

## ENTORNOS VIRTUALES PARA EL LOGRO DE COMPRENSIÓN DE OBJETOS MATEMÁTICOS

Aida María Torres Alfonso, Dámasa Martínez Martínez, Andrés Tellería Rodríguez  
Universidad Central de Las Villas. (Cuba)

[fresasjun22@yahoo.com](mailto:fresasjun22@yahoo.com)

Campo de investigación: visualización. Nivel educativo: superior

Palabras clave: visualización, motivación, comprensión

### Resumen

El trabajo propone como elemento innovador el uso de la visualización usando la tecnología desde la presenciabilidad de un curso de Análisis Matemático donde el estudiante se convierte en un elemento activo y crítico de los recursos que se encuentran en Internet y desarrolla la capacidad de elaborar materiales didácticos que ayuden a la comprensión de objetos matemáticos. Los principales logros alcanzados en los estudiantes con esta experiencia fueron: la motivación por su formación matemática, el trabajo en grupo, la formación de competencias y su formación didáctica, lo que los prepara como futuros profesionales vinculados a la docencia en las sedes universitarias.

### Introducción

El proceso de transformación cualitativa por el cual transita la enseñanza superior cubana y la reformulación de las funciones de la Universidad, enfatizando en su responsabilidad social es un fenómeno palpable por toda la sociedad en los últimos años. En este contexto la problemática del aprendizaje y su optimización se incluye entre las cuestiones investigativas que son priorizadas.

Por otra parte resulta indudable, el impacto que ha causado el uso de las nuevas tecnologías en la Educación Superior y dentro de ellas es significativo las posibilidades que brinda Internet. Pero el reto pedagógico al que nos enfrentamos consiste en ¿cómo emplearlas en el proceso docente educativo, controladas y dirigidas por el profesor para lograr los objetivos previstos en la formación de los especialistas que se forman en nuestras universidades?

La utilización de entornos virtuales para la formación universitaria ha generado nuevos escenarios de enseñanza y también de aprendizaje en los que ni el profesor ni los alumnos necesitan las sesiones cara a cara típicas de los planteamientos presenciales. Coincidimos además que su eficacia va a depender tanto del alumno, como del tipo de actividad, contenido u objetivo pretendidos.

En el aprendizaje del Análisis Matemático las ideas, conceptos y métodos, presentan una gran riqueza de contenidos visuales, intuitivos, geométricos, que están constantemente presentes tanto en las tareas de presentación y manejo de los teoremas y métodos, como en la de resolución de problemas, pero que rara vez pasan a las presentaciones escritas, ya sea por la dificultad material de realizarlo o tal vez por una especie de atadura inconsciente a las formas tradicionales de presentación.

La visualización es la capacidad del individuo de poder reconocer en un registro de acciones y representaciones, las reglas con las cuales fueron construidas, y así pues, que de tal forma esta información le permita realizar las conversiones adecuadas a otro registro. Al respecto Fernando Hitt menciona: *“El conocimiento de un concepto es estable en el alumno, si este es capaz de lograr articular sin condición algunas diferentes representaciones del mismo objeto, así como el de recurrir a ellas, las representaciones, en forma espontánea durante la resolución de problemas”* (Hitt, 1998).

La visualización es por consiguiente, extraordinariamente útil, tanto en el contexto de la enseñanza-aprendizaje, como, evidentemente, en el de la investigación.

El trabajo se inscribe por tanto en una experiencia educativa que forma parte de un modelo didáctico centrado en las necesidades de preparación matemática del estudiante, que potencia el uso de Internet en un curso de Análisis Matemático presencial, concibiendo la evaluación formativa para lograr comprensión, utilizando de manera intencionada la tecnología.

## **Desarrollo**

### *La comprensión desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática*

En el trabajo adoptamos el enfoque constructivista para la formación de competencias en los profesionales al que se le ha incorporado el punto de vista vigostkiano de la competencia, de acuerdo con el cual esta se homologa con el Zona de Desarrollo Próximo. Esta perspectiva enmarca los procesos formativos dentro de una concepción del desarrollo progresivo y gradual, adjudicando un lugar secundario a la demostración observable de los resultados como la que representa por ejemplo, un examen o un test.

Entender la comprensión como competencia reconoce la necesidad de un desarrollo mental, pero centra su interés en las descripciones y representaciones a medida que se “construyen” mediante las interacciones que se desarrollan en una institución escolar dada, ya sea entre los alumnos, entre ellos y sus profesores, entre estos últimos y entre cualquiera de estos sujetos y el contexto social en el cual se desarrolla el proceso de aprendizaje.

Este enfoque general es compatible con el que están desarrollando y se pueden encontrar en diferentes trabajos de Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Contreras, Font, Luque, Ordóñez, 2005; Godino, Batanero y Roa, 2005; Godino, Contreras y Font, en prensa) los que han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico de la cognición e instrucción matemática.

En correspondencia con este enfoque constructivista asumimos que comprender un objeto matemático consiste en ser capaz de reconocer sus características, propiedades y representaciones; relacionarlo con otros objetos matemáticos y usarlo en toda la variedad de situaciones problemáticas que sean propuestas por el profesor.

Bajo esta perspectiva la comprensión asumida por un sujeto en un momento, difícilmente será total o nula, sino parcial. Se necesita por tanto, concebir por parte del profesor una secuencia de actividades que tengan como objetivo que la emergencia de objetos matemáticos personales como resultado de una organización didáctica diseñada a priori por el profesor.

Del otro lado del problema didáctico a resolver, el alumno habrá comprendido un objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diversas situaciones didácticas, en las que requerirá utilizar diferentes notaciones, así como convertir una representación en otra de manera natural, y además tenga la capacidad de poder expresarlo públicamente, con argumentos que demuestren que su pensamiento ha evolucionado tras un esfuerzo intelectual productivo y no igualar estas prácticas evaluativas con la participación “activa” de los estudiantes en las cuales solo se analiza si participó o no en clases, pero no si la misma se sustenta en un desarrollo de su pensamiento y actividad matemática concreta.

## **Uso de Internet en la Educación Superior, algunas referencias**

En la bibliografía consultada, se reconoce que el uso de Internet en la docencia universitaria puede oscilar entre la elaboración de pequeñas experiencias docentes: por ejemplo, publicar una página web con el programa de la asignatura, hasta la creación y puesta en funcionamiento de todo un sistema de formación a distancia *on line* desarrollado institucionalmente por una universidad. Por esta razón, podemos identificar distintos niveles de integración y uso de los recursos de Internet que va de lo simple a lo complejo, de lo personal a lo institucional, siempre con estrategias para contribuir al éxito de nuestro objetivo fundamental como educadores universitarios: formación de profesionales competentes.

Postulamos que si en nuestra práctica docente concebimos de manera consciente su uso, puede ser un factor que ayude a construir y desarrollar un modelo de enseñanza más flexible, donde prime más la actividad y la construcción del conocimiento por parte del alumnado a través de la utilización de una gran variedad de recursos didácticos que están disponibles en Internet ante la mera recepción pasiva del conocimiento a través de los apuntes y libros de texto. Siendo, a juicio de varios autores y nuestro también, uno de los retos pedagógicos de la docencia universitaria a corto y medio plazo.

### **Utilización de Internet como elemento innovador de un modelo didáctico para un curso de Análisis Matemático presencial**

Muchos son los autores que con diferentes puntos de vista, reconocen las ventajas de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles de enseñanza. Por la relación que guarda con nuestro trabajo, citamos a Miguel de Guzmán (1996), quien sostiene que la visualización en las Matemáticas es la representación concreta de relaciones abstractas.

En la experiencia nos afianzamos en el supuesto de que los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unos con otros. La distinción entre expresión y contenido nos permite tener en cuenta el carácter esencialmente relacional de la actividad matemática. La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un antecedente (expresión) y un consecuente (contenido) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia.

Desde este punto de vista, el conjunto de prácticas que puede realizar en un momento determinado el alumno es lo que se entiende por significado del objeto personal del alumno en este momento, las que podrán ser utilizadas en un determinado contexto y con un determinado tipo de notación produciendo un determinado sentido. Un cambio de representación puede activar un subconjunto de prácticas públicas y privadas, que puede facilitar o dificultar la resolución de la actividad. Generalmente los objetos matemáticos se representan mediante notaciones diferentes que ayudan a producir diferentes sentidos. Cada una de las notaciones ayuda a producir sentido, pero no produce todos los sentidos. Por lo tanto, comprender un objeto matemático requiere utilizar diferentes notaciones y adquirir la capacidad de convertir una representación en otra.

Presentamos en el trabajo algunas de las experiencias desarrolladas en el proceso docente educativo en el primer año de la carrera Licenciatura en Matemática, integrando el uso de entornos virtuales que están disponibles en Internet, con el objetivo de lograr la comprensión de los objetos matemáticos implicados en ese curso académico, diseñando actividades docentes que combinan la búsqueda de información del tema a estudiar, de forma dirigida, evitando que el estudiante divague

en la “bruma” de la información de temáticas tan tratadas en la red, así como propiciamos el trabajo cooperativo y la responsabilidad individual de cada estudiante, no solo ante los objetos matemáticos a comprender, sino también hacia su actividad matemática.

### **Características generales de las situaciones didácticas diseñadas donde se utilizan los entornos virtuales para el logro de la comprensión de los objetos matemáticos**

- Atención a las diferencias individuales de los estudiantes del grupo.
  - Posibilidad de realizar de manera complementaria trabajo colaborativo.
  - Desarrollar el pensamiento crítico reflexivo en los estudiantes en el manejo de la información encontrada en Internet.
  - Concepción de actividades docentes y evaluaciones inter disciplinares que reportan beneficios motivacionales en los estudiantes y reducción de evaluaciones parciales.
  - Los estudiantes exponen públicamente la interpretación que han asumido del objeto matemático que analizaron en el entorno virtual que fue indicado por el profesor.
  - Se desarrollan actividades de seminarios teóricos donde los estudiantes refieren en sus fundamentaciones a los problemas y teoremas planteados, los objetos matemáticos discernidos en los entornos virtuales que consultaron en actividades anteriores.
  - Uso de la visualización de conceptos matemáticos y de su historia en la motivación de profesores y estudiantes del colectivo.
  - Los estudiantes elaboraron recursos didácticos con el uso de las tecnologías que contribuyen a la comprensión de conceptos, temas y problemas matemáticos resueltos, de manera que se convierten en sujetos activos del proceso de aprendizaje.
  - Se contextualiza la matemática pero evitando dar un simple maquillaje a las matemáticas, sino diseñando situaciones didácticas ricas que desarrollen el pensamiento y logren la comprensión. Este enfoque potencia la práctica evaluativa pública ante la privada que sustenta la comprensión como proceso mental.
  - Utilizar los recursos didácticos que aparecen en este sitio con el objetivo de realizar una valoración crítica de los productos atendiendo a las diferentes representaciones que se utilizan y a la visualización: <http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/>
- Algunos de los resultados obtenidos al desarrollar esta experiencia educativa:
- Los estudiantes expresan una mayor motivación por el estudio de la matemática y disposición investigativa hacia ella.
  - Se lograron índices de aprovechamiento escolar muy superiores a cursos anteriores en cuanto a resultados docentes, participación en eventos científicos, exámenes de mejora de notas, así como en actividades extradocentes.

### **Conclusiones**

Debemos contribuir con los resultados de nuestras investigaciones pedagógicas a fundamentar porque las nuevas tecnologías por sí solas no contribuyen a un desarrollo ascendente de nuestras misiones educativas, cuestión que nos precisa reflexionar en un uso correcto de los recursos que disponemos.

En esta comunicación hemos expuesto nuestras experiencias con el uso de Internet en el marco de un modelo didáctico no tradicional.

Defendemos la postura de que la integración real de las tecnologías de la información y en específico Internet en el papel motivador hacia el aprendizaje matemático necesita de un replanteamiento de la práctica desde la óptica de un modelo sistémico, el cual debe potenciar el uso de la reflexión en el proceso enseñanza aprendizaje, la estimulación a la autonomía del aprendizaje donde cada cual describa su propio camino hacia el saber, así como los enfoques centrados en el sujeto que aprende, lo que permitirá guiarlo en su proceso de aprendizaje a lo largo de la vida, sin necesidad de utilizar nuevos modelos.

Formar a los futuros matemáticos bajo un espíritu de solidaridad, cooperación, responsabilidad individual y unidad, los preparará para trabajar en equipos multidisciplinarios donde estos valores primarán sobre las necesidades individuales.

### Referencias bibliográficas

- Area, M. (2000). ¿Qué aporta Internet al cambio pedagógico en la Educación Superior? *Actas del III Congreso Internacional de Comunicación, Tecnología y Educación. Universidad de Oviedo*, 128-135.
- Borrás, I. (1999). Aprendizaje con la Internet: una aproximación crítica. Recuperado de: <http://www.sav.us.es/pixelbit/articulos/n9/n9art/art91.htm>
- Contreras, A. y Font, V. (2002), ¿Se aprende por medio de los cambios entre los sistemas de representación semiótica? *XVIII Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas SIIDM*, 14, 1-21.
- Contreras, A., Font, V., Luque, L. y Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25 (2), 151-186.
- Hitt, F. (1998) Visualización matemática, nuevas representaciones, nuevas tecnologías y currículo. *Revista de Educación Matemática*, 10, 23-45.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 22, 237-284.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. (1996). Significado y comprensión de los objetos matemáticos. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20<sup>th</sup> PME Conference*, Vol 2, pp. 417-424). Valencia, 1996
- Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 3-36.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (en prensa). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico- semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- Guzmán M. de, El papel de la visualización. Recuperado en: <http://www.sectormatematica.cl/articulos.htm>
- Guzmán M. (1996) El papel del matemático en la Educación Matemática. Actas del Octavo Congreso Internacional de Educación Matemática ICME-8, *Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES", Sevilla*. Recuperado en: <http://usuarios.bitmailer.com/mdeguzman/guzmanpa/papeldelmatematico.htm>
- Marques P.G. (1998) Usos educativos de Internet ¿hacia un nuevo paradigma de la enseñanza? Recuperado en: <http://dewey.uab.es/pmarques/usosred2.htm>

## Anexo 1

### Tema de la actividad docente: Aplicaciones de la derivada

#### Objetivos

1. Lograr que los estudiantes localicen y consulten literatura matemática en Internet, relacionada con el tema: Derivada de una función real y sus aplicaciones, tanto en Idioma español como en inglés.
2. Elaborar esquemas y resúmenes en español sobre los materiales consultados en inglés.
3. Exponer en una actividad docente, utilizando las NTIC, los conceptos fundamentales que abarcan el tema tratado.
4. Valorar el uso de estos entornos virtuales, en la comprensión de los objetos matemáticos estudiados que se relacionan con el tema de estudio.

#### Tareas a realizar

1. Analizar tutoriales disponibles en INTERNET para el estudio del tema propuesto:  
<http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/>
2. Trabajar con materiales interactivos que están en INTERNET para el análisis y discusión de varios aspectos del tema propuesto.  
<http://www.ies.co.jp/math/java/calc/index.html>

#### Organización de la Actividad

1. Se dividirá el grupo en dos equipos:  
A (Responsabilizado con la primera tarea) y  
B (Responsabilizado con la segunda tarea).
2. Cada estudiante responderá por un objetivo distinto en cada tarea, pero el equipo responde por el objetivo general.
3. Cada estudiante dispone de 6 minutos para socializar sus conocimientos.
4. La evaluación de la actividad tendrá en cuenta el cumplimiento tanto de los objetivos particulares como lo general. Y cada estudiante se propondrá su evaluación en función del cumplimiento de los objetivos generales y los individuales que cada cual se haya propuesto.

#### Temas por equipos

*Equipo A:*

A<sub>1</sub>: Derivadas

<http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/2/index.html>

A<sub>2</sub>: Aplicaciones del diferencial

<http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/3/index.html>

*Equipo B:*

Derivadas de orden superior y otras propiedades

<http://www.ies.co.jp/math/java/calc/index.html>