

## UNA APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE SUCESIÓN CON USO DE TECNOLOGÍA POR MEDIO DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN EL NIVEL BACHILLERATO

Mónica del Rocío Torres Ibarra, Elvira Borjón Robles, Judith A. Hernández Sánchez

Universidad Autónoma de Zacatecas

México

mtorres@matematicas.reduaz.mx, eborjon@matematicas.reduaz.mx, jhernan@matematicas.reduaz.mx

**Resumen.** Se analiza la importancia de la inclusión del tema de sucesiones desde preescolar hasta el nivel medio superior en México. El marco teórico que da soporte a esta investigación es la Teoría de Representaciones Semióticas de Duval (1998), en combinación con el uso de tecnología TI-Nspire. Centramos la atención en el nivel medio superior, con la finalidad de que los alumnos a través del manejo de las representaciones semióticas: verbal, gráfica, tabular y analítica, adquieran el concepto de sucesión aún sin definirlo formalmente. A través del uso de representaciones semióticas instrumentadas en la calculadora TI-Nspire con ejemplos acordes al entorno del alumno (deportes, medio ambiente) se forma el concepto de sucesión. Paralelamente se insiste en la detección tanto del dominio, imagen y grafo; lo anterior con la finalidad de que el alumno visualice y detecte que el dominio de las funciones en juego siempre es el conjunto de los números naturales y la imagen un subconjunto de los números reales, así como de la relación funcional.

**Palabras clave:** sucesión, dominio, representación semiótica, tecnología

**Abstract.** This research discusses the importance of the inclusion of the topic of succession from kindergarten up to high school in Mexico. The theoretical framework that gives support to this research is the theory of representations semiotics of Duval (1998) in combination with the use of TI-Nspire technology. We focus attention specifically on the upper secondary level, with the aim that students through the handling of semiotic representations: verbal, graphic, tabular and analytical, to acquire the concept of succession even without defining it formally. The concept of succession is formed through the use of semiotic representations instrumented in the calculator TI-Nspire with examples according to the environment of the student (sports, environment, etc). At the same time insists on detection both of the domain, image and graph; the above in order that students view and detects that the domain of the functions in game is always the set of natural numbers and the image a subset of the real numbers, as well as the functional relationship.

**Key words:** sequences, domain, semiotic representation, technology

### Marco teórico

En base al uso de diferentes representaciones semióticas (verbal, gráfica, tabular y analítica), nuestros objetivos son, que el alumno de nivel medio superior adquiera el concepto de sucesión, sea capaz de identificar separadamente el dominio, imagen y grafo de una sucesión, y sobre todo que se dé cuenta que una sucesión, gráficamente es un subconjunto infinito de puntos discretos del plano; todo esto puesto en escena a través del medio tecnológico que facilita la calculadora TI-Nspire. Así mismo, acorde al objetivo planteado para este tema en el programa de estudios, proponemos que el alumno relacione dos variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento y que sea capaz de dar respuestas a preguntas particulares.

Es importante resaltar que pusimos en manos de los alumnos un instrumento que pese a que nunca habían manipulado, no vacilaron en manejarlo y dominarlo de manera natural, ya que ellos nacieron en la era tecnológica, reflejando un interés específico por las funciones que la calculadora realiza.

Ahora bien, teniendo en cuenta las definiciones:

- ❖ *Semiosis: Es la aprehensión o la reproducción de una representación semiótica, a través de promover la coordinación de varios registros de representación semiótica que puede manifestarse más simple en ciertos registros que en otros. Pero ésta es compleja por la diversidad de registros que puede movilizar. Es decir, semiosis, es la aprehensión o la reproducción de una representación semiótica.*
- ❖ *Noesis: es la aprehensión conceptual de un objeto, por lo que No hay noesis sin semiosis.*

Duval (1998, pp 174 y 186)

En consecuencia, para que el estudiante adquiriera el concepto se requiere realizar una interacción entre las diferentes representaciones semióticas. Nos dimos a la tarea de diseñar y poner en práctica una secuencia didáctica en la calculadora TI-NSpire que permitió analizar el cumplimiento de los objetivos planteados.

En Ramos (2000) se identifica un trabajo similar, realizado como taller, en éste el diseño se realiza en base a la tecnología Voyage 200 y se pone en escena en un grupo de segundo año de Licenciados en Pedagogía de Chile, paralelamente se realiza un comparativo sobre el mejoramiento del nivel de conocimiento del tema de sucesiones con respecto a un grupo de la carrera de Ingeniería Mecánica también de Chile y este atendido de manera tradicional. Cabe destacar que en este trabajo se buscaba mejorar el nivel de conocimiento del tema de sucesiones y nosotros trabajamos con la formación del concepto de sucesión en un grupo de nivel medio superior y con tecnología TI-spire. En Hitt (1996) se concluye que uno de los obstáculos que se presenta con más frecuencia cuando se trabaja con representaciones es en el tránsito de la representación gráfica a la analítica, situación que se presenta en este trabajo y que se aborda a través de opciones múltiples. El tema de sucesiones se aborda en múltiples investigaciones que centran la atención principalmente en el tema de convergencia de una sucesión y se aborda a través de la ingeniería didáctica, la socioepistemología y se pone en escena en diferentes niveles de estudio.

### **Motivación de la investigación**

El objeto de estudio de nuestra investigación es el tema de sucesiones reales, debido a que este tema tiene impacto en la modelación de problemas de la vida real, en procesos de

razonamiento lógico-matemático y como es bien sabido tiene un gran impacto en las materias de cálculo y análisis de una variable real. Además de ello, la evaluación de este tema es determinante en el diseño de exámenes de admisión de diferentes niveles debido al nivel de razonamiento que implica.

El tema de sucesiones numéricas se aborda en los planes y programas de estudio de cada uno de los niveles de educación básica en México, en la tabla I se describen los objetivos y los temas que se promueven en cada uno de los niveles, cabe mencionar que el nivel preescolar se encuentra en el rango de tres a seis años, el nivel de primaria de seis a doce años, el de secundaria de doce a quince años y el de bachillerato de quince a dieciocho años.

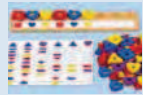


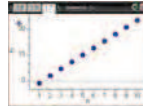
Nivel	Objetivo	Temas que promueve
<b>Preescolar</b> 	Establecer relaciones comparativas respecto a un sistema de referencia entre los elementos de un conjunto, y ordenarlos según su diferencia, ya sea en forma creciente o decreciente.	Noción de orden por medio de la adición, reconocimiento de antecesor y sucesor dentro de un grupo de objetos. (Martínez, 2012)
<b>Primaria</b> 	Descubrir la relación entre dos términos consecutivos, Operar números enteros, Completar una serie numérica, Perseverar en la búsqueda de soluciones.	Número, relaciones y funciones donde el alumno desarrolla la capacidad de Interpretar y formular sucesiones con números naturales. (Secretaría de Educación Pública, 2011)
<b>Secundaria</b> 	Llevar a cabo procedimientos descritos de forma clara, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciadas. Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.	Obtención de reglas de sucesiones numéricas y figurativas. Utilización de números con signo y deducción de expresión algebraica. (Secretaría de Educación Pública, 2011)
<b>Medio superior</b> 	Analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.	Construcción e interpretación de modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. (Secretaría de Educación Pública, 2010)

Tabla I. Descripción del tema de sucesión en planes de estudio

### Metodología

El uso de calculadoras graficadoras promueve conexiones entre las representaciones gráfica, numérica, verbal y analítica, motivando en los alumnos la experimentación, la investigación y la reflexión.

El ejercicio se aplicó en cinco sesiones de una hora a un grupo de 52 alumnos de primer semestre del Colegio de Bachilleres Plantel Loreto del estado de Zacatecas, formando 17 equipos de tres miembros cada uno, poniendo en juego con esto el aprendizaje mediado y trabajando con seis problemas en los que se aumenta progresivamente el nivel de dificultad, y dos problemas para evaluar el trabajo individual.

La estructuración de los problemas se hizo en términos de representaciones, con las que se promueve el tránsito de éstas, diseñadas y puestas en operación en la calculadora TI-NSpire para que el alumno logre:

1. Completar un espacio de tabulación
2. Manipular el dominio, la imagen y el grafo de la sucesión planteada
3. Visualizar gráficamente el comportamiento
4. Llegar a la generalización del problema
5. Comprobar la generalización
6. Emitir conclusiones

### **Puesta en escena**

Como introducción se realizaron dos ejercicios planteados verbalmente en el salón de clases y con el uso del pizarrón en el salón, primero la sucesión correspondiente a los números pares para los valores desde  $n=1$  y hasta  $n=6$ , para ver si ellos podían determinar los valores de  $f(n)$  para  $n=7$ , y  $n=8\dots$ , permitiéndoles seguidamente determinar la fórmula con la que se pudiera obtener cualquier valor para  $n$  en esta sucesión, en este ejercicio las respuestas variaron hasta que a prueba y error se determinó la fórmula que representaba de manera general la sucesión correcta. Enseguida se planteó la sucesión de los números primos ofreciendo los primeros términos y luego los alumnos mencionaron los que le seguían, obviamente no era posible dar una fórmula que genere los términos de esta sucesión explicándoles por lo tanto que era un problema abierto de las matemáticas.

De la misma manera, se planteó trabajar con la calculadora, en la que mediante situaciones que iban desde una secuencia de números, pasando por planteamiento de problemas relacionados con fútbol compra de bicicletas, renta de computadoras en un cibercafé, crecimiento de plantas, en fin, situaciones relacionadas al entorno de los jóvenes, que previamente fueron cargados en la calculadora, les permitirían automatizar algunos de los procesos de cálculo y graficación referentes al cambio de representación.

Primer paso, representación verbal. Se formulan diferentes situaciones en las que el objetivo es determinar las variables que intervienen.

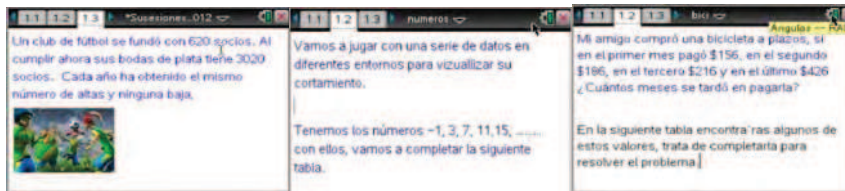


Figura 1. Representación verbal

Segundo paso, representación tabular. Se plantea un primer cambio de representación, estructurando a partir de los datos presentados, los valores que corresponden a las variables  $n$  y  $f(n)$ . El objetivo es que presentándole al alumno  $x$  valores para la variable  $n$ , sea capaz de establecer sus correspondientes en  $f(n)$ .

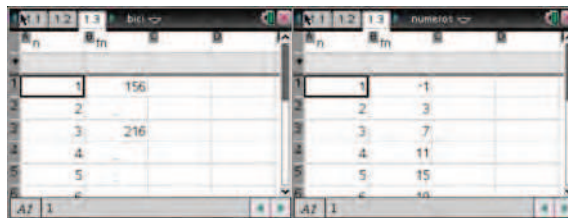


Figura 2. Representación tabular

Tercer paso, determinación de la presencia de una función dentro de la sucesión presentada.

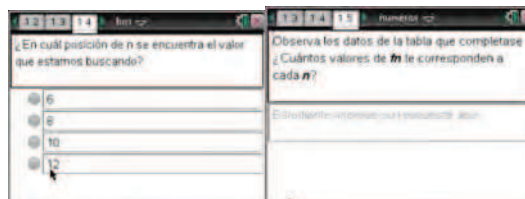


Figura 3. Funciones

Cuarto paso, representación gráfica. En este cambio de representación se plantearon varios objetivos:

- ❖ Primeramente, que los jóvenes fueran capaces de identificar separadamente el dominio, imagen y grafo de una sucesión, el cual se cumplió a cabalidad, pues su respuesta fue espontánea.

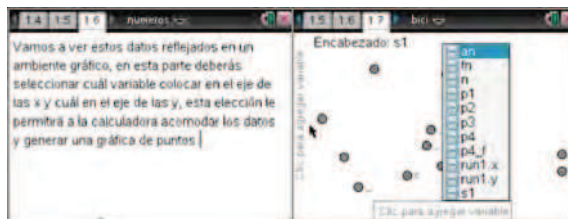


Figura 4. Determinación del dominio

- ❖ En esta misma representación, ellos visualizaron que las sucesiones están representadas por un subconjunto infinito de puntos discretos del plano y no son continuas, error que comúnmente se comete al trabajar manualmente y en el que las herramientas de la calculadora son indispensables.

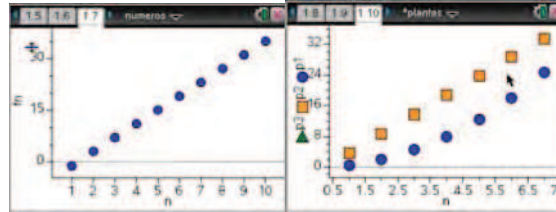


Figura 5. Puntos discretos en el plano

El quinto paso, la representación analítica, fue para nosotros un reto, pues el cambio de representación de gráfica a analítica no se aborda en los contenidos temáticos de bachillerato, sino que a la inversa.

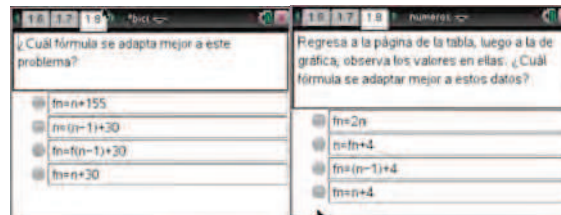
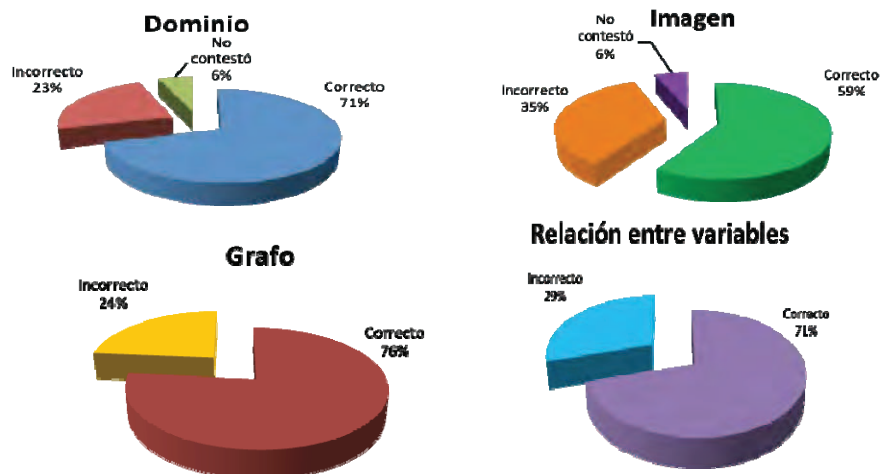


Figura 6. Representación analítica

## Conclusiones

Los análisis realizados por los alumnos y la interpretación que matemáticamente dan a los problemas nos hacen concluir que los resultados del cambio de representación son favorables en la adquisición del concepto de sucesión.

Esto se refleja en las siguientes gráficas:





De los datos trabajados estadísticamente se concluye por ejemplo que el 71% de los alumnos fue capaz de identificar el dominio de las sucesiones así como identificar que se presentaba una relación entre variables. El 59% de los alumnos fue capaz de identificar la imagen de las sucesiones, sin embargo cabe aclarar que solo identificaron las imágenes particulares de las sucesiones que se pusieron en juego. El 76% identificó el grafo de las sucesiones que se presentaron. Sin embargo el 53% de los alumnos de bachillerato no fue capaz de estructurar adecuadamente el concepto de sucesión lo que nos permite concluir que una gran mayoría se quedó en el proceso de las representaciones semióticas logrando con esto la semiosis pero no la noesis.

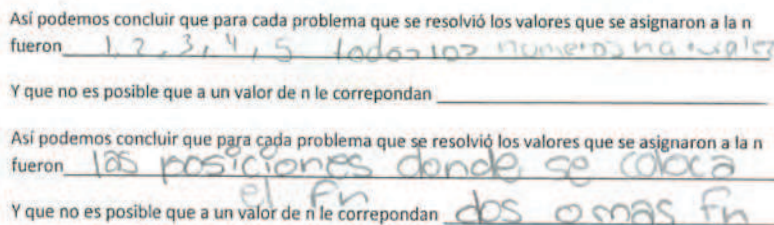


Figura 7. Respuestas de dos alumnos

### Referencias bibliográficas

- Duval R. (1998), Semiosis ét noesis. *Conference A. P. M. E. P.*, I
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*, Université Louis Pasteur de Strasbourg, France. Ed. Hitt, F. pp 173-201.
- Fuentes, E & Vargas, M (2011). Plan de Estudios 2011, Educación Básica. México, Secretaría de Educación Pública.
- Hitt, F. (1996) Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. *Investigaciones en Matemática Educativa*. Grupo Editorial Iberoamérica. pp 245-264
- Martínez, R., Cervantes V. (2002). *El gran libro de la maestra de preescolar*. Ediciones Euroméxico S.A. de C.V.

Ramos R. (2000). Una actividad para la enseñanza de las series numéricas bajo un marco teórico didáctico, Instituto de Matemáticas. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Osorio, J., Gallart, M. (2010). Plan de Estudios de los Centros de Bachillerato Tecnológico. Secretaría de Educación Pública. México.