Cabri II Plus como herramienta para la enseñanza de las Isometrías

Danilo A. Díaz Levicoy[a]

Juan C. Sánchez Sánchez

Alexis H. Mayorga Oyarzo

RESUMEN

La incorporación en la vida cotidiana de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación ha significado un cambio radical en la forma de desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje en las diferentes disciplinas y niveles escolares. En este sentido, el software de geometría dinámica "Cabri Géomètre II Plus" es un programa computacional de fácil manipulación, amigable y de rápido aprendizaje, que permite a los estudiantes visualizar, descubrir, conjeturar y/o comprobar propiedades que se deseen trabajar. El presente artículo tiene como finalidad mostrar actividades en el tema de transformaciones isométricas y que se pueden desarrollar con el uso de Cabri II Plus, y que permiten el desarrollo del pensamiento geométrico.

Palabras clave: Cabri II Plus, geometría dinámica, transformaciones isométricas.

Cabri II Plus as a tool for the isometric abstract teaching

ABSTRACT

The inclusion in the daily life to the new technology of the information and the comunication had mean a radical change in the way to develop teaching and learning process in many desciplines and school levels. In this way the dynamic geometry's software "Cabri Géomètre II Plus" is a computer program easy to use, friendly and quickly which makes to the students visualize, discover, conjecture and check the properties that you would like to work. This article has a finality to show activities in the topic of the isometry transformations tha you can use in Cabri II plus, and allow the development of the geometry thinking.

Keywords: Cabri II Plus, dynamic geometry, isometry transformations.

Fecha de recepción: 06 de enero de 2014

Fecha de aceptación: 31 de enero de 2014

[a] Profesor Colegio Proyección Siglo XXI, Osorno – Chile

INTRODUCCIÓN

Variadas investigaciones señalan que la geometría es un área de la matemática esencial para las personas, ya que está presente en diferentes aspectos de la vida cotidiana (Barrera y Centeno, 2006; Santaló y cols, 1994; Díaz, 2009; Díaz, 2010), y ocupan un lugar muy importante en los currículos escolares (Mammana y Villani, 1998).

En este mismo sentido, las Nuevas Tecnología de la Información y la Comunicación han asumido un rol fundamental en la sociedad y – especialmente – en la educación, porque genera un cambio en el espacio de trabajo, logrando mayor motivación y mejores aprendizajes (Alarcón, Dewulf, Sanhueza, Silva y Villanueva, 2004).

Es por lo anterior, que en este artículo se presentan una serie de actividades sobre las transformaciones isométricas que se pueden trabajar con el software de geometría dinámica Cabri II Plus y que permiten desarrollar procesos matemáticos – geométricos abstractos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La geometría es un área de la matemática que está presente en todos los niveles académicos a nivel mundial (Barrera y Centeno, 2006; Santaló, 1994). Pese a ello, existen estudios que evidencian las dificultades compartidas, para profesores y estudiantes, en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Corberan, Gutierrez, Hueta, Pastor, Margarit, Peñas y Ruíz, 1994).

Sobarzo (2009), señala que los profesores son del siglo XX, están enseñanza contenidos del siglo XIX a estudiantes del siglo XXI. Motivo por el cual, el proceso de enseñanza y aprendizaje se debe adaptar a los requerimientos actuales, donde las TIC entregan una alternativa para el trabajo escolar (De Pablos, 1998)

En respuesta a los puntos anteriores, se expone un grupo de actividades que se pueden resolver usando el programa Cabri II Plus, para el tópico de transformaciones isométricas, y que buscan influir en el desarrollo del pensamiento geométrico y lograr aprendizajes de calidad.

MARCO TEÓRICO

Enseñanza de la Geometría

La principal razón para enseñar geometría es el formar parte de la cultura elemental de las personas, por aparecen en la vida cotidiana de diferentes formas: naturaleza, folletos turísticos, deportes, manuales de construcción, etc., esto sin mencionar que la geometría es fundamental otras áreas del conocimiento (Díaz, 2009).

Las transformaciones Isométricas y su base Matemática

Una isometría plana es una aplicación del plano en sí mismo $f:\Pi \to \Pi$, que mantiene la distancia entre los puntos que se corresponden $d(f(A), f(A')) = d(A, A')$, $\forall A \in \Pi \wedge \forall A' \in \Pi$ (Jaime, 1993).

Jaime (1993), define las isometrías de traslación, simetría y rotación de la siguiente forma:

Traslación

Sea $\vec{a}$ un vector del plano. La traslación de vector $\vec{a}$ es la aplicación del plano en sí mismo

$T_{\vec{a}}:\Pi \rightarrow \Pi$ tal que $T_{\vec{a}}(A) = A'$ si y sólo si $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \forall A \in \Pi$. El vector $\vec{a}$ es el Vector Traslación.

Simetría

Sea una recta l del plano. La simetría axial (o simplemente simetría) de eje la recta l es una aplicación del plano en sí mismo $S_l:\Pi \rightarrow \Pi$ tal que: $S_l(A) = A'$ si y sólo si l es la mediatriz del segmento AA', $\forall A \in \Pi \wedge \forall A' \in \Pi$.

Rotación

Sean un punto O del plano y un ángulo α. La rotación de centro O y de ángulo α es una aplicación del plano en sí mismo $G(O,\alpha):\Pi \rightarrow \Pi$ tal que: $G(O,\alpha)(A) = A'$ si y sólo si $d(O,A) = d(O,A')$ y $\angle AOA' = \alpha$, $\forall A \in \Pi$. Además, el punto O es el centro de rotación y α es el ángulo de rotación.

Nuevas Tecnologías en la Educación

Las TIC han modificado la forma tradiciones de enfrentar el proceso de enseñanza y aprendizaje, donde los profesores y los libros eran los encargados de la transmisión del conocimientos y alumnos era el receptor del conocimiento (UNESCO, 2004; Gil, Rivas y Calvo, 2009; Díaz y Bazán, 2011). El alumno, en este nuevo escenario, se convierte en un sujeto activo e interactivo (Calix y Alvarado, 2008; Gil, De Los Ríos y Gil, 2009)

El papel de las nuevas tecnologías es cada vez más importante para generar nuevos contextos para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Pero, su efectividad dependerá del rol que ocupe el profesor y el alumno en el proceso formativo (Calix y Alvarado, 2008)

Cabri - Géométre II

El Cabri es un software para construcciones geométricas, desarrollado por un equipo encabezado J. M. Laborde y presentado en 1988. En este programa, el profesor es el responsable de la organización del proceso de enseñanza, por lo que es el responsable de hacer una elección precisa de la actividad a desarrollar (López, 2006).

Para Alarcón, Dewulf, Sanhueza, Silva y Villanueva (2004) Cabri II permite construir figuras, experimentar, analizar, comprobar, inferir y apoyar demostraciones. En este mismo sentido López (2009) señala que Cabri es accesible para los estudiantes, es menos algebraico y permite mejorar la intuición, permitiendo abordar temas de geocéntrica trabajado en los diferentes niveles educacionales.

ACTIVIDADES CON CABRI II PLUS

A continuación se detallar algunas actividades (Jaime, 1993), y sus respectivas representaciones gráficas mediante Cabri II Plus, para trabajar en el contenido de transformaciones isométricas de simetría axial, traslación y rotación. Estas actividades permiten anticipar conclusiones, conjeturar y verificar las afirmaciones propuestas.

Simetría Axial

1. Dibuja una triángulo ABC cualquiera y una recta L cualquiera y refleja la figura con respecto a la recta dada.

a. Determinar el perímetro de la preimagen y de la imagen, luego compara ambos perímetros.
b. Determina el área de la preimagen y de la imagen, luego compara ambas áreas.

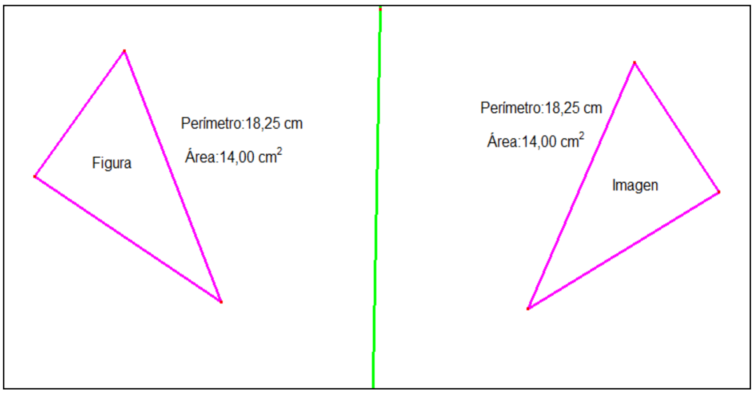

Figura 1: solución actividad 1 de simetría

Conclusión:

Las figuras son congruentes, con igual área y perímetro

2. Dada una figura geométrica (creada por usted), aplicar simetrías respecto a los ejes X e Y. Verificar los cambios que sufre y su imagen.

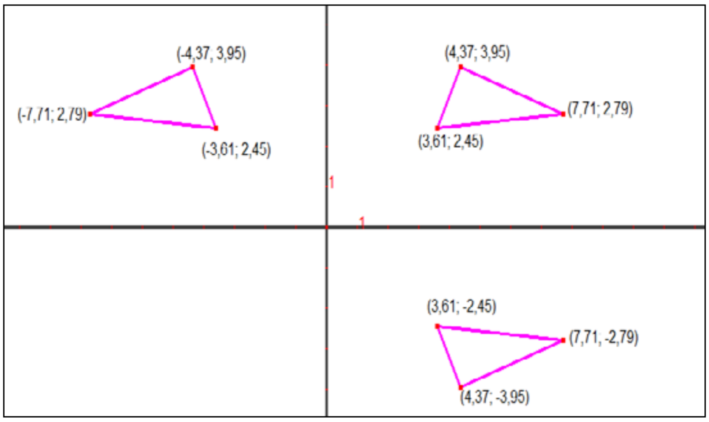

Figura 2: solución actividad 2 de simetría

Conclusión:

Cuando se realiza una Simetría respecto a X, las coordenadas del (x,y) resultan (x,-y)

Cuando se realiza una Simetría respecto a Y, las coordenadas del (x,y) resultan (-x,y)

3. Dada una recta L cualquiera:

a. Construye un punto el plano (A) y haz la simetría axial del punto respecto de L (A'). Mueve el punto sobre el plano ¿Qué sucede si el punto está sobre el L? Concluye

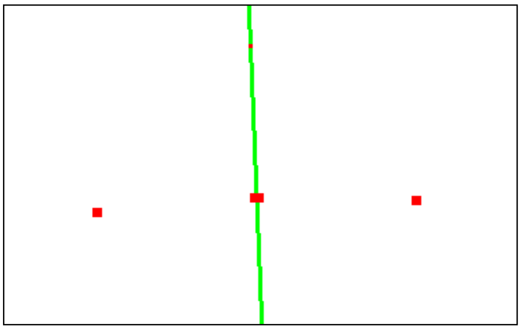

Figura 3: solución actividad 3a de simetría

Conclusión:

Los puntos coinciden, son invariantes.

4. Dados dos puntos, construye una recta en el plano (L1) y haz la simetría de la recta respecto de L (L_1'). Mueve la recta (L_1) sobre el plano a partir de uno de los puntos que la determinan. ¿Qué sucede cuando (L_1) es paralela, secante y perpendicular al eje? Para cada caso concluye y justifica.

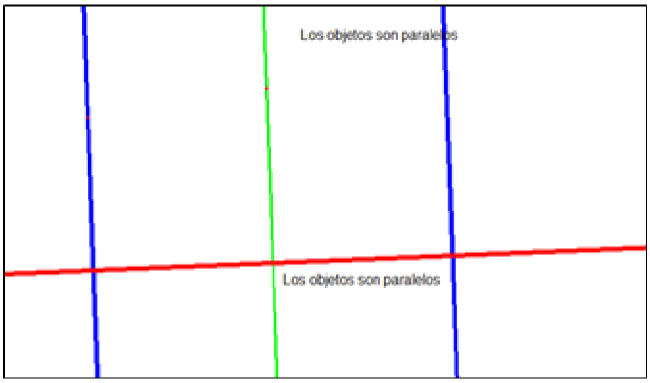

Figura 4: solución actividad 4 de simetría

Conclusión:

Si es paralela al eje (la azul), la imagen será paralela al eje y la recta original.

Si es perpendicular al eje, la recta es la misma, es invariante

Si es secante, la recta y su imagen se intersectan en un punto y ese punto está sobre el eje.

5. Si se realiza una simetría de eje L, y a la figura resultante se la aplica otra simetría de eje L' (paralelo a L) ¿Qué isometría permite llegar directamente de la figura original a la final?

Conclusión:

Una traslación

6. Verificar y justificar si es siempre cierta, en algunos casos o nunca.

b. Sea R` la imagen de R mediante una simetría S_e y sea P un punto del eje ***e***

- ¿Qué tipo de triángulo, según sus lados y según sus ángulos, es $\Delta PRR`$?

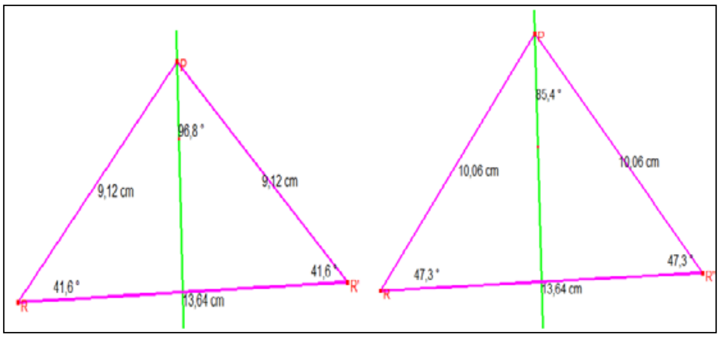

Figura 5: solución actividad 6a de simetría

Conclusión:

El triángulo es isósceles y, según sus ángulos, puede ser acutángulo, rectángulo u obtusángulo.

- Si se coloca P en otro lugar del eje de simetría, ¿será el triángulo $\Delta PRR`$ siempre el mismo?

Conclusión:

No, depende de la ubicación de los puntos.

- Si se coloca R en otro lugar de la figura y R` en la posición correspondiente, ¿será el triángulo $\Delta PRR`$ siempre el mismo?

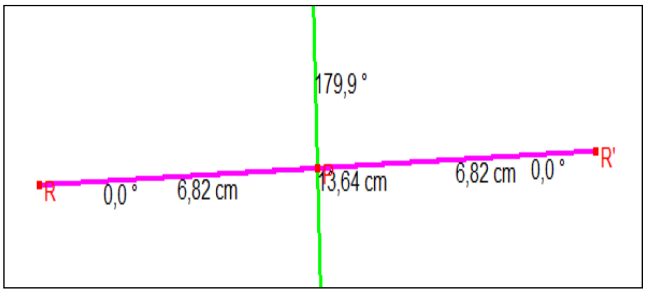

Figura 6: solución actividad 6a de simetría

Conclusión:

No, porque si se ubica como en la figura, sólo es un segmento perpendicular al eje

Traslación

1. Dibuja un rectángulo ABCD y un vector $\vec{u}$ con la dirección y magnitud que tú desees. Luego aplícale una traslación de acuerdo al vector $\vec{u}$.

a. Etiqueta los vértices del rectángulo que obtuviste a través de la traslación.

b. Determina la longitud de cada uno de los lados de los rectángulos y compáralos. Anota tus conclusiones.

c. Une los vértices A y A`, B y B`, C y C`, D y D` y determina su longitud. Determina la longitud del vector $\vec{v}$. ¿Qué conclusión puedes obtener?

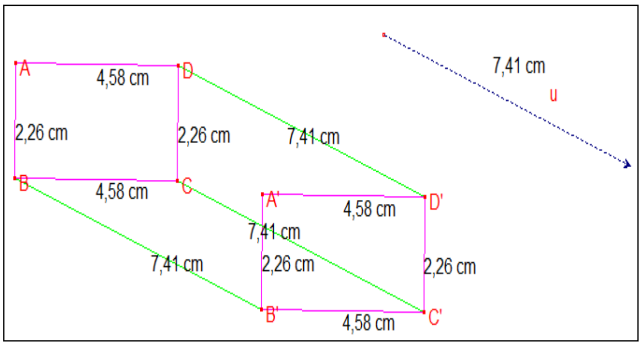

Figura 7: solución actividad 1 de *traslación*

Conclusiones:

La figura mantiene su tamaño (y forma)

Se traslada en una magnitud determinada por el vector.

2. Construye un triángulo ABC y dos vectores cualesquiera. Considerando el primer vector, realiza una traslación, a la imagen encontrada aplica una traslación respecto del segundo vector. ¿Qué vector se debe considerar para obtener la traslación directa de la figura inicial con la última?

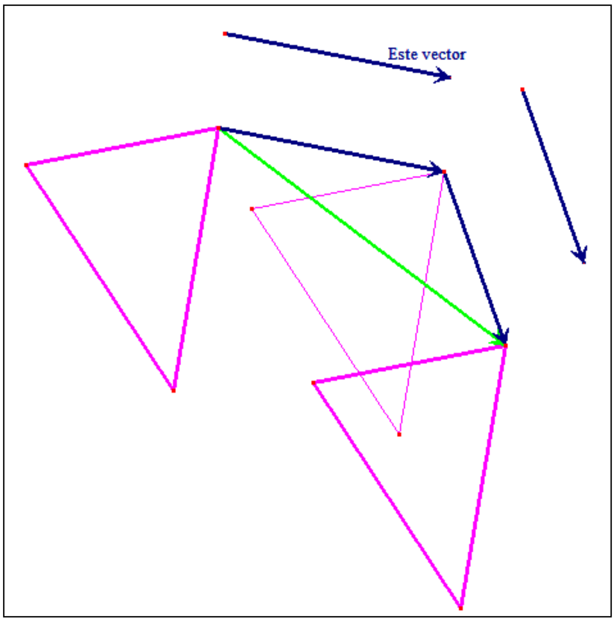

Figura 8: solución actividad 2 de traslación

Conclusión:

Lo que permite hacer esta traslación, en un solo paso, es el vector suma.

3. Determinar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a. La Imagen de una línea recta por una traslación es una línea recta. Además, cada recta y su imagen son paralelas.

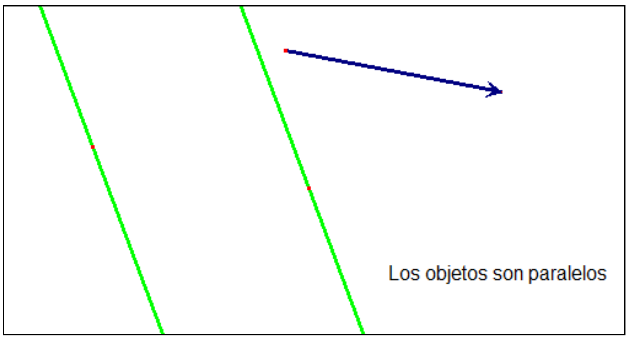

Figura 9: solución actividad 3a de traslación

Conclusión:

Efectivamente es una recta, porque mantiene forma y tamaño. Además, son paralelas.

b. Dado $T_{\vec{u}}$ para todos los puntos P y Q del plano, si P\` Y Q\` son sus respectivas imágenes por traslación, se cumple:

- $d(P,P`)=d(Q,Q`)$

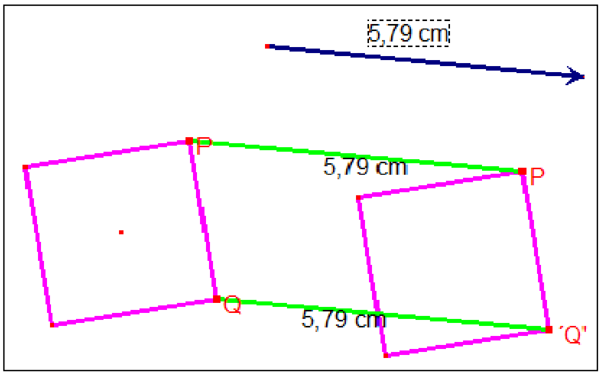

Figura 10: solución actividad 3b de traslación

Conclusión:

Verdadero, porque el vector solo determina un cambio de posición.

- $d(P,Q)=d(P`,Q`)$

Conclusión:

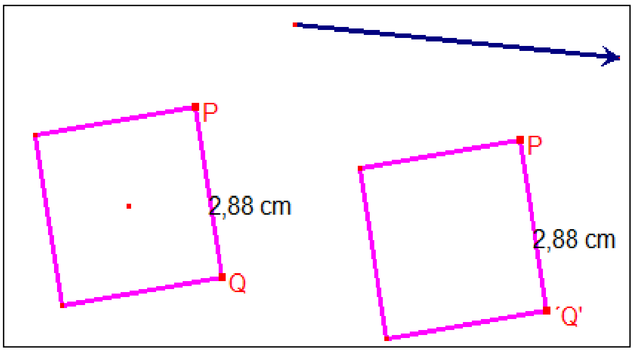

Figura 11: solución actividad 3b de traslación

Verdadero, porque la figura mantiene forma y tamaño.

- $d(P,Q`)=d(P`,Q)$

Conclusiones:

- Un P(x,y) se trasforma en el punto P'(-y, x) cuando se efectúa una Rotación en 90º
- Un P(x,y) se trasforma en el punto P''(-x,-y) cuando se efectúa una Rotación en 180º
- Un P(x,y) se trasforma en el punto P'''(y, -x) cuando se efectúa una Rotación en 270º

2. ¿Qué sucede con una figura, si se realiza una rotación de 0° respecto al origen? ¿a qué isometría se parece?

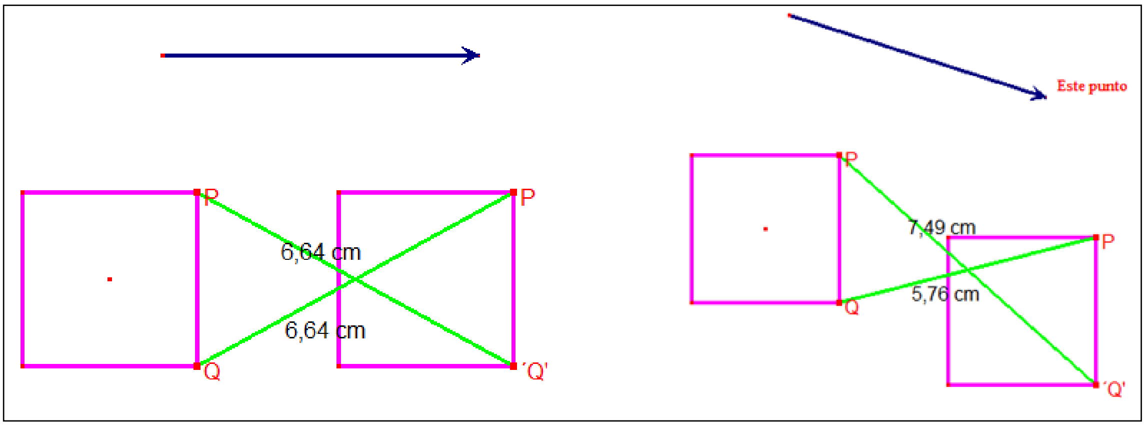

Figura 12: solución actividad 3b de traslación

Conclusión:

No siempre, esto depende de la ubicación que se le dé al vector.

Rotación

1. Dada una figura geométrica, aplicar rotaciones con respecto al origen de 90°, 180° y 270°. Verificar que sucede con las coordenadas de una figura al aplicar estas isometrías.

Conclusión:

Es invariante, corresponde a una traslación de vector nulo.

3. ¿Qué sucede con una figura, si se realiza una rotación de -90° respecto al origen? ¿a qué isometría se parece?

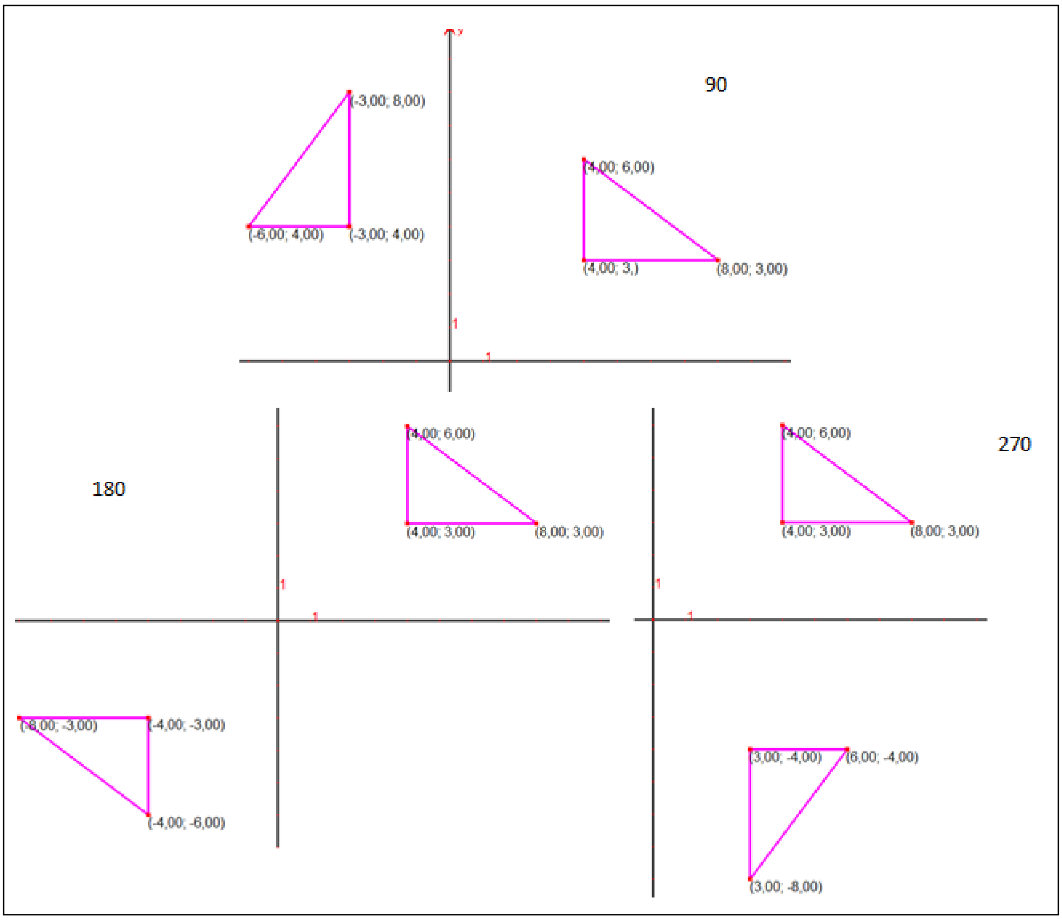

Figura 13: solución actividad 1 de rotación

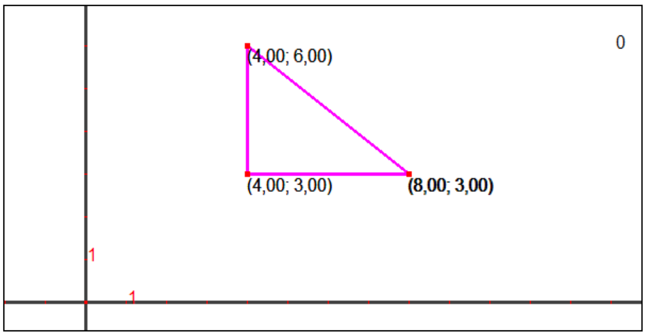

Figura 14: solución actividad 2 de rotación

Conclusión:

Es equivalente realizar una rotación de -90º a una de 270° respecto al origen.

4. ¿Qué sucede con una figura, si se realiza una rotación de -180° respecto al origen?, ¿a qué isometría se parece?

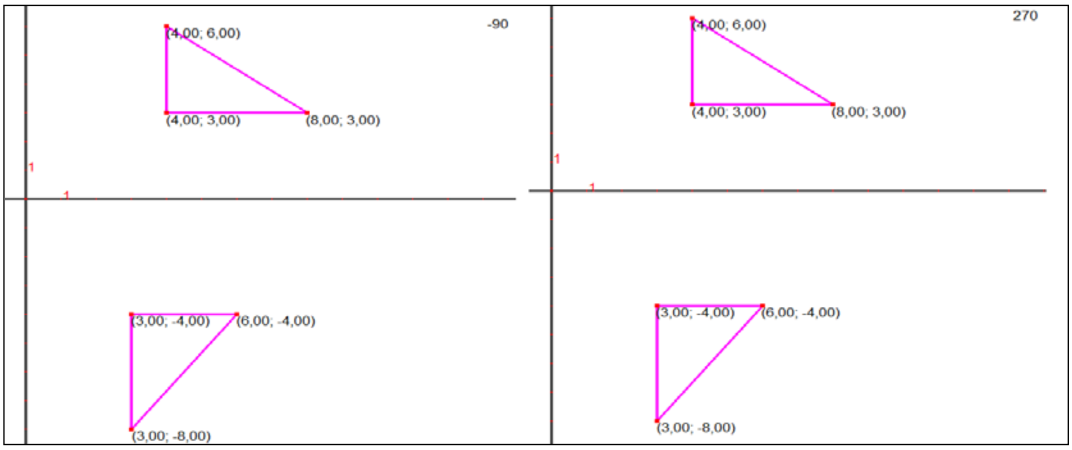

Figura 15: solución actividad 3 de rotación

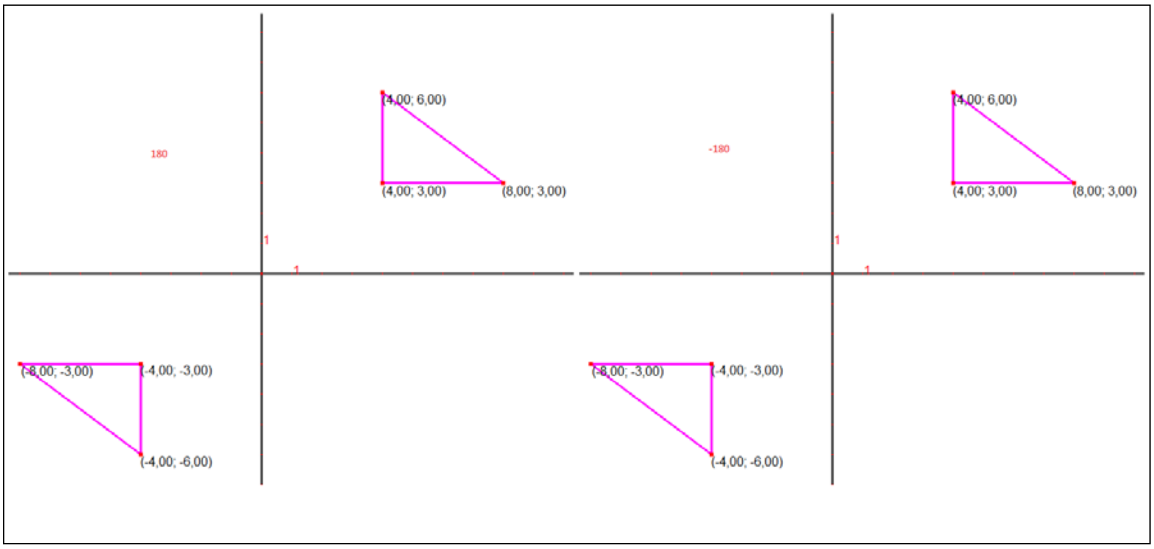

Figura 16: solución actividad 4 de rotación

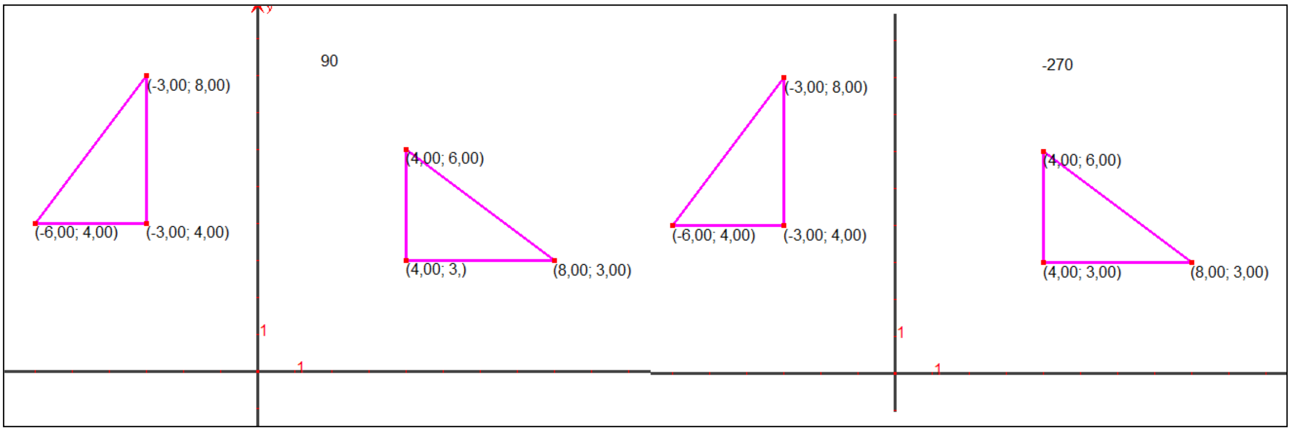

Figura 17: solución actividad 5 de rotación

Conclusión:

Es equivalente realizar una rotación de 180º a una de -180° respecto al origen.

5. ¿Qué sucede con una figura, si se realiza una rotación de -270° respecto al origen? ¿a qué isometría se parece?

Conclusión:

Es equivalente realizar una rotación de 90º a una de -270° respecto al origen.

PARA FINALIZAR

El uso de las tecnologías de la información y la comunicación han permito un cambio sustancial en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las diferentes disciplinas, donde el rol del profesor es seleccionar adecuadamente las actividades y el momento en que se van a trabajar y de qué forma. Por su lado, el estudiante tiene acceso a una gran gama de información a la distancia de un clic.

En el caso de la enseñanza de la matemática y, específicamente, la geometría se ve enormemente beneficiada con el surgimiento de software que facilitan la labor académica. En este sentido, el uso del software de geometría dinámica, Cabri II Plus, permite construir, manipular, visualizar, analizar, comprobar y conjeturar aspectos relevantes sobre las propiedades de las transformaciones isométricas, generando espacio para desarrollar trabajar en equipo, discutir, intercambiar opiniones y comunicar resultados matemáticos. Además, Cabri II es un programa de fácil manipulación, que desarrolla la visualización, permite desarrollar tareas en un tiempo corto y, uno de los aspectos más importantes, permite la participación de los estudiantes en la construcción del conocimiento, para lo cual es necesario una secuencia efectiva de actividades que permitan: (1) exploración, (2) conjeturas, (3) descubrimiento y (4) verificación de propiedades, ya que de no ser adecuadas, dificultan el aprendizaje de los estudiantes.

Las actividades antes presentadas, y muchas otras, son un claro ejemplo que el uso de Cabri II Plus, hace más fácil y amigable los contenidos, permitiendo el desarrollo de un pensamiento geométrico de calidad, el pro de los aprendizajes de calidad.

BIBLIOGRAFÍA

Alarcón, P., Dewulf, V., Sanhueza, T., Silva, V. y Villanueva, M. (2004) Incidencia del uso del software de geometría Dinámica Cabri II en el aprendizaje de las Transformación Isométricas en alumnos/as de NM1. Tesis para optar al grado de Licenciado en Educación. Universidad Católica de Temuco

Barrera, B. y Centeno, M. (2006). Evaluación de Niveles de Razonamiento Geométrico en Estudiantes de la Licenciatura en Educación integral. Divulgaciones Matemáticas. 14 (2), 141-151

Calix, C. y Alvarado, J. (2008) Enseñando las Cónicas con el empleo del Cabri como recurso didáctico. Un entorno virtual interactivo. Dirección General de Escuelas Preparatorias. Universidad Autónoma de Sinaloa, México.

Corberan, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Pastor, A., Margarit, J. B., Peñas, A. y Ruíz, E. (1994). Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Ministerio de Educación y Ciencia. Secretaría General Técnica. Centro de publicaciones. Madrid

De Pablos, J. (1998). Nuevas Tecnologías, Comunicación audiovisual y Educación. Barcelona: Cedecs. España.

Díaz, D (2009). Desarrollo del Pensamiento Geométrico en Estudiantes de Educación Secundaria. Seminario para optar al Título de Profesor de Educación Media Mención Matemática y Computación. Universidad de Los Lagos, Osorno. Chile.

Díaz, D. (2010) Determinación de los niveles Van Hiele en alumnos de primer año medio sobre la transformación isométrica de Simetría. Revista Investigadores en Educación. X (2), 65 – 87.

Díaz, D. y Bazán, K. (2011) Enseñanza de las transformaciones isométricas en el primer nivel de educación media de adultos: resultados de una experiencia. Horizontes Educacionales. 16(2), 17 – 29

Gil, Y., De Los Ríos, C. y Gil, C. (2009) Alcance del impacto de la integración de las NTICs en la Educación Matemática. Acta VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Puerto Montt, Chile.

Gil, Y., Rivas, M. y Calvo, I. (2009) Diseño de Evaluaciones en Matemática incorporando Nuevas Tecnologías. Acta VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Puerto Montt, Chile.

Jaime A. (1993). Aportaciones a la Interpretación y Aplicación del Modelo de Van Hiele: La Enseñanza de las Isometrías del Plano. La Evaluación del Nivel de Razonamiento. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia. España.

López, D. (2009) Cabri al servicio de mejores aprendizajes en Geometría. Acta II Congreso Nacional de Estudiantes de Pedagogía en Matemática de Chile. Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile

López, N. (2006) El empleo del software Cabri-Géométre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". La Habana, Cuba

Mammana, C. y Villani, V. (1998) Perspectiva en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. En: Antología del curso Las matemáticas y su enseñanza en la escuela secundaria II. Forma, espacio y medida. México

Santaló, L. y colaboradores (1994). Hacia una Didáctica Humanista de la Matemática. Enfoques. Buenos Aires, Argentina

Sobarzo, R. (2009) Educación Matemática en el Aula 2.0. Charla VI Taller de Capacitación 2009: Métodos de Enseñanza de la Matemática, Universidad San Sebastián de Talcahuano y Colegio Alemán Concepción, Talcahuano, Chile

UNESCO (2004) Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente. Guía de planificación. División de Educación Superior. Paris, Francia