Dificultad de los problemas combinatorios en estudiantes con preparación matemática avanzada

Rafael Roa Guzmán, Carmen Batanero y Juan D. Godino

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio sobre la dificultad que la resolución de problemas combinatorios simples y compuestos supone para los alumnos de cuarto y quinto curso de la licenciatura de Matemáticas. Se propuso a una muestra de 91 estudiantes un cuestionario con 13 problemas combinatorios, de los cuales 11 se resolvían con una única operación combinatoria y dos eran problemas combinatorios compuestos de dos operaciones. Las variables controladas en el cuestionario son: la operación combinatoria, esquema combinatorio y naturaleza de los objetos combinados. Los resultados son analizados en función de estas variables y se comparan con los de una muestra de estudiantes de Primer Curso de Bachillerato, con y sin instrucción combinatoria. Observamos una dificultad elevada de estos problemas, que en algunos casos no difiere de la de los alumnos de Bachillerato y el efecto de algunas de las variables de tarea. Todos estos resultados nos sirven para replanteamos los objetivos de la enseñanza de la combinatoria.

Abstract

In this paper we present a study of the difficulty that solving simple and compound combinatorics problems involves for students majoring in Mathematics (4th and 5th year at University level). We gave a questionnaire with 11 simple combinatorial problems and two compound combinatorial problems to a sample of 91 students. In the questionnaire we controlled the combinatorial operation, combinatorial scheme and the type of objects to be combined. The results are analysed as regards these variables and are compared with responses from secondary school students (14-years old) with and without instruction in combinatorics. We observe a high difficulty in these problems, which is similar in some problems to the difficulty found in secondary school students. We also analyse the effect of some task variables. All these results serve to rethink the main goals in the teaching of combinatorics.

Importancia de la combinatoria

La Combinatoria estudia los conjuntos finitos y las configuraciones que pueden obtenerse a partir de sus elementos mediante ciertas transformaciones que originan cambios en la estructura (permutación de sus elementos) o en la composición de los mismos (obtención de subconjuntos a partir de un conjunto dado). Tanto la existencia de esas configuraciones, su proceso de formación, como su recuento y optimización son objeto de la combinatoria (Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1994).

La combinatoria es la base de la Matemática discreta y, por tanto, la raíz de muchas otras ramas de la Matemática, como Teoría de Números o Teoría de la Probabilidad, y de otras ciencias como Biología o Economía. A partir de ella se pueden proponer situaciones didácticas abiertas basadas en temas de actualidad de interés para el alumno, como por ejemplo el propuesto por Espinel (1999).

Además de su importancia en el desarrollo de la idea de Probabilidad, la capacidad combinatoria es un componente fundamental del pensamiento formal. De acuerdo con Inhelder y Piaget (1955), el razonamiento hipotético-deductivo opera con las posibilidades existentes en una situación problemática, las cuales son descubiertas y evaluadas por el sujeto por medio de operaciones combinatorias. En la teoría de Piaget: después del período de las operaciones formales, el adolescente descubre procedimientos sistemáticos de construcción combinatoria, aunque para las permutaciones es necesario esperar hasta la edad de 15 años.

Esta teoría es discutida por otros autores. Fischbein y Grossman (1997) analizan la interacción entre la intuición y los esquemas subyacentes en estimaciones intuitivas del valor de las operaciones combinatorias con diversos tipos de sujetos, entre los que se cuentan adultos sin instrucción sobre combinatoria. Observaron que en las estimaciones intuitivas de los sujetos subyacían cálculos tácitos relacionados con las operaciones combinatorias, y el número de elementos que se trata de combinar. Sin embargo, estos cálculos se reducían a operaciones multiplicativas binarias, en lugar de realizar el conjunto requerido de operaciones, lo que sugiere que los esquemas combinatorios sufren un proceso de "compresión", reduciéndose a una estructura mínima, para apoyar las intuiciones erróneas de los sujetos.

Marchand (1994) también indica que la edad media de acceso al estadio formal es substancialmente diferente de la indicada en las investigaciones de Piaget e Inhelder (1951) y que un número importante de sujetos no llega nunca a alcanzar esta etapa. Incluso Piaget reformuló posteriormente su primera concepción sobre el pensamiento formal y admite que la edad donde se alcanza debe ser extendida hacia los 15-20 años, indicando además el papel crucial del ambiente, las capacidades del sujeto y la especialización profesional en la construcción de la estructura de las operaciones formales.

Navarro-Pelayo (1994) analizó el razonamiento de alumnos de secundaria con y sin enseñanza en el tema. El análisis de las respuestas de 720 alumnos de 14 y 15 años mostró una dificultad bastante generalizada en la resolución de los problemas Navarro-Pelayo y cols., 1996; Batanero y cols., 1997).

En este trabajo nos proponemos analizar la dificultad de resolución de problemas combinatorios en sujetos con una alta preparación matemática, utilizando datos de un cuestionario compuesto por once problemas combinatorios simples y dos compuestos en una muestra de 91 estudiantes de quinto curso de matemáticas. En lo que sigue analizamos el cuestionario y sus resultados

Descripción del cuestionario

El cuestionario empleado se presenta como apéndice y se compone de 11 problemas combinatorios simples y 2 compuestos. Los problemas combinatorios simples (problemas 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12 y 13) han sido tomados del cuestionario de Navarro-Pelayo (1994) y pueden dividirse, según el modo en que Dubois (1984) clasifica las configuraciones combinatorias simples en tres modelos diferentes:

Selección, que enfatiza la idea de muestreo, *Colocación,* relacionado con el concepto de aplicación y *Partición* o división de un conjunto en subconjuntos.

En el modelo de selección (ítems 1, 6, 11 y 13) se considera un conjunto de m objetos (generalmente distintos), de los cuales se extrae una muestra de n elementos. Según podamos repetir los elementos y si el orden en que la muestra es extraída es relevante o no, obtenemos las cuatro operaciones combinatorias básicas.

Otro tipo de problemas (ítems 3, 8, 9 y 12) se refiere a la colocación de una serie de n objetos en m celdas. Hay muchas posibilidades diferentes en este modelo, dependiendo de las siguientes características:

- si los objetos a colocar son idénticos o no;
- si las celdas son idénticas o no;
- si debemos ordenar los objetos colocados dentro de las celdas;

- las condiciones que se añadan a la colocación, tales como el máximo número de objetos en cada celda, o la posibilidad de tener celdas vacías, etc.

No hay una operación combinatoria distinta para cada colocación diferente y posible, y más aún, se puede obtener la misma operación combinatoria con diferentes problemas de colocación. En consecuencia, no es posible traducir cada problema de colocación en un problema de muestreo. El lector interesado puede encontrar un estudio más completo de las diferentes posibilidades del modelo de colocación en Dubois (1984).

Finalmente, podríamos estar interesados en dividir un conjunto de n objetos en m subconjuntos, es decir, en efectuar una partición de un conjunto (ítems 4, 5 y 10).

Podemos visualizar la colocación de n objetos en m celdas como la partición de un conjunto de n elementos en m subconjuntos (las celdas). Por tanto, hay una correspondencia biyectiva entre los modelos de partición y colocación, aunque para el alumno esto podría no ser tan evidente.

Consecuentemente, no podemos suponer que los tres tipos de problemas descritos (selección, colocación y partición) sean equivalentes en dificultad, incluso aunque puedan corresponder a la misma operación combinatoria. Más aún, Navarro-Pelayo mostró que el modelo combinatorio implícito en el problema es una variable de tarea fundamental para evaluar la capacidad combinatoria de los alumnos.

Además de estos problemas combinatorios simples, en los que tenemos en cuenta las diferentes operaciones combinatorias, tipo de elementos y valores de los parámetros, hemos incluido dos problemas combinatorios compuestos, tomados de Gascón (1988). Son los problemas 2 y 7, en cada uno de los cuales interviene un problema de selección y otro de colocación ligados por la regla del producto.

Al aplicar el cuestionario en nuestra muestra, calculamos el coeficiente de fiabilidad de consistencia interna, con ayuda del programa SPSS, obteniendo un valor Alpha = *0.8357*, que consideramos suficientemente elevado, dado que nuestra muestra no es demasiado amplia ni en alumnos ni en problemas y también porque el rango de variables incluidas necesariamente hace la prueba no homogénea.

Dificultad de los ítems y comparación con estudiantes de secundaria

Como hemos indicado, el cuestionario fue cumplimentado por un total de 91 estudiantes de quinto curso de la licenciatura de matemáticas empleando un tiempo aproximado de dos horas. Puesto que estos estudiantes se preparaban para ser futuros profesores, se les indicó el motivo de la investigación, pidiéndoles que explicasen lo más detalladamente sus respuestas y el proceso de resolución, tal como ellos lo explicarían a sus futuros alumnos de secundaria.

En la tabla 1 presentamos los porcentajes de problemas correctamente resueltos por los alumnos de nuestra muestra, así como los porcentajes de problemas correctamente resueltos por los alumnos de la investigación de Navarro-Pelayo (1994) en los ítems 1, 3 a 6 y 8 a 13 (los problemas 2 y 7 no fueron resueltos por los alumnos en dicha investigación).

Tabla 1. Porcentajes de soluciones correctas en los ítems del cuestionario

Ítems	Alumnos		
	Matemáticas (n = 91)	Bachillerato con instrucción (n = 352)	Bachillerato sin instrucción (n = 368)
1	44.0	27.6	16.3
2	51.6	—	—
3	69.2	26.7	26.9
4	9.9	6.0	0.3
5	54.9	39.2	32.3
6	61.5	46.0	22.6
7	6.6	—	—
8	44.0	41.8	3.8
9	29.7	7.4	13.1
10	62.6	37.2	31.0
11	39.6	59.1	12.5
12	31.9	29.5	10.6
13	48.4	59.7	9.5

Navarro-Pelayo había observado (lo que también podemos apreciar en la tabla 1) que, en la mayoría de los problemas, en los estudiantes de bachillerato, los resultados mejoran bastante con la instrucción, especialmente en los problemas 6, 8, 11, 12 y 13. Sin embargo, en algunos problemas los resultados se mantuvieron estables (problemas 3, 4, 5, 10) o incluso empeoran (problema 9). Navarro-Pelayo explicó sus resultados por el efecto del modelo implícito en el enunciado (selección, partición o colocación) y el excesivo énfasis dado a las fórmulas en la enseñanza de la combinatoria.

En lo que se refiere a los resultados que hemos obtenido con los estudiantes universitarios, y al compararlos con los de los alumnos de bachillerato con instrucción, se observa que los resultados mejoran en casi todos los problemas (1, 3, 5, 6, 9, 10) pero, en algún caso, los resultados son similares (problemas 4, 8 y 12) e incluso, son peores (problema 11 y 13). Observamos también que la dificultad de la mayoría de los problemas sigue siendo muy alta, ya que ocho de los 13 problemas son resueltos por menos de la mitad de los alumnos.

Por otro lado, en ambos niveles educativos los dos problemas más difíciles resultaron ser el 4 (problema de partición) y el 9 (problema de colocación), ambos problemas combinatorios simples que se resuelven con una sola operación combinatoria.

Tabla 2. Distribución del número de problemas correctamente resueltos por los estudiantes de matemáticas

N.º soluciones correctas	Frecuencia	Porcentaje	Frec. acumulada
0	5	5.5	5.5
1	4	4.4	9.9
2	7	7.7	17.6
3	14	15.4	33.0
4	7	7.7	40.7
5	7	7.7	48.3
6	9	9.9	58.2
7	8	8.8	67.0
8	12	13.2	80.2
9	8	8.8	89.0
10	7	7.7	96.7
11	3	3.3	100.0

Otro indicador de la dificultad de los problemas es la distribución del número total de problemas correctamente resueltos por cada alumno, que presentamos en la tabla 2. En ella queda constancia de que ningún alumno llegó a resolver correctamente todos los problemas, y de la variabilidad de la distribución.

Mientras algunos alumnos resolvieron correctamente casi todos los problemas, una proporción importante, *58%,* no fue capaz de hallar la solución de más de la mitad de ellos, y la media de problemas resueltos correctamente fue 5'5, menos de la mitad del cuestionario. Este resultado es preocupante, si se tiene en cuenta que la mayor parte de los problemas combinatorios son simples (es decir su solución es una de las operaciones combinatorias elementales) y que el razonamiento combinatorio es esencial como base en el estudio de la matemática discreta.

Por otro lado, como hemos dicho, los alumnos contaban con una preparación matemática muy significativa (4 años de estudio en la carrera de matemáticas) y su intención era la de dedicarse a la enseñanza de las matemáticas (eran alumnos de la especialidad de metodología).

Por lo cual es previsible que una parte de ellos tenga necesidad de enseñar combinatoria o probabilidad, y por tanto sus modos de razonamiento incorrecto pueden ser transmitidos a sus futuros alumnos. Finalmente, si después de un entrenamiento tan fuerte en matemáticas no se dispone de las herramientas heurísticas suficientes para abordar con éxito los problemas combinatorios simples, es necesario replantearse los principios en que debe basarse la instrucción en resolución de problemas de estos alumnos en particular y de los alumnos de secundaria, en general.

Hemos estudiado también la discriminación de los problemas, es decir, su capacidad de separar los alumnos con mejor y peor capacidad para resolver problemas combinatorios. La mayoría de los problemas (tabla 3), discrimina bien entre los buenos y malos resolutores, pero los problemas 1, 3, 5 y 6 no discriminan suficientemente. Esto indica que hay ciertos problemas combinatorios cuya dificultad afecta por igual a los alumnos con alta y baja capacidad en la resolución de estos problemas.

Tabla 3. Discriminación de los ítems

Ítem	Índice de discriminación
1	0.080
2	0.254
3	0.189
4	0.368
5	0.162
6	0.160
7	0.475
8	0.303
9	0.383
10	0.398
11	0.323
12	0.386
13	0.307

Efecto de las variables de tarea del cuestionario

Para analizar el efecto de las variables de tarea en el cuestionario y la dificultad de los problemas, hemos organizado los datos en la tabla 4, donde cruzamos el tipo de modelo combinatorio y operación combinatoria en los ítems. Podemos ver en esta tabla que los tres problemas resueltos correctamente por un mayor número de estudiantes han sido el 3, el 6 y el 10; en todos ellos, la operación combinatoria es la de combinaciones sin repetición y cada uno pertenece a un esquema combinatorio diferente.

Cada uno de los tres problemas resueltos correctamente por un menor número de estudiantes (exceptuando los compuestos) pertenece a un esquema combinatorio diferente, pero en todos ellos intervienen las variaciones con repetición (ítem 9, 11 y 4).

Para comprobar nuestra conjetura hemos realizado un análisis de varianza de medidas repetidas con el programa SPSS considerando dos factores intra-sujetos: el esquema combinatorio (con 3 niveles) y la operación combinatoria (con 5 niveles). Se obtiene significación estadística para el efecto de la operación combinatoria sobre la dificultad del problema y una ausencia de significación del modelo combinatorio y de la interacción entre las dos variables.

Tabla 4. Porcentaje de respuestas correctas según características del ítem

Operación combinatoria	Modelo combinatorio		
	Colocación	Selección	Partición
C	69.2 ítem 3	61.5 ítem 6	62.6 ítem 10
PR	31.9 ítem 12	44 ítem 1	54.9 ítem 5
VR	29.7 ítem9	39.6 ítem 11	9.9 ítem4
V	44 ítem 8	48.4 ítem 13	
Compuestos	51.6 ítem 2	6.6 ítem 7	

Mientras que Navarro-Pelayo en su trabajo con estudiantes de secundaria encontró efecto significativo de las dos variables, en nuestro caso, parece que el modelo combinatorio no ha determinado una mayor dificultad. Pensamos que ello es debido a la mayor maduración y preparación matemática de los estudiantes de nuestra muestra.

Tabla 5. Resultados del análisis de varianza

Fuente	Suma de cuadrados	Gℓ	Media cuadrática	F	Sig.	Eta cuadrado
Modelo combinatorio	1.648E-02	2	1.648E-02	0.090	0.765	0.001
Operación combinatoria	19.810	4	19.810	110.118	0.000	0.550
Interacción	0.396	8	0.396	2.082	0.153	0.023
Error	17.104	90	0.190			

Otra variable que pensamos podría afectar a la dificultad de los problemas es el tamaño de la solución (número de configuraciones combinatorias que da la solución del problema). Si el tamaño de la solución es pequeño, el alumno puede encontrar la solución al problema, incluso cuando no identifique la operación combinatoria, mediante ensayo y error o mediante enumeración, aunque ésta sea no sistemática.

Cuando el número de configuraciones es elevado, es preciso, bien identificar la operación combinatoria, bien usar la enumeración sistemática y, sobre todo, la recursión. Para analizar el efecto sobre la dificultad del problema del tamaño de la solución, hemos ordenado los problemas del cuestionario, por tamaño de solución, y hemos presentado en la tabla 6 el porcentaje de respuestas correctas a los distintos problemas. Observamos que en los cuatro problemas con mayor porcentaje de respuestas correctas, el tamaño de la solución era inferior o igual a 10. Se percibe también una disminución del número de respuestas correctas cuando aumenta el tamaño de la solución, aunque no en todos los casos.

Tabla 6. Porcentaje de respuestas correctas y tamaño de la solución

Problema	Porcentaje de soluciones correctas	Tamaño de la solución
3	69	4
10	63	6
6	61	10
5	55	6
2	52	216
13	48	24
1	44	12
8	44	60
11	40	64
12	32	20
9	30	16
4	10	81
7	7	649

Esta relación directa se confirmó al obtenerse un valor R = - 0.5843 para el coeficiente de correlación lineal de Pearson entre el tamaño de la solución y el porcentaje de respuestas correctas, lo que nos indica la existencia de una correlación inversa de relativa importancia, es decir, sugiere que la dificultad del problema aumenta con el tamaño de la solución. El efecto de esta variable no había sido tenido en cuenta en investigaciones anteriores realizadas con estudiantes de bachillerato.

Conclusiones

Los resultados de nuestro estudio son sorprendentes, en el sentido de mostrar claramente la dificultad de los problemas, aparentemente simples, para alumnos con una alta preparación matemática. A primera vista, no se precisan conocimientos matemáticos sofisticados para resolverlos, pero el hecho es que los resultados muestran claramente su dificultad.

Pensamos que la resolución de los problemas combinatorios requiere el conocimiento de una serie de elementos, no sólo conceptuales, sino de técnicas y destrezas, empleo adecuado de notación, capacidad de argumentación y su puesta en relación con los problemas dados. Al resolver un problema combinatorio podemos encontrarnos en dos tipos de situaciones:

(1) El sujeto recuerda las definiciones y fórmulas de las operaciones combinatorias e intenta ajustar la definición de una operación combinatoria al enunciado del problema. Para ello debe reconocer en los datos del problema los elementos y condiciones de la definición. Una vez reconocida la operación combinatoria, el desarrollo de la misma da la solución directa al problema.

(2) El sujeto que no recuerda o no es capaz de reconocer la operación combinatoria. En dicho caso, debe usar otros tipos de recursos, partiendo de las reglas básicas de la suma, producto y cociente, junto con el uso de la enumeración, recursión y estrategias tales como la división del problema en partes.

Observamos que los dos métodos de resolución contienen muchos elementos comunes, tales como la identificación del conjunto de configuraciones a enumerar, el planteamiento de problemas relacionados pero diferentes al dado por el enunciado, traducción entre modelos combinatorios, descomposición en partes, reglas de la suma, producto y cociente. Esto puede explicar por qué en algunos problemas no hay mucha diferencia en la dificultad de resolución para sujetos con y sin instrucción. Serían aquellos problemas en que este conjunto de herramientas (que no son objeto específico de enseñanza) son suficientes para hallar una solución satisfactoria.

Todo ello nos sugiere la necesidad de replantearse el modo en que se lleva a cabo la enseñanza de la combinatoria, con un excesivo énfasis en el aprendizaje de fórmulas y en las definiciones de las operaciones combinatorias. Sugerimos dar un mayor peso a la enseñanza de estrategias de resolución de problemas, la enumeración sistemática y el uso del diagrama en árbol.

Agradecimientos. Este trabajo se ha realizado dentro del Proyecto de Investigación PB96-1411. (MEC, Madrid).

Bibliografía

Batanero, C.; Godino, J. D. y Navarro-Pelayo, V. (1994): *Razonamiento combinatorio.* Madrid. Síntesis.

Batanero, C.; Navarro-Pelayo, C. y Godino, J. D. (1997): "Effect of the implicit combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils". *Educational Studies in Mathematics,* 32, 181-199

Dubois, J. G. (1984): "Une systematique des configurations combinatoires simples". *Educational Studies in Mathematics,* 15 (1), 37-57.

Espinel, M. C. (1999): "Sistema de reparto de poder en las elecciones locales". *Números,* 39, 13-19.

Fischbein, E. y Grossman, A. (1997): "Schemata and intuitions in combinatorial reasoning". *Educational Studies in Mathematics,* 34, 22-47.

Gascón, J. (1988): *El aprendizaje de métodos de resolución de problemas de matemáticas.* Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

Inhelder, B. y Piaget, J. (1955): *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent.* París. Presses Universitaires de France.

Marchand, H. M. (1994): "The resolution of two combinatorial tasks by mathematics teachers". En J. P. Ponte y J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the PME XVIII Conference,* (v. 4, p. 54). Lisboa. Departamento de Educaçao. Universidade de Lisboa.

Navarro-Pelayo, V. (1994): *Estructura de los problemas combinatorios simples y del razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria.* Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Navarro-Pelayo, V.; Batanero, C. y Godino, J. D. (1996): "Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria". *Educación matemática,* 8(1), 26-39.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1951): *La génèse de l'idée de hasard chez l'enfant.* París. Presses Universitaires de France.

Roa, R. (2000): *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada.* Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Apéndice. Cuestionario para la evaluación del razonamiento combinatorio

Ítem 1. En una caja hay cuatro fichas de colores: dos azules, una blanca y una roja. Se toma una ficha al azar y se anota su color. Sin devolver la ficha a la caja, se toma una segunda ficha y se anota su color. Se continúa de esta forma hasta que se han seleccionado, una detrás de otra, las cuatro fichas. ¿De cuántas formas diferentes se puede hacer la selección de las fichas? Ejemplo: se pueden seleccionar en el siguiente orden, Blanca, Azul, Roja y Azul.

Ítem 2. Un niño tiene doce cartas: 9 de ellas son los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Las tres restantes son las figuras: sota, caballo y rey. ¿De cuántas maneras se pueden alinear cuatro de las doce cartas, con la condición de que siempre estén alineadas las tres figuras? Ejemplo: sota, caballo, rey, 1.

Ítem 3. Disponemos de tres cartas iguales. Deseamos colocarlas en cuatro sobres de diferentes colores: amarillo, blanco, crema y dorado. Si cada sobre sólo puede contener, a lo sumo, una carta, ¿de cuántas formas podemos colocar las tres cartas en los cuatro sobres diferentes? Ejemplo: podemos colocar una carta en el sobre amarillo, otra en el blanco y otra en el crema.

Ítem 4. Un niño tiene cuatro coches de colores diferentes (azul, blanco, verde y rojo) y decide regalárselos a sus hermanos Fernando, Luis y Teresa. ¿De cuántas formas diferentes puede regalar los coches a sus hermanos? Ejemplo: podría dar los cuatro coches a su hermano Luis.

Ítem 5. Un grupo de cuatro amigos, Andrés, Benito, Clara y Daniel, tienen que realizar dos trabajos diferentes: uno de Matemáticas y otro de Lengua. Para realizarlos deciden dividirse en dos grupos de dos chicos cada uno. ¿De cuántas formas pueden dividirse para realizar los trabajos? Ejemplo: Andrés-Benito pueden hacer el trabajo de Matemáticas y Clara-Daniel el trabajo de Lengua.

Ítem 6. Una maestra tiene que elegir tres estudiantes para borrar la pizarra. Para ello dispone de cinco voluntarios: Elisa, Fernando, Germán, Jorge y María. ¿De cuántas formas puede elegir tres de estos alumnos? Ejemplo: Elisa, Femando y María.

Ítem 7. ¿Cuántos números de cinco cifras pueden formarse utilizando los dígitos 1, 2, 4, 6 y 8, si cada uno de ellos debe contener exactamente dos ochos? Ejemplo: 88124.

Ítem 8. El garaje de Ángel tiene cinco plazas. Como la casa es nueva, hasta ahora sólo hay tres coches, los de Ángel, Beatriz y Carmen, que pueden colocar cada día su coche en el lugar que prefieran, si no está ocupado. Este es el esquema de la cochera:

1	2	3	4	5

Por ejemplo, Ángel puede aparcar su coche en el aparcamiento número 1, Beatriz en el número 2 y Carmen en el número 4. ¿De cuántas formas posibles pueden Ángel, Beatriz y Carmen aparcar sus coches en la cochera?

Ítem 9. Cuatro niños Alicia, Berta, Carlos y Diana, van a pasar la noche a casa de su abuela. Ésta tiene dos habitaciones diferentes (salón y buhardilla) donde poder colocar a los niños para dormir. ¿De cuántas formas diferentes puede la abuela colocar a los cuatro niños en las dos habitaciones? (puede quedar alguna habitación vacía). Ejemplo: Alicia, Berta y Carlos pueden dormir en el salón y Diana en la buhardilla.

Ítem 10. María y Carmen tienen cuatro cromos numerados de 1 a 4. Deciden repartírselos entre las dos (dos cromos para cada una). ¿De cuántas formas se pueden repartir los cromos? Ejemplo: María puede quedarse con los cromos 1 y 2, y Carmen con los cromos 3 y 4.

Ítem 11. En un bombo hay cuatro bolas numeradas con los dígitos 2, 4, 7 y 9. Elegimos una bola del bombo y anotamos su número. La bola extraída se introduce en el bombo. Se elige una segunda bola y se anota su número. La bola extraída se vuelve a introducir en el bombo. Finalmente se elige una tercera bola y se anota su número. ¿Cuántos números de tres cifras podemos obtener? Ejemplo: se puede obtener el número 222.

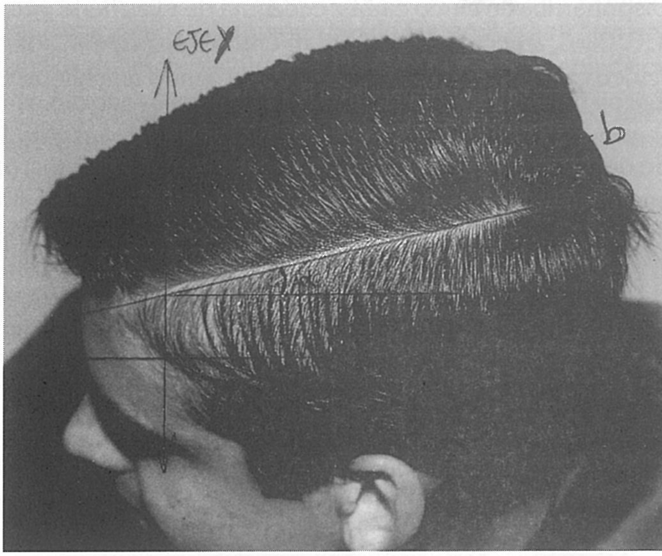
Ítem 12. Disponemos de cinco cartas, cada una de ellas tiene grabada una letra: A, B, C, C y C. ¿De cuántas formas diferentes se pueden colocar en la mesa las cinco cartas, una al lado de la otra formando una hilera? Ejemplo: pueden estar colocadas de la siguiente forma ACBCC.

Ítem 13. Se quiere elegir un comité formado por tres miembros, presidente, tesorero y secretario. Para seleccionarlo disponemos de cuatro candidatos: Arturo, Basilio, Carlos y David. ¿Cuántos comités diferentes se pueden elegir entre los cuatro candidatos? Ejemplo: Arturo presidente, Carlos tesorero y David secretario.

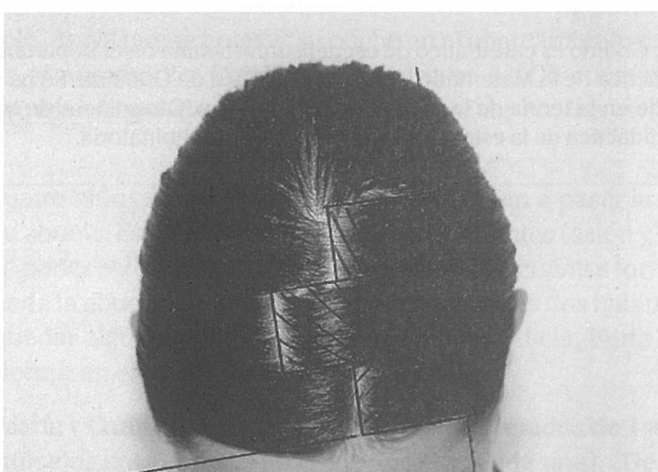
Rafael Roa es profesor titular del Departamento de Didáctica de la Matemática, en la Universidad de Granada. Ha realizado una tesis doctoral sobre la didáctica de la combinatoria. Sus trabajos se relacionan con la combinatoria, la informática educativa y la didáctica de la matemática.

Carmen Batanero es profesora titular de universidad del Departamento de Didáctica de la Matemática, en la Universidad de Ganada. Sus líneas de investigación son la didáctica de la probabilidad, la estadística y la combinatoria.

Juan D. Godino es catedrático de escuela universitaria en el Departamento de Didáctica de la Matemática, en la Universidad de Granada. Se ha especializado en la teoría de la educación matemática. Otras líneas de trabajo son la didáctica de la estadística, probabilidad y combinatoria.



Reportaje: "Matemáticas por los pelos"
Recta. Eje de simetría "local". Una tortura infantil. Eduardo, IES de Candelaria-Tenerife



Reportaje: "Matemáticas por los pelos".
Diagrama de barras o histograma.
Hasta la Estadística deja "huella en la cabeza".
Mónica. IES de Candelaria-Tenerife