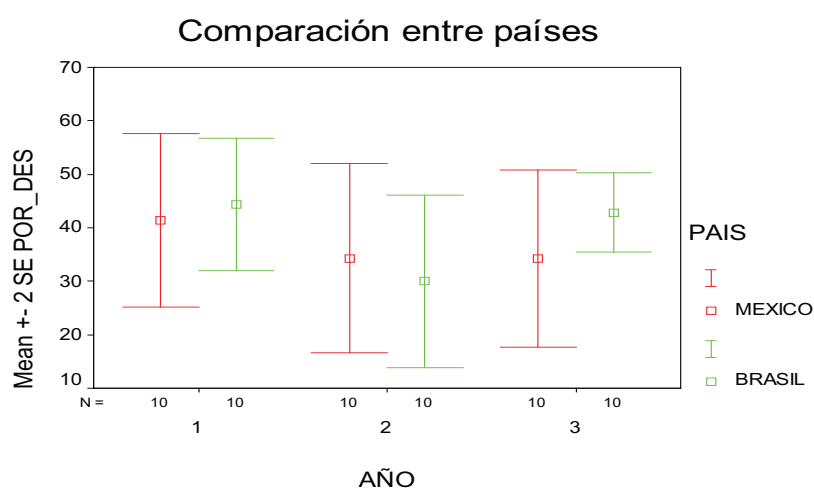
Con respecto al reconocimiento del principio de identidad, se puede afirmar que la mayor parte de los estudiantes asumen, -cuando menos en una ocasión- que la literal puede tener distintos valores dentro de una expresión algebraica, discrepando con ello de la interpretación canónica de la literal, lo cual representa un obstáculo tanto en la comprensión de la expresión como en su manipulación. El número de estudiantes y porcentaje se muestra en el siguiente cuadro (No. 1):

Cuadro No. 1 Porcentaje de respuestas con diferentes valores para la literal

Año	Porcentaje promedio de respuestas con valor diferente para la literal		Prueba de t de Student		
	Mexico	Brasil	Valor de t	Grados de libertad	Nivel de significancia
1	41.43	44.28	- 0.280	18	0.782
2	34.28	30.00	0.358	18	0.725
3	34.28	42.85	-0.943	18	0.358

Lo más destacado de los resultados es que la mayoría de los estudiantes en ambos países parece asumir que cuando una literal se presenta en dos o más términos dentro de una expresión algebraica, podría tener más de un valor, omitiendo por ello el principio de identidad, lo cual pone de manifiesto una problemática para la comprensión, tanto de los principios fundamentales establecidos en el trabajo en matemáticas, como en las reglas esenciales de operación con dichas expresiones. A continuación se muestra la gráfica de estos resultados:

Respuestas con diferentes valores en la literal (%)



Lo anterior puede constituir un elemento en la explicación de las dificultades con las que se encuentran los estudiantes al abordar el trabajo algebraico en los diferentes semestres, lo que resulta por lo menos sorprendente, es la persistencia de dicha interpretación a lo largo de los semestres.

En lo que se refiere a la identificación de los usos de la variable en las expresiones algebraicas, encontramos una mejoría notable, aunque ésta debe tomarse con cautela, ya que las preguntas formuladas para identificar su uso eran de respuesta cerrada entre dos opciones (SI/NO). (Cuadro No. 2)

Cuadro No. 2 Porcentaje de aciertos en la identificación de los tres usos de la variable

Año	Promedio del porcentaje de aciertos		Prueba de t de Student		
	Mexico	Brasil	Valor de t	Grados de libertad	Nivel de significancia
1	70.00	75.00	-0.635	18	0.534
2	67.50	80.83	-1.646	18	0.117
3	38.33	70.83	3.720	18	0.002*

*Diferencia significativa

En estos resultados encontramos igualmente que no existe diferencia significativa entre ambos países en cuando a la identificación de los usos de la variable en los primeros dos años, en tanto que en el tercero si se encontró una diferencia favorable para Brasil. (P= 0.002), ello también podría explicarse en función de una posible falta de control en la aplicación de los cuestionarios en el tercer año en el caso de México.

Cabe mencionar que los reactivos en los que se registraron mayores diferencias en el valor de la literal en la expresión fueron aquellos en los cuales la variable se presentaba en más de dos ocasiones, como se observa en la siguiente tabla:

Reactivo	Porcentaje de respuestas que señalan un valor diferente para la literal
$3 + a + a = a + 10$	67 %
$S - s + s - 4 = 2$	55%
$3y + 5y = y + 15$	53 %
$2r + 5r - 4r$	38%
$x = y$	38%

Estos porcentajes muestran la omisión del principio de identidad en diversas expresiones algebraicas, especialmente en aquellas donde la literal aparece más de dos veces.

Conclusiones

El principio de identidad es fundamental para pensar y trabajar con las matemáticas escolares. Por tanto, a partir de los resultados expuestos, se abre la interrogante sobre si efectivamente es el principio lo que resulta contrario al pensamiento de los estudiantes o es una manifestación de un problema educativo.

Los resultados referentes al modelo 3UV muestran que los estudiantes tienen dificultades para caracterizar a la variable algebraica. En los contenidos matemáticos que se abordan a lo largo del nivel medio superior no existe ningún tema que muestre dicha caracterización de la variable, lo que lleva a mostrar la necesidad de discutir con los estudiantes estos elementos como parte importante del proceso educativo.

Finalmente, la diversidad de interpretaciones no quiere decir concepciones erróneas, sino una amplia gama de formas de interpretar y decir, agregando que en estos espacios educativos cuando se ignora o sanciona las interpretaciones que dan los estudiantes, se corre el riesgo de obligarlos a acallar o desechar sus propias argumentaciones, en pos de clarificaciones, definición y respeto de las posturas canónicas. Estos resultados abren la posibilidad a considerar que la omisión del principio de identidad, puede representar un obstáculo en la comprensión del contenido matemático, lo que consideramos, abre nuevas interrogantes.

Referencias bibliográficas

Diéguez, M. (1997). El mito racional de Occidente. Valencia:Pre-textos.

Dunkley, W. A. (2005) The Philosophy of Identism: The Primacy of Identity. Recuperado el 5 de mayo de 2006 en <http://identism.blogspot.com/>

López A. y Moreno, B. (2007). Visión absolutista del principio de identidad en el currículo escolar de matemáticas. En C. Crespo Crespo (Ed.) Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 20, 49-54. México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Ernest, P. (2004). What is the Philosophy of Mathematics Education? *Philosophy of Mathematics Education Journal* 18. Recuperado el 4 de junio de 2006 en: <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome18/contents.htm>

Heidegger, M. (1964). *La pregunta por la cosa*. Buenos Aires: Sur

Horkheimer, M. y Adorno, T. W. (2004) *Dialéctica de la Ilustración. Fragmentos Filosóficos*. Madrid:Trotta.

Piaget, J. (1985) *Epistemología y Psicología de la Identidad*. México: Paidós,

Trigueros, M., Ursini, S. & Lozano, D. (2000). La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación Matemática*. 12(2), 27-48

Ursini, S. & Trigueros, M. (2001). A model of the uses of variable in elementary algebra. *Proceedings PME 25*, Vol. 4, 327-334.

Ursini, S. Trigueros, M. (2004) How do high school students interpret parameters in algebra? En M. Johnsen & A. Berit (Eds.) *Proceedings PME 28*. (Vol 4) Bergen: University of Norway. 361-369