

## UNA EXPERIENCIA EN TORNO A LA ESTRATEGIA DE VISUALIZACIÓN

Anabel Azucena Cárdenas Vázquez, Carlos Oropeza Legorreta  
Secundaria “Octavio Paz”. FES-Cuautitlán UNAM  
azu\_1810@hotmail.com, carlos\_oropezamx@yahoo.es

(México)

**Resumen.** En el presente trabajo se reportan los resultados obtenidos al implementar una propuesta de situación didáctica diseñada previamente para ayudar a los estudiantes de segundo año de secundaria a mejorar sus procesos de justificación. En el diseño de las actividades se consideró la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau y como herramienta para la elaboración de la secuencia a la Visualización. El contenido central de la propuesta es sobre temas de geometría plana. Por tanto el presente reporte tiene como objetivo dar a conocer los resultados logrados durante la investigación; dentro de los cuales encontramos que a través de los ejercicios de visualización se apoyo a los alumnos comprobar resultados y construir conceptos.

**Palabras clave:** situación didáctica, procesos de justificación, visualización

**Abstract.** The paper presented below reports the results obtained after the implementation of a proposal for a didactic situation, designed specifically to help second year high school students to improve their justification process. We considered Brousseau’s Theory of Didactic Situations to design the activities involved and visualization as a tool for preparing the situation. The main subject of the proposal is on plane geometry, and so we are reporting the results obtained after the application of the activities, which in our experience turned out to be quite helpful for the students to justify their work and build new concepts.

**Key words:** didactic proposal, processes of justification, visualization

### Antecedentes

Cada vez son más altos los niveles educativos requeridos a hombres y mujeres para participar en la sociedad y resolver problemas de carácter práctico. En este contexto, es necesario que la educación básica contribuya al desarrollo de competencias para mejorar la manera de vivir y convivir en una sociedad cada vez más compleja. Esto exige considerar el papel de la adquisición de los saberes socialmente construidos, la movilización de saberes culturales y la capacidad de aprender permanentemente y aprovechar los saberes escolares en la vida cotidiana y así trasladarlos a la realidad inmediata.

Considerando tales exigencias y derivado del nuevo plan de estudios 2006 de educación secundaria en México, del eje temático Forma Espacio y Medida se desprende como tema central la geometría, que en la currícula juega un papel muy importante toda vez que su estudio ayuda al alumno a desarrollar habilidades como la observación, la abstracción, la comunicación, así como la capacidad de imaginación y deducción, además de que la geometría es una parte primordial en la cultura del hombre, no es fácil encontrar contextos en que ésta no aparezca de forma directa o indirecta, en actividades como el deporte, la pintura, el baile o la arquitectura, tan solo por citar algunas. Por ende, es imprescindible el diseño de situaciones didácticas que permitan al estudiante acercarse desde otra mirada al estudio de la materia.

En este contexto, realizamos un análisis preliminar sobre el desempeño de estudiantes de segundo año de secundaria en temas relacionados con geometría; principalmente centramos el análisis, a los procesos que utilizaban para la resolución de problemas, así como en su discurso argumentativo para validar sus procedimientos y respuestas.

Derivado de la observación y análisis del trabajo áulico, encontramos que los estudiantes enfrentan algunas dificultades al estructurar un discurso justificado que ayude a validar sus respuestas, no logran trasladar los conceptos teóricos que conocer a representaciones gráficas, asimismo presentan obstáculos al identificar propiedades de figuras planas y al enunciar características de dichas figuras.

### **Metodología y marco de referencia**

Como instrumentos de investigación utilizamos consistió en la aplicación de un cuestionario de preguntas abiertas dirigidas a explorar los conocimientos previos de los alumnos sobre el tema ángulos entre rectas, así como las dificultades en el uso del discurso matemático. Las preguntas están escritas con la intención de analizar los conocimientos que tienen los alumnos sobre las diversas concepciones que se involucran en el tema de estudio como lo son, recta, rectas paralelas, recta secante, ángulo, inclinación, pendiente; asimismo en las últimas preguntas se espera conocer que tanto manejan el lenguaje matemático los estudiantes.

- Algunas de las preguntas fueron:
- ¿Cómo describes una línea recta?,
- ¿Qué entiendes por inclinación de una recta?,
- ¿Qué elementos caracterizan a la inclinación?,
- Lee el siguiente teorema y contesta:
- Sea  $q$  una recta por  $P$  secante con  $r$  en  $Q$ . Tracemos ahora la recta  $h$  secante con  $q$  por  $P$  tal que se formen ángulos colaterales interiores que sumen  $180^\circ$ . Por el corolario de Euclides resultan  $h \parallel r$  por  $P$ .
- ¿Para qué consideras te sea útil el teorema antes enunciado? o ¿qué cálculos te permite realizar el teorema antes enunciado?

Las respuestas que manifiestan los alumnos ante las preguntas planteadas, dan indicio que tienen concepciones aproximadas sobre el tema, no obstante en su mayoría ante la dificultad de escribir dichos conceptos, acuden a una representación gráfica de la idea mental que tienen del objeto matemático.

Al realizar un trazo dan por entendido que han dado contestación a la pregunta, lo cual da evidencia de la existencia de la dificultad al manejar el discurso matemático.

Identificamos que en algunas preguntas el obstáculo que tuvieron los alumnos fue el lenguaje poco usual, en el caso de la geometría deductiva, por citar un ejemplo, los teoremas que se emplean son deducciones con cierto nivel conceptual, esto obstaculiza en gran medida que los alumnos puedan trabajar únicamente con representaciones que no impliquen diagramas puesto que no entienden el lenguaje empleado, lo cual se constata en las dos últimas preguntas del cuestionario donde en una de ellas se pide identificar la información que aporta el teorema y en la otra se pide mencionar qué cálculos te permite realizar dicho teorema.

Dentro de los elementos teóricos que forman la columna vertebral de esta investigación se pueden señalar, la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau como marco de referencia y la Visualización como estrategia que posibilite el logro de los propósitos de la Situación Didáctica.

En cuanto a la Teoría de Situaciones didácticas Brousseau, lo plantea como una forma para “modelar” el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera tal que este proceso se visualiza como un juego para el cual el docente y el estudiante han definido reglas y acciones implícitas, estableciendo así el contrato didáctico, la consigna establecida entre profesor y alumno, que comprende el conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y el conjunto de comportamientos que el alumno espera del docente.

La *Situación Didáctica*, comprende el proceso en el cual el docente *proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento*. De lo anterior se deduce que la situación didáctica engloba las situaciones a-didácticas (el proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, y que le permitirán generar además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica), de esta forma, la *Situación Didáctica* consiste en la interrelación de los tres sujetos que la componen (profesor-estudiante-medio didáctico). En resumen, la interacción entre los sujetos de la Situación Didáctica acontece en el medio didáctico que el docente elaboró para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento (*situación didáctica*) y pueda el estudiante, a su vez, afrontar aquellos problemas inscritos en esta dinámica sin la participación del docente (*situación a-didáctica*).

En cuanto hace a la visualización en matemáticas es un proceso para formar imágenes mentales con lápiz y papel, o con la ayuda de tecnología y utilizarla con efectividad para el descubrimiento y comprensión de nociones matemáticas.

De acuerdo con Barwise, J. & Etchemendy, J. (1991) algunas de las faltas de entendimiento se deben a fallas al establecer y detallar conexiones entre los aspectos visuales y analíticos de los

conceptos y procedimientos matemáticos. Aunque los beneficios de la visualización de los conceptos matemáticos se reconoce, con frecuencia, hay reticencia para aceptarlos; se prefiere el pensamiento algorítmico sobre el visual. Eisenberg, T. & Dreyfus T. (1991) afirman que la preferencia de los estudiantes para hacer argumentos no visuales no es accidental.

### **Propuesta**

Consideramos de importancia recurrir a actividades que involucren al alumno en un proceso de reflexión que implique tareas escolares de percepción y de aspectos formales, es decir, la construcción de objetos gráficos con instrumentos e información formal para asegurar la construcción de un dibujo que contenga las propiedades y características poseídas por el objeto en estudio, para avanzar en el desarrollo de habilidades de visualización, de percepción, construcción, clasificación, entre otras.

Consecuencia del análisis preliminar, así como elementos obtenidos del cuestionario aplicado y de las consideraciones teóricas, elaboramos una propuesta de una situación didáctica sobre el tema ángulos que se forman entre rectas, en la cual se consideró algunos principios que según Arcavi (1999) deben respetarse:

- a) que el alumno pueda usar su experiencia previa y aplicar su sentido común,
- b) que sea posible resolver el problema de más de una manera,
- c) que el problema permita elaborar preguntas nuevas,
- d) que no siempre haya una respuesta única,
- e) que la respuesta no sea siempre el resultado de una sucesión de algoritmos desencadenados como hábitos automáticos, sino el resultado de una conexión entre conceptos o ideas,
- f) que el problema invite a reconsiderar una idea o concepto en un nuevo contexto,
- g) que haya problemas genuinos de la vida real y de la experiencia de los alumnos

Por otra parte atienden al desarrollo de diversas habilidades que de acuerdo al plan de estudios debe poseer el alumno en el tema de estudio.

Habilidades de visualización matemática: se trata de fines destinados al análisis visual de figuras geométricas que involucran distintas situaciones.

La adquisición de la habilidad de análisis

- Analizar los elementos componentes de una figura geométrica; los ángulos que la forman, rectas que la componen.

- Realizar mediciones para hacer comparaciones de lo que se sabe con lo que se va comprobando.
- Asociar los tipos de ángulos

La adquisición de la habilidad de clasificación

- Establecer relaciones entre propiedades
- Establecer relaciones entre conceptos
- Realizar clasificaciones(inclusivas- exclusivas)
- Demostrar de un modo informal proposiciones
- Formalizar definiciones
- Comprender la estructura de una demostración en varios pasos
- Iniciar a los alumnos en el razonamiento deductivo

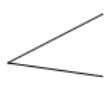
Aprendizaje de conocimientos geométricos. En este caso se trata de fines que tienen que ver con el aprendizaje escolar de conocimientos, propiedades, algoritmos, teoremas.


- Conocer y utilizar adecuadamente los elementos que componen a una figura; sus ángulos, rectas que lo componen.
- Adquirir los conceptos de: ángulo, recta, recta paralela, transversal.
- Usar adecuadamente el lenguaje geométrico
- Utilizar distintos instrumentos, especialmente los del juego geométrico.


**ACTIVIDAD UNO**  
¡Buscando Respuestas!

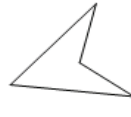
Nombre: \_\_\_\_\_


a) Señala los ángulos que se encuentran en el los siguientes diagramas

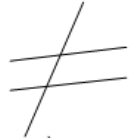
I.- 

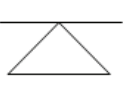
II.- 


III.- 

IV.- 

V.- 

VI.- 

VII.- 

VIII.- 

**ACTIVIDAD SIETE**

h) Finalmente, sigue las siguientes instrucciones

- 1.- Traza una recta
- 2.- Con ayuda del juego de escuadras traza una recta paralela a la recta que acabas de trazar
- 3.- Prolonga con una línea punteada ambos extremos de cada recta
- 4.- Explica ampliamente lo que sucedió al prolongar cada extremo de cada recta
- 5.- Ahora traza una recta secante que corte a ambas rectas paralelas
- 6.- Asigna un símbolo a cada recta

En tu diagrama ubica los ángulos que se forman entre las rectas, ahora dejemos de llamarlo diagrama, de acuerdo a los ejercicios que has realizado, ¿qué nombre le asignarías?

Figura 1. Actividades de la propuesta de situación didáctica

En suma las actividades centraron su atención en aspectos visuales ya que los estudiantes manifestaron la preferencia por dichas representaciones, se trato de presentar al estudiante diversos ambientes en donde se encontraba inmerso el tema de estudio, las persianas de de una ventana, las luces de una discoteca, hasta la estructura de una montaña rusa; dichos planteamientos se realizaron para involucrar al alumno con diversos hechos conocidos por él, y le fuera más sencillo realizar comparaciones y encontrar regularidades.

### **Conclusiones**

La propuesta de situación didáctica fue puesta en escena con 30 estudiantes, de segundo año de secundaria de Ciudad Satélite, Estado de México, México. Tratamos de proponer actividades que permitieran a los alumnos utilizar el razonamiento deductivo para establecer relaciones que los condujera después a la comprensión de cadenas de teoremas, al principio pequeñas y extraídas de una misma situación, después un poco más largas y que vinculen situaciones diferentes.

Con el uso de los ejercicios de visualización se apoyo a los alumnos a comprobar resultados, a generar conclusiones y a construir en algunos casos definiciones aproximadas de los objetos matemáticos, situación que apoyo en la comprensión y no en la memorización, puesto que están siendo actores activos en la construcción de su conocimiento, integrando así diversas habilidades como el justificar los procesos que están elaborando, y pueden dar cuenta de lo sucedido en cada paso.

El hecho de presentarles a los estudiantes diversos escenarios conocidos por ellos y en los cuales se encuentra presente el contenido matemático, los llevó a desarrollar más su creatividad para ir más allá de lo esperado, e integrar conocimientos de otras áreas y así incrementar más la diversidad de procedimientos; lo relevante fue que a partir de los conocimientos que ya poseían lograron integrarlo para argumentar sus procedimientos.

Lograron integrar elementos que les permiten ir caracterizando sus producciones y validando al mismo tiempo su proceder, lo que es parte integrante de la argumentación y justificación; al compartir sus resultados con sus compañeros defendieron sus producciones.

Estas conclusiones, si bien se basan en un caso particular, provienen de pruebas realizadas en situaciones reales de trabajo, sirvieron como apoyo a los estudiantes para establecer relaciones más formales; aunque no se plantearon como una meta primordial, sin embargo tampoco se trata de limitar las posibilidades de los alumnos en la búsqueda de argumentos.

En general las actividades propuestas lograron que los alumnos sintieran la satisfacción que acompaña al descubrimiento de hechos hasta entonces desconocidos y su relación con lo que ya sabían.

Por lo que contrastando los resultados obtenidos con nuestro marco teórico, encontramos que se logro establecer el contrato didáctico que establece Guy Brousseau, es decir los alumnos entendieron que eran la parte central en la construcción de su conocimiento y nosotros como profesores mediadores en este proceso; podemos decir que la mayoría de los estudiantes en el desarrollo de la situación didáctica resolvieron las situaciones de formulación, acción y algunos las de validación que Brousseau propone en la Teoría de Situaciones Didáctica.

Por otra parte durante el desarrollo de la situación didáctica pudimos observar que una parte que favoreció la creación del medio didáctico apropiado, fue el espacio donde se desarrolló, ya que los estudiantes contaban con el suficiente espacio para desplazarse, por lo que sugerimos que siempre que sea posible se busque un lugar adecuado en el que los alumnos cuenten con suficiente espacio y en este caso se trabajo en mesas y así se posibilitó mas el trabajo en equipo puesto que los estudiantes estaban frente a frente y en el mismo espacio para realizar sus actividades.

También el uso de otros materiales, como los rotafolios resultaron de utilidad al momento de plasmar las conclusiones de cada equipo, recomendamos arriesgarnos a dejar a nuestros estudiantes emplear su creatividad para mostrar sus procedimientos y sean primeros actores en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

### Referencias bibliográficos

- Arcavi, A. (1999). Y en Matemáticas, los que instruimos ¿qué construimos? *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. Vol. 38. 39-56.
- Bressan, A. M. (Ed.). (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, Construir, Decir y Pensar*. México: Ed. Novedades Educativas.
- Broitman, C. H. (2002). *El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos. Actividades para los primeros años de la escolaridad*. México: Ed. Novedades Educativas.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Argentina: Ed. Libros del Zorzal
- Eisenberg, T. & Dreyfus T. (1991). *On the Reluctance to Visualize in Mathematics. En Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Editores: W. Zimmermann y S. Cunnungham.