

Suvremena psihologija 13 (2010), 1, 5-25

Izvorni znanstveni članak - UDK 159.922.72

## KVANTITATIVNO-RELACIJSKO PROSUĐIVANJE HRVATSKE DJECE I ADOLESCENATA: PSIHOMETRIJSKA ANALIZA I RAZVOJNE OSOBITOSTI

Mislav Stjepan Žebec

Institut društvenih znanosti Ivo Pilar  
Marulićev trg 19, 10000 Zagreb  
mislav.stjepan.zebec@pilar.hr

Petar Fabijanić

Hrvatski studiji Sveučilišta u Zagrebu  
Trg maršala Tita 14, 10000 Zagreb  
p\_fabijanic@yahoo.com

Iva Prvčić

Klinika za dječje bolesti  
Klaićeva 16, 10000 Zagreb  
iva.prvcic@zg.t-com.hr

### Sažetak

Svrha rada je dvostruka (1) prikaz manje poznatog razvojno-psihologijskog postupka mjerenja kvantitativno-relacijskog (K-R) prosuđivanja te njegovo psihometrijsko vrednovanje na hrvatskom uzorku djece i adolescenata, (2) testiranje hipoteza vezanih uz razvojne osobitosti K-R prosuđivanja, prvenstveno proizašlih iz *Trirazinske teorije razvijajućeg uma* A. Demetrioua i suradnika (Demetriou i Raftopoulos, 1999; Demetriou, Christou, Spanoudis, i Platsidou, 2002). Na uzorku od 420 učenika (197 ženskih) jedne osnovne škole i gimnazije Grada Zagreba (prosječno 84 učenika 2., 3., 5. i 7. razreda osnovne i 3. razreda srednje škole) primijenjena je papir-olovka baterija zadataka K-R prosuđivanja, sastavljena od tri vrste zadataka - omjerno prosuđivanje, aritmetika i algebra – podijeljenih u četiri razvojne razine. Metrijske osobine K-R baterije su vrlo dobre: (1) *osjetljivost* na cijelom uzorku sudionika je visoka jer prosječni indeks težine 35 zadataka iznosi 0,52 (s time da očekivano raste od najniže do najviše školske dobi), a Ferguson  $\Delta$  iznosi 0,98; (2) *pouzdanost* izračunata na izvornim rezultatima je visoka (Cronbach  $\alpha = 0,92$ , split-half = 0,95), dok je uz kontrolu varijance školske dobi dobra (Cronbach  $\alpha = 0,73$ , split-half = 0,82); (3) *Konstruktna valjanost* je vrlo dobra (sa i bez kontrole varijance školske dobi dobivena je faktorska struktura koja odražava temeljne odrednice konstrukcije i primjene instrumenta – vrstu i razinu zadataka, te vrijeme primjene – i objašnjava 38 do 50% varijance rezultata), *sadržajna valjanost* visoka, a *kriterijska* prihvatljiva (korelacije s ocjenama iz matematike iznosi 0,45). Potvrđen je porast K-R prosuđivanja sa školskom dobi i opadanje rezultata s porastom razvojne razine zadataka, a razlike u rješivosti tri vrste zadataka u skladu su

s očekivanjima (najprije se usvaja aritmetika, potom omjerno prosuđivanje i na kraju algebra). Spolne razlike nisu potvrđene, a svi interakcijski efekti spola, dobi i razvojne razine zadataka na Q-R prosuđivanje objašnjivi su teorijskim modelima kognitivnog razvoja i prethodnim istraživanjima.

**Ključne riječi:** kvantitativno-relacijsko prosuđivanje, metrijske osobine, razvojne i spolne osobitosti

## UVOD

U mjerenju i istraživanju kvantitativnih ili matematičkih sposobnosti već su dugo razvijena dva pristupa: diferencijalni i razvojni. Diferencijalni primjerice predstavlja procjena računanja u Thurstoneovu modelu (Gardner, Kornhaber i Wake, 1999), mjerenje kvantitativne sposobnosti iz Horn-Cattell Gf-Gc modela (Woodcock, 1994) te kvantitativnog prosuđivanja i računanja Carrollova troslojnog modela inteligencije (Carroll, 1997). S druge strane, razvoj kvantitativnih koncepata istraživan je u velikim teorijama kognitivnog razvoja – poput Piagetove (Pijaže i Inhelder, 1990; Buggle, 2002) i Caseove (1992) – ili u modelima razvoja pojedinih matematičkih operacija – poput aritmetike (Pavlin-Bernardić, 2006; Siegler, 1988, Siegler, 1996) i omjernog prosuđivanja (Moore, Dixon, i Haines, 1991; Spinillo i Bryant, 1999). Međutim, rijetki su pokušaji definiranja i mjerenja kvantitativnih ili matematičkih konstrukata u okviru velikih teorijskih modela koji integriraju spoznaje iz diferencijalne i razvojne tradicije istraživanja intelekta te stoga ovaj rad pokušava vrednovati i razvojno analizirati jedan od njih: kvantitativno-relacijsko prosuđivanje.

Kvantitativno-relacijsko (K-R) prosuđivanje važan je segment čovjekova intelektualnog funkcioniranja koji predstavlja sposobnost ovladavanja svim aspektima stvarnosti koji se mogu kvantificirati. Kao teorijski konstrukt sadržan je u *Trirazijskoj teoriji razvijajućeg uma* A. Demetrioua i suradnika (Demetriou i Raftopoulos, 1999; Demetriou i sur., 2002) - jednoj od najobuhvatnijih velikih teorija kognitivnog razvoja – u kojoj odražava funkcioniranje K-R sustava, koji predstavlja jednu od šest<sup>1</sup> sastavnica druge razine tog teorijskog modela intelekta (Demetriou, 2004). K-R sustav razvijen je za predstavljanje i obrađivanje kvantitativnih vidova ili transformacija stvarnosti poput brojnosti, veličine, nakupljanja, odvajanja, po-

---

1 U nekim verzijama teorije autori navode i sedam sastavnica premda većina publiciranih radova upućuje na čvrstu potvrdu petero-dimenzionalne strukture: kvantitativno-relacijska, kvalitativno-analička, prostorno-zamišljajuća, uzročno-eksperimentalna i verbalno-propozicijska dimenzija (Demetriou, 1998; Demetriou i Efklides, 1994).

većavanja, smanjivanja, dijeljenja ili umnažanja. Mnogi od tih vidova stvarnosti imaju adaptivnu vrijednost za čovjeka i stoga su sržni oblici pojedinih funkcija K-R sustava urođeni (primjerice, subitizacija), a same funkcije (ili sposobnosti) nužno se mijenjaju tijekom ontogenetskog razvoja – od kvantitativne specifikacije (brojenje, dijeljenje predmeta), preko osnovnih aritmetičkih operacija i određivanja različitih tipova kvantitativnih odnosa (razumijevanje razlomaka i decimalnih brojeva, konceptualiziranje dimenzija iz fizikalne i društvene stvarnosti), do stvaranja širokog spektra činjeničnog znanja o kvantitativnim vidovima stvarnosti (poznavanje tablice množenja, specifičnih matematičkih simbola, te cijelih područja matematike) (Demetriou i Valanides, 1998).

K-R prosuđivanje se sastoji od tri temeljne skupine sposobnosti čijim se kombiniranjem može proizvesti bilo koja matematička sposobnost. *Sposobnosti kvantitativne specifikacije i reprezentacije* omogućavaju pojedincu da odredi kvantitativnu narav elemenata ili osobina stvarnosti koje obrađuje te da to kodira u terminima aritmetičkog, i/ili metrijskog sustava (primjerice, brojenje na prste, donošenje i odnošenje predmeta, mjerenje, primjena četiri osnovne aritmetičke operacije). *Sposobnosti dimenzionalno-direkionalne konstrukcije* omogućavaju pojedincu da skupove elemenata stvarnosti koje je kvantificirao svede na određenu dimenziju te shvati: (1) smjer u kojem kvantitet tih elemenata varira duž dimenzije (raste, pada), (2) razmjer tog variranja (aritmetički, geometrijski ili logaritamski) i (3) oblik tog variranja (linearni, zakrivljeni). *Sposobnosti dimenzionalno-direkionalne koordinacije* omogućavaju pojedincu da u odnos stavi elemente ili dimenzije kvantificirane stvarnosti te da shvati i obrađuje moguću sukladnost u variranju elemenata duž različitih dimenzija (ove sposobnosti omogućuju složeno matematičko prosuđivanje poput omjernog i vjerojatnosnog prosuđivanja) (Demetriou i Efklides, 1987; Demetriou, Pachaury, Metallidou, i Kazi, 1996).

U dosadašnjim istraživanjima K-R prosuđivanja (Demetriou, Platsidou, Efklides, Metallidou, i Shayer, 1991; Demetriou i sur., 1996), ali i drugim istraživanjima koja su koristila taj konstrukt (Demetriou, Efklides, i Platsidou, 1993; Demetriou i sur., 2002; Platsidou, Demetriou, i Kui, 1997), nije primijenjena neka standardna forma pripadnog instrumenta. Prvo, procjenjivanje K-R prosuđivanja najčešće je – ali ne uvijek - operacionalizirano s tri skupine zadataka: (1) *zadaci aritmetike* (simbolički oblik situacija u kojima se očituju sposobnosti kvantitativne specifikacije i reprezentacije), (2) *zadaci omjernog prosuđivanja* (integriraju sposobnosti dimenzionalno-direkionalne konstrukcije i koordinacije) i (3) *zadaci algebre* (dijelom zahtijevaju angažiranje sve tri skupine K-R sposobnosti te dodatno podrazumijevaju usvojenost simboličkog uobličavanja i novog reprezentacijskog zapisa, koje nisu svojstvene samo K-R sustavu). Drugo, broj zadataka K-R prosuđivanja u istraživanjima varirao je od 3 do 42. Treće, primjena različitih baterija K-R prosuđivanja uglavnom je bila skupna, a vrijeme primjene tek je u manjem broju studija relativno jasno određeno jer su se u većini slučajeva ti zadaci primjenjivali zajedno s drugim

kognitivno-razvojnim zadacima. Četvrto, zadaci aritmetike i algebre sustavno su bodovani s 0 (točno) i 1 (netočno), dok je omjerno prosuđivanje u većini slučajeva bodovano od 0 do 4 (jer su odgovorili uključivali dodatna obrazloženja), ali se zbog veće objektivnosti u nekim studijama koristilo i bodovanje 0 i 1. Pored nepostojanja standardne forme instrumenta, sustavna analiza metrijskih osobina primijenjenih K-R baterija nije provedena, osim izdvojenog procjenjivanja konstruktne valjanosti K-R baterije modeliranjem strukturalnim jednadžbama (Demetriou i sur., 1991; Demetriou i sur., 1996). Takav nalaz donekle iznenađuje kad se uvaži činjenica da je teorija Demetrioua i suradnika prvotno nastala u pokušaju integracije razvojnog i diferencijalnog pristupa intelektu te da se metodološki uvelike naslanja na psihometrijski pristup (Demetriou i sur., 1993; Demetriou i Efkliides, 1994). S druge strane, to nije neočekivano iz dva razloga: (1) zbog nepostojanja standardne forme K-R instrumenta nije bilo potrebe za psihometrijskom validacijom, (2) sve forme K-R baterija nužno sadrže zadatke svojstvene različitim teorijsko-razvojnim razinama, što generira problem klasičnoj psihometrijskoj validaciji. Naime, razvojne razine zadataka nisu određene normativno (postotkom riješenosti zadatka u nekoj populaciji), već teorijskim kriterijem (pretpostavkom o razvojnom statusu kognitivnih procesa koje zahtijeva zadatak) preuzetim prvenstveno iz Fisherove (1980) i Halfordove (1987) teorije kognitivnog razvoja. Pri tome treba istaknuti da, premda su već od prve verzije K-R zadataka prisutne četiri razvojne razine, teorijska osnova tih razina dopunjava se prema zadnjoj verziji instrumenta (Demetriou i sur., 1991; Demetriou i sur., 1993; Demetriou i sur., 1996). Kod zadataka omjernog prosuđivanja sve razine pripadaju Halfordovoj razvojnoj fazi *preslikavanja višestrukih sustava* (s pripadnim informacijskim opterećenjem od 4 čestice), ali se razlikuju s obzirom na broj kognitivnih vještina iz Fisherove teorije koje je potrebno integrirati da bi se zadatak riješio, ili s obzirom na zahtijevanu matematičku i strategijsku ekspertizu koja je dostatna da bi se riješili potpuno ekvivalentni omjeri (1. razina), djelomično ekvivalentni omjeri (2. razina), omjeri s uređenim parovima kod kojih su dva pripadna člana višekratnici jedan drugom (3. razina), te omjeri bez članova koji si međusobno odgovaraju (4. razina). Kod zadataka aritmetike prva razina pripada Halfordovoj fazi *preslikavanja sustava* (s pripadnim informacijskim opterećenjem od 3 čestice) i sadrži jednu aritmetičku operaciju, a preostale tri razine pripadaju fazi *preslikavanja višestrukih sustava* te sadrže od 2 do 4 operacije. Kod zadataka algebre, sve četiri razine zadataka pripadaju Halfordovoj fazi *preslikavanja sustava*, a razlikuju se po stupnju usvojenosti simboličkog uobličavanja i novog reprezentacijskog zapisa: jednostrukturni zadaci referirani na stvarnost (1. razina), dvostrukturni zadaci u kojima se dvije jednostavne simboličke strukture trebaju koordinirati da bi se odredila vrijednost nepoznatog simbola (2. razina), dvostrukturni zadaci koji se rješavaju koordiniranjem dvije simboličke strukture, a referentna se struktura može definirati samo u odnosu na strukturu koju treba dekodirati (3. razina), te dvostrukturni zadaci koji podrazumijevaju mogućnost koordiniranja potpuno neodređenih

struktura u cilju isključivo njihovih logičko-matematičkih odnosa važećih bez obzira na pojedine brojčane vrijednosti (4. razina). Zbog različitih razvojnih razina u primjeni K-R baterije na razvojnom uzorku nužno dolazi do niske rješivosti većine zadataka kod mlađih, te vrlo visoke rješivosti kod starijih ispitanika – što znatno smanjuje varijabilitet rezultata potreban za validaciju instrumenta (*a priori* smanjuje osjetljivost, pouzdanost tipa unutarnje konzistencije i valjanost instrumenta). Iz tih razloga logično je psihometrijsku validaciju mogućeg testa K-R prosuđivanja provoditi na cijelom razvojnom uzorku ispitanika, pri čemu se može razmatrati treba li kod dobivenih rezultata kontrolirati varijabilitet kronološke ili obrazovne dobi. Konačno, premda su Demetriou i suradnici (1993) ustanovili da ne postoji izraziti utjecaj specifične poduke u području prvenstveno omjernog prosuđivanja, oni nisu sustavno provjerili utječu li elementi obrazovnog programa matematike na rezultate najčešće korištenih zadataka K-R prosuđivanja – što može predstavljati problem u interpretaciji valjanosti instrumenta.

U svim prethodno navedenim istraživanjima Demetriou i suradnici jasno su pokazali porast K-R prosuđivanja u dobi od 8 godina do odrasle dobi, a u dijelu istraživanja i različitu dob svladavanja pojedine razvojne razine tih zadataka (Demetriou i sur., 1991; Demetriou i sur., 1993; Demetriou i sur., 1996). Međutim, dosadašnja istraživanja nisu dala konzistentan nalaz o spolnim razlikama u K-R prosuđivanju jer su one jednom primijećene (Demetriou i sur., 1991), a drugi put nisu (Demetriou i sur., 1996). Pored toga, interakcijsko djelovanje spola, uzrasta i razvojne razine zadataka na K-R prosuđivanje u dosadašnjim istraživanjima nije sustavno razmotreno.

Teorijska atraktivnost<sup>2</sup> konstrukta K-R prosuđivanja, ali i sve nedorečenosti njegove operacionalizacije s problemima psihometrijske validacije naveli su nas da izradimo hrvatsku verziju baterije K-R zadataka i vrednujemo je klasičnim psihometrijskim postupcima. U ostvarivanju tog cilja istraživanja nastojalo se obrazložiti poteškoće psihometrijske validacije razvojnog instrumenta i ponuditi moguća rješenja.

Drugi cilj istraživanja vezan je uz provjeravanje hipoteza o razvoju kvantitativno-relacijskog prosuđivanja kod hrvatske djece i adolescenata i njihovo tumačenje prvenstveno u okviru teorije kognitivnog razvoja Demetrioua i suradnika. Pri tome se testiraju hipoteze o glavnim razvojnim efektima – (1) porast K-R prosuđivanja s porastom dobi, (2) pad riješenosti zadataka s porastom njihove razvojne razine, (3) slabija riješenost one vrste K-R zadataka koja se u kognitivnom razvoju usvaja kasnije - te o postojanju mogućih spolnih razlika u K-R prosuđivanju. Dodatno se testiraju i hipoteze o interakcijskim efektima dobi, spola, vrste i razvojne razine zadataka na K-R prosuđivanje.

2 Dijelom potvrđena među-kulturalnim studijama K-R prosuđivanja na grčkoj, indijskoj i kineskoj populaciji djece i mladih (Demetriou i sur., 1996; Platsidou i sur, 1997).

## METODA

## Sudionici

U istraživanju je sudjelovalo 420 učenika jedne osnovne škole i jedne gimnazije Grada Zagreba (matematički i jezični program). S obzirom na činjenicu da je predmet istraživanja u zamjetljivo određen obrazovnim programom matematike, prikaz uzorka sudionika te kasnije analize temeljeni su na njihovoj dobi i spolu.

Tablica 1. Raspodjela broja sudionika s obzirom na spol i dob.

		dob (razred)				
		2.	3.	5.	7.	11.
spol	ženski	25	39	42	47	45
	muški	50	47	38	50	37
ukupno		75	86	80	97	82

Napomena: Zbog kontinuiteta ranga simboličkih oznaka dobi (koje olakšavaju tumačenje nalaza) dob 3. dob gimnazije označena je kao 11. razred.

Dob sudionika za pojedine školske dobne kategorije nalazi se u rasponu od  $M_{2\text{raz}} = 8,01$  ( $SD_{2\text{raz}} = 0,294$ ) do  $M_{11\text{raz}} = 16,84$  ( $SD_{11\text{raz}} = 0,471$ ).

## Instrument

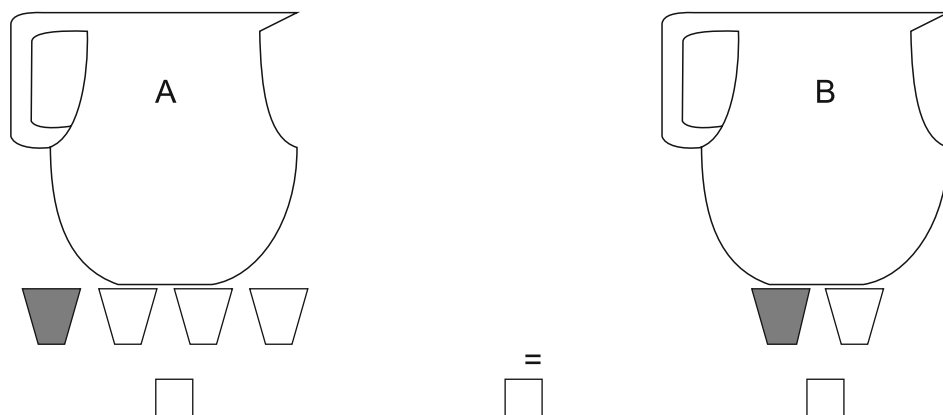
Primijenjena je hrvatska verzija<sup>3</sup> baterije K-R zadataka korištene u međukulturalnom istraživanju K-R prosuđivanja Demetriou i sur. (1996). Pored prijevoda s engleskog jezika, hrvatska adaptacija sastojala se u: (1) prilagođavanju broja zadataka vremenu primjene sve tri skupine zadataka unutar jednog školskog sata (smanjen broj zadataka aritmetike - međusobno najslabijih zadataka), (2) promjeni redosljeda algebarskih zadataka, te (3) prilagodbi uputa za skupnu primjenu papir-olovka instrumenta na cijelom rasponu školskih dobnih kategorija.

*Baterija aritmetičkih zadataka (AR)* sastoji se od 8 zadataka u kojima ispitanik zaokruživanjem treba odrediti jednu do četiri aritmetičke operacije (ovisno o razvojnoj razini problema) tako da postavljene jednakosti budu zadovoljene. Primjerice, u zadatku  $(1 \heartsuit 1) \clubsuit 2 = 3$  učenik treba odrediti koje aritmetičke operacije (+, -, :, ;) znakovi  $\heartsuit$  i  $\clubsuit$  predstavljaju. Svaka razvojna razina procjenjuje se s dva

3 Prikaz cijele baterije zadataka dostupan je u disertacijskom istraživanju prvog autora ovog članka.

zadatka. U nekim zadacima postoji više točnih rješenja, no zadatak se smatra točno riješenim ako ispitanik odredi samo jedno od njih.

*Baterija zadataka omjernog prosuđivanja (OP)* sastoji se od 15 zadataka u kojima ispitanik temeljem razmatranja broja čaša crvene i bijele boje izlivenih u dvije mješavine treba odrediti koja od mješavina je crvenija (ili su jednako crvene) stavljanjem križića na primjereno mjesto i navođenjem kratkog obrazloženja. Slijedi primjer:



Zato:

Sve razvojne razine izuzev treće procjenjuju se s tri zadatka, dok se treća procjenjuje sa šest zadataka jer sadrži dvije pod-razine s tri zadatka (razlika među njima je u jednom dodatnom matematičkom koraku određivanja odnosa).

*Baterija algebarskih zadataka (AL)* sastoji se od 12 zadataka otvorenog tipa u kojima ispitanik treba odgovoriti brojkom, slovom, kratkim matematičkim izrazom (kod prve tri razvojne razine), ili kratkim obrazloženjem (kod četvrte razvojne razine zadatka). Primjerice,  $a + b = 43$ ,  $a + b + 2 =$  . Svaka razvojna razina procjenjuje se sa tri zadatka.

Odgovori kod sve tri vrste zadataka K-R baterije (AR, OP i AL) bodovani su s 0 i 1. Bodovanje kratkog obrazloženja u OP zadacima, sukladno sustavu predloženom od strane Demetrioua i suradnika (1991), u ovom istraživanju nije korišteno zbog veće objektivnosti (isto tako su postupili Demetriou i suradnici 1996. godine), no ti su rezultati dostupni kod prvog autora članka.

### Postupak

Primjena baterije K-R zadataka na cijelom uzorku ostvarena je unutar 4 tjedna. Ispitivanje je bilo skupno tijekom jednog školskog sata, u uvjetima standardnim za psihologijska ispitivanja u školi (unutar razrednog odjeljenja). Svaka od tri vrste

zadataka rješavana je odvojeno u točno određenom vremenu: OP unutar 12, AR unutar 8, a AL zadaci unutar 10 minuta. Učenicima je ukratko pojašnjena svrha istraživanja, zajamčena anonimnost i povjerljivost podataka te je objašnjeno da se njihov uradak neće ocjenjivati. Preduvjet sudjelovanja u istraživanju bila je suglasnost roditelja. Svakoj skupini zadataka prethodila je zasebna uputa sa zajedničkim rješavanjem dva primjera, a nakon toga i odgovori na nejasnoće i tehnička pitanja postavljena od strane sudionika.

U cilju određivanja kriterijske valjanosti K-R baterije zadataka, prikupljeni su podaci o završnim ocjenama iz matematike u prethodnom razredu, kao i na kraju pohađanog razreda.

## REZULTATI I RASPRAVA

### Psihometrijsko vrednovanje baterije K-R zadataka

Pretpostavke za određivanje metrijskih osobina te prikaz razvojnih trendova rezultata K-R baterije vidljivi su iz osnovnih deskriptivnih statistika (Tablica 2).

Razvidan je dominantan trend porasta sva tri vida<sup>4</sup> te ukupnog K-R prosuđivanja s porastom dobi, pri čemu je porast aritmetičkog prosuđivanja gotovo linearan te manje izražen od porasta omjernog i algebarskog prosuđivanja, koji naglo rastu od 7. do 11. razreda. S druge strane, relativna rješivost AR zadataka (u odnosu na maksimalni mogući rezultat) viša je od preostale dvije skupine zadataka. Primijećene su i testirane razlike u varijabilitetu rezultata među pojedinim dobnim skupinama te su se potvrdile niske i psihometrijski problematične vrijednosti varijance u pojedinim dobnim skupinama. Dobivena ograničenja u varijabilitetu rezultata pojedinih dobi očita su i iz broja zadataka s nultom varijancom te sugeriraju da metrijske osobine određujemo prvenstveno na cijelom uzorku, ali da pri tome razmotrimo i mogući utjecaj dobi kao "treće varijable". Naime, upitno je u pojedinim dobima računati metrijske osobine razvojnih testova koji su *a priori* predviđeni za širok dobnii raspon. Primjerice, ima li smisla razmatrati metrijske osobine testa koji ima 12 zadataka u dobi koja može riješiti samo 8 zadataka? Dodatno, razvojni instrumenti trebaju prvenstveno zabilježiti varijabilitet među dobnim skupinama, a tek onda varijabilitet unutar dobne skupine (na kojem se upravo temelje klasične metrijske osobine instrumenata). S druge strane, jasno je da dob, pozitivno korelira s većinom zadataka i time povećava međusobnu povezanost zadataka K-R baterije – što nužno utječe na pouzdanost tipa unutarnje konzistencije, ali i na konstruktnu valjanost te baterije. Neki autori stoga smatraju da je prije određivanja metrijskih osobina iz re-

4 U OP rezultatima učenici 2., 3. i 5. razreda ne razlikuju se statistički značajno prema aritmetičke sredine sugeriraju čak blagi pad s dobi (potvrđeno Dunett T3 post-hoc testom ANOVA-e, ali i t-testom za nezavisne uzorke;  $p > 0,05$ ).



Tablica 2. Deskriptivna statistika baterije K-R zadataka po dobi te na cijelom uzorku (sve dobi).

		Dob (razred)					
		2.	3.	5.	7.	11.	svi uzrasti
OP-zadaci	M	5,20	5,19	4,74	6,85	12,12	6,84
	Sd	2,18	2,11	1,74	3,50	3,63	3,87**
	min	1	1	0	0	3	0,00
	max	10	10	9	15	15	15,00
	zad (v = 0) -	-	-	-	-	-	-
AR-zadaci	M	3,59	4,48	5,25	6,26	7,34	5,44
	Sd	1,64	1,27	1,38	1,09	0,72	1,79**
	min	0	2	2	4	6	0,00
	max	7	7	8	8	8	8,00
	zad (v = 0)	8	3	3	-	1, 3, 4	-
AL-zadaci	M	2,62	3,48	4,58	7,33	11,39	5,97
	Sd	1,33	1,55	1,75	2,90	0,69	3,64**
	min	0	0	0	1	10	0,00
	max	6	7	9	12	12	12,00
	zad (v = 0)	4, 10, 12	4, 10, 12	12	-	2, 5, 8, 10	-
K-R pro- sudivanje - ukupno	M	11,41	13,14	14,57	20,34	30,90	18,21
	Sd	3,47	3,52	2,85	5,63	3,83	8,05**
	min	4	5	7	9	21	4,00
	max	21	21	21	33	35	35,00

\*\*Levenov test homogenosti varijanci među dobnim skupinama ( $p < 0,01$ )  
zad (v = 0) - zadaci sa nultom varijancom (kod cijele K-R baterije se zbrajaju)

zultata potrebno izdvojiti/kontrolirati varijancu dobi (Case, Demetriou, Platsidou, i Kazi, 2001), dok drugi drže da je takav postupak dvojbjen iz razloga što razvojni konstrukti kao svoju sastavnicu nužno sadrže proces sazrijevanja (ili obrazovnog utjecaja u slučaju mjera znanja) koji je visoko koreliran s varijablom dobi i čije statističko kontroliranje nužno ugrožava konstruktnu valjanost (Foley i Berch, 1997). Kod vrednovanja pojedinih metrijskih osobina K-R testa uvažavamo ovu raspravu i njene implikacije prvenstveno zbog toga što to primarno razvojno-psihologijski a ne diferencijalni instrument, ali i zbog toga što su u većini publikacija struktura K-R sposobnosti i njen odnos s drugim sastavnicama intelekta istraživani korelacijskim postupcima bez kontroliranja utjecaja dobi (Demetriou i sur., 1991; Demetriou i sur., 1993; Demetriou i sur., 1996).

### Objektivnost i osjetljivost

*Objektivnost* cjelokupne baterije K-R zadataka, kao i svake od tri sastavnice je potpuna zbog objektivno definiranih točnih odgovora i njihova binarnog kodiranja.

Tablica 3. Osnovne odrednice raspodjele indeksa lakoće i varijanci svih zadataka K-R baterije kod pojedinih dobnih skupina i na cijelom uzorku (sve dobi).

	Dob (razred)					
	2	3	5	7	11	sve dobi
M(p)	0,33	0,38	0,42	0,58	0,88	0,52
min-max(p)	0-0,97	0-1	0-1	0,14-0,99	0,57-1	0,20-0,99
M(p')	0,37	0,39	0,41	0,58	0,85	0,52
M(v)	0,16	0,17	0,16	0,17	0,12	0,2
min-max(v)	0-0,25	0-0,25	0-0,25	0,01-0,25	0-0,25	0,01-0,25

M(p)-prosječan p baterije

min-max(p)-raspon p-ova zadataka u bateriji

M(p')-prosječan p baterije na zadacima s nenultom varijancom

M(v)-prosječna varijanca zadataka baterije

min-max(v)-raspon varijanci zadataka u bateriji

*Osjetljivost* K-R baterije analizirana je prvenstveno pomoću indeksa lakoće i varijance pojedinih zadataka. Analiza je provedena i za pojedine dobi da bi se uvidjelo za koju dob je K-R baterija težinski najprimjerenija.

Pokazatelji osjetljivosti iz Tablice 3. pokazuju da se radi o instrumentu s optimalnom osjetljivošću na promatranom dobnom rasponu: prosječan indeks lakoće svih 35 zadataka je gotovo idealan (0,52), ni jedan zadatak nema nultu varijancu, a prosječna varijanca je bliska idealnoj vrijednosti od 0,25. Uvid u spomenute pokazatelje po dobima sugerira da su zadaci K-R baterije optimalno diskriminativni za dobi od 5. do 7. razreda. S druge strane, rasponi indeksa lakoće i varijanci pojedinih zadataka pokazuju da je u razvojnom pogledu osjetljivost instrumenta vrlo dobra zbog postojanja zadataka koji su rješivi samo u određenoj dobi, dok najviše dobne skupine rješavaju najveći dio zadataka: indeksi lakoće i varijance pojedinih zadataka poprimaju gotovo cijeli raspon mogućih vrijednosti u većini dobnih skupina.

Optimalnu osjetljivost K-R baterije potvrđuje i Ferguson  $\Delta$  pokazatelj: 0,982.

### Pouzdanost

Pouzdanost je određena pomoću Cronbach  $\alpha$  i split-half koeficijenta, pri čemu su polovice zadataka u split-half koeficijentu određene kao paralelne forme – u svakoj polovici sadržan je podjednak broj zadataka iz svake razvojne razine. Split-half koeficijent uveden je zbog toga što Cronbach  $\alpha$  u ovom slučaju unaprijed podcjenjuje pouzdanost jer se računa iz kovarijanci svih zadataka, a razvidno je da zadaci koji pripadaju različitim razvojnim razinama moraju niže kovarirati. Zbog nezaključene polemike o potrebi kontroliranja varijance (školske) dobi kod mjera razvojnih konstrukata, navedeni koeficijenti pouzdanosti računati su na izvornim rezultatima, ali i na rezultatima iz kojih je regresijski izdvojena varijanca dobi. Ko-

Tablica 4. Cronbach  $\alpha$  i split-half koeficijenti pouzdanosti sve tri sastavnice i cjelokupne baterije K-R zadataka sa ( $x'$ ) i bez izdvajanja ( $x$ ) varijance dobi.

	OP		AR		AL		K-R baterija	
	x	x'	x	x'	x	x'	x	x'
Cronbach $\alpha$	0,82	0,72	0,70	0,50	0,89	0,65	0,92	0,73
Split-half	0,89	0,82	0,79	0,62	0,92	0,72	0,95	0,82

načno, pouzdanost je računata za cjelokupnu K-R bateriju, ali i za svaku od tri sastavnice, prvenstveno radi uočavanja koja sastavnica koliko pridonosi pouzdanosti cijele baterije (Tablica 4).

Ovisno o tome smatramo li, ili ne, maturacijske i obrazovne procese sastavnim dijelom razvojnog konstrukta K-R prosuđivanja, oba koeficijenta pouzdanosti pokazuju da je pouzdanost K-R baterije zadataka visoka (prosječno 0,94), odnosno dobra (prosječno 0,78). Treba ipak naglasiti da zbog navedenih razloga preferiramo split-half koeficijente pouzdanosti čiji iznos je nešto viši od Cronbach  $\alpha$ . Ta bi pouzdanost bila vjerojatno još viša da je skupina AR zadataka bila podjednako velika kao i preostale dvije, jer Spearman-Brown korekcijom koeficijenata pouzdanosti AR na formu od 15 zadataka (forma iz istraživanja Demetrioua i sur., 1996) oni poprimaju split-half vrijednosti 0,88 ( $x$ -rezultati) i 0,75 ( $x'$ -rezultati). Pouzdanosti OP i AL zadataka prosječno su dobre, a kod izvornih rezultata visoke.

### Konstruktna i kriterijska valjanost

*Konstruktna valjanost* K-R baterije procijenjena je prvenstveno provođenjem dva modela eksploratorne analize zajedničkih faktora (ZF) proizašlih iz rješavanja dvojbe je li opravdano kontroliranje varijance dobi? Kako bi izbjegli probleme svojstvene faktorskoj analizi dihotomnih rezultata (Nunnally i Bernstein, 1994), ZF smo proveli na 12 kompozitnih varijabli dobivenih zbrajanjem rezultata svih zadataka pojedine razvojne razine unutar svake vrste zadataka (3 vrste x 4 razine zadatka). Naime, zbog odsutnosti normalne distribucije rezultata dihotomnih varijabli, početna matrica korelacije poprima niske vrijednosti, a pored toga faktori najčešće obuhvate zadatke slične po svojoj distribuciji (u našem slučaju, faktori dobiveni preliminarnim ZF-analizama na dihotomnim zadacima svake od tri sastavnice K-R baterije bili su uvelike definirani upravo indeksima lakoće pojedinih zadataka). U slučaju obje ZF-analize (sa i bez kontroliranja varijance dobi) nakon ekstrakcije faktora provedena je kosokutna (Direct Oblimin) rotacija. To je učinjeno zbog očekivane povezanosti sve tri sastavnice K-R baterije koje djelomice operacionaliziraju iste temeljne K-R sposobnosti (rješavanje AL zadataka zahtijeva angažiranje sve tri skupine sposobnosti), ali i zbog nalaza prethodnih istraživanja u kojima se strukturalnim modeliranjem pokazalo da su tri latentne varijable određene upravo s tri vrste zadataka (AR, OP, AL) te da su određene latentnom varijablom višeg reda

Tablica 5. Matrica faktorskog obrasca nakon Direct Oblimin (DO) rotacije na izvornim i rezidualnim kompozitnim rezultatima TKRS

vrsta i razvojna razina zadatka	izvorni rezultati		vrsta i razvojna razina zadatka	reziduali izvornih rezultata nakon izdvajanja varijance dobi			
	DO1	DO2		DO1	DO2	DO3	DO4
AL, III. razina	<b>0,77</b>	0,29	AL, III. razina	<b>0,80</b>	0,06	0,05	-0,08
AL, II. razina	<b>0,77</b>	0,19	AL, II. razina	<b>0,63</b>	0,07	-0,02	0,12
AL, I. razina	<b>0,70</b>	-0,11	AL, IV. razina	<b>0,40</b>	-0,23	0,03	-0,12
AR, IV. razina	<b>0,70</b>	0,18	AR, IV. razina	<b>0,32</b>	-0,05	0,05	0,21
OP, I. razina	<b>0,64</b>	-0,05	OP, III. razina	0,03	<b>-0,80</b>	-0,03	0,00
AL, IV. razina	<b>0,63</b>	0,43	OP, IV. razina	-0,05	<b>-0,74</b>	0,02	0,05
AR, III. razina	<b>0,60</b>	-0,02	OP, II. razina	0,09	-0,25	<b>0,68</b>	-0,14
OP, II. razina	<b>0,57</b>	0,40	OP, I. razina	-0,05	0,18	<b>0,57</b>	0,14
AR, II. razina	<b>0,57</b>	-0,13	AL, I. razina	0,16	0,06	0,07	<b>0,53</b>
AR, I. razina	0,18	-0,06	AR, II. razina	-0,03	0,01	0,10	<b>0,52</b>
OP, III. razina	0,06	0,83	AR, III. razina	0,15	0,03	-0,01	<b>0,36</b>
OP, IV. razina	-0,08	0,67	AR, I. razina	-0,04	-0,02	-0,02	0,22
% varijance	36,60	17,93	% varijance	13,72	12,72	8,90	9,78
ukupni %	54,53		ukupni %	45,12			

Napomena: opterećenja >0,30 otisnuta su masnim tiskom

(Demetriou i sur., 1991, Demetriou i sur., 1996). Zbog preinaka u hrvatskoj verziji instrumenta i skraćivanja vremena njegove primjene teško je očekivati faktorsku strukturu analognu spomenutim strukturalnim modelima, no ona je uvelike trebala biti određena vrstom i razinama zadataka te općom K-R sposobnošću, koja je značajno određena i općom intelektualnom sposobnošću (Tablica 5).

*Prvim ZF-modelom* provedenim na izvornim kompozitnim rezultatima dobivena su dva faktora s karakterističnim korijenom ( $\lambda$ ) većim od 1, koji objašnjavaju **50,03%** varijance rezultata, pri čemu 1. faktor objašnjava **39,82%** varijance te svojim projekcijama po varijablama sugerira opću K-R sposobnost. Nakon provedene rotacije vidljivo je da je 1. faktor zadržao svoju "generalnost" te i dalje sadrži projekcije na sve tri vrste zadataka svih razvojnih razina, osim OP zadataka treće i četvrte razvojne koje (uz slabo zasićenje četvrtom AL i drugom OP razinom zadataka) sadrži 2. faktor. Taj faktor, s više od dvostruko manjim djelom preostale objašnjene varijance nakon rotacije može se protumačiti kao specifični faktor najviših razina omjernog prosuđivanja. Korelacija između faktora iznosi 0,21.

*Drugim ZF-modelom* provedenim na kompozitnim rezultatima iz kojih je regresijski izdvojena varijanca dobi dobivena su četiri faktora s  $\lambda > 1$ , koji zajedno objašnjavaju **38,3 %** varijance rezultata. Nakon rotacije faktorska struktura pokazuje: (1) da 1. faktor dominantno sadrži AL zadatke viših razina sa AR zadacima najviše razine; (2) da su se OP zadaci projicirali na dva srednja faktora - 2. faktor, koji sadrži negativne projekcije zadataka treće i četvrte razine (što bismo mogli tumačiti kao nedostatak viših razina sposobnosti omjernog prosuđivanja) i 3. faktor, koji sadrži

zadatke prve i druge razine; (3) da 4. faktor sadrži prve tri razine AR zadataka i njima sličnu prvu razinu AL zadataka te dominantno odražava aritmetičko prosuđivanje. Korelacije između faktora sežu od  $r_{F1,2} = -0,18$  do  $r_{F1,3} = 0,31$ .

Provedeni ZF-modeli sugeriraju dva opća nalaza o faktorskoj strukturi K-R baterije. Prvo, ako se u rezultatima ne kontrolira varijanca dobi, u faktorskoj strukturi dominira jedan faktor koji sadrži sve tri vrste zadataka uz specifični faktor koji objašnjava mali dio preostale varijance. Drugo, izdvajanjem varijance dobi iz rezultata prilično se smanjuje postotak objašnjene varijance, nestaje opći K-R faktor, a broj specifičnih K-R faktora raste. Ako se u obzir uzme činjenica da je opća kognitivna brzina značajno povezana s dobi (Demetriou i sur., 2002; Kail i Salthouse, 1994), onda je ta brzina sigurno jedan od faktora koji određuje uspjeh u K-R bateriji jer je primjena svake sastavnice te baterije zamjetljivo vremenski ograničena, ali je i kohezivni čimbenik za nastajanje općeg K-R faktora (prisutna je u sve tri sastavnice te uvelike određuje opću intelektualnu sposobnost). Iz prethodno navedenog, te uzimanjem u obzir navedenih očekivanja o određenosti faktorske strukture vrstom i razinama zadataka, logična je dvofaktorska struktura matrice izvornih rezultata u kojoj dominira opći K-R faktor pored još jednog specifičnog K-R faktora značajno manjih zasićenja (u ovom slučaju, faktora viših razina omjernog prosuđivanja koje su manje određene općom kognitivnom brzinom od nižih razina, a sadržajem se bitno razlikuju od AR i AL zadataka). Zbog relativno visoke povezanosti dobi i opće kognitivne brzine, kontroliranje varijance dobi dovodi do izdvajanja spomenutog kohezivnog čimbenika te do izražaja dolaze specifični K-R faktori koji su generirani prvenstveno vrstom, a potom i razvojnom razinom zadataka – osnovnim odrednicama konstrukcije instrumenta.

Temeljem prethodnih nalaza može se zaključiti da je konstruktna valjanost K-R baterije vrlo dobra jer je njena faktorska struktura najvećim dijelom određena osnovnim odrednicama konstrukcije i primjene baterije te objašnjava 38-50% varijance rezultata (što je relativno visok postotak kod primjene analize zajedničkih faktora).

*Kriterijska valjanost* K-R baterije provjeravana je ispitivanjem povezanosti pripadnog rezultata s kriterijem koji predstavlja uvriježenu procjenu matematičke uspješnosti učenika - faktorski bod iz matematike (FBM) dobiven provođenjem faktorske analize dviju završnih ocjena iz matematike: u dotičnom i prethodnom razredu. FBM je u odnosu na sve druge linearne kombinacije dvije ocjene iz matematike preferiran zbog pretpostavke da najbolje odražava latentnu matematičku sposobnost koja se očituje u navedenim ocjenama. Zbog činjenice da s dobi K-R prosuđivanje raste, a ocjena iz matematike ne (može poprimati samo vrijednosti od 1 do 5), kao mjera kriterijske valjanosti izračunata je parcijalna korelacija između FBM i rezultata K-R baterije, pri čemu je iz obje varijable izdvojena varijanca dobi. Tako izračunata povezanost K-R baterije i FBM iznosi 0,452, što je očekivana korelacija ako se u obzir uzme: (1) problem objektivnosti školskih ocjena, (2) činjenica da primijenjeni zadaci K-R baterije procjenjuju samo dio znanja iz obrazovnog pro-

grama matematike, te (3) činjenica da se istih 35 zadataka koristi za procjenjivanje K-R prosuđivanja na prilično različitim dobnim razinama. Temeljem te korelacije može se reći da K-R baterija ima prihvatljivu kriterijsku valjanost u slučaju kad je kriterij latentna matematička sposobnost koja se manifestira u poznavanju školskog gradiva matematike.

### Razvojne osobitosti K-R prosuđivanja u hrvatskoj populaciji i teorijske implikacije

Pomoću psihometrijski vrednovane hrvatske operacionalizacije K-R prosuđivanja, na istom uzorku analizirane su razvojne promjene tog konstrukta, moguće spolne razlike, ali i utjecaj dvije bitne odrednice njegove operacionalizacije – vrste i razvojne razine zadataka.

Premda je razvojni porast rezultata K-R baterije uočen kod deskriptivnih pokazatelja njene primjene (Tablica 2), on je testiran tek Kruskal-Wallis testom (zbog utvrđene heterogenosti varijanci rezultata pojedinih dobnih skupina), ali i dodatnim modelima ANOVA-e provedenim zbog ispitivanja utjecaja spola, vrste i razvojne razine zadataka. Nalazi Kruskal-Wallis testa razvidno su potvrdili porast K-R prosuđivanja s porastom dobi, kako na razini cijele K-R baterije ( $\chi^2 = 269,69$ ;  $df = 4$ ,  $p < 0,01$ ), tako i na razini njenih sastavnica ( $\chi^2_{OP} = 140,10$ ;  $\chi^2_{AR} = 227,14$ ;  $\chi^2_{AL} = 277,88$ ;  $df = 4$ ;  $p < 0,01$ ). Dobiveni porast teorijski je potpuno očekivan – ne samo temeljem teorije Demetrioua i sur. (Demetriou i sur., 1991; Demetriou i sur., 1993; Demetriou i sur., 1996), već i temeljem drugih post-piagetovskih modela kognitivnog razvoja (Case, 1992; Halford, 1987; Siegler, 1996), tako da je na ovom mjestu opravdano razmotriti prvenstveno njegovu ovisnost o razvojnoj razini zadataka i spolu.

U cilju analize utjecaja razvojnih razina zadataka na K-R prosuđivanje (samo-stalnog, ili u interakciji s dobi i spolom), formirane su 4 kompozitne varijable koje predstavljaju zbroj rezultata zadataka unutar svake od 4 razine iz sve tri sastavnice baterije (primjerice, prva kompozitna varijabla predstavlja zbroj rezultata u svim OP, AR i AL zadacima prve razine). Međutim, zbrajanje rezultata pripadnih istoj razini, ali različitoj vrsti zadataka opravdano je ako postoji empirijska potvrda dosljednog razvrstavanja korištenih zadataka u teorijski predviđene razine (to jest, ako se u sve tri sastavnice baterije dokaže da zadaci iz teorijski nižih razina imaju slabiju rješivost). ANOVA model ponovljenih mjerenja s dvije varijable “unutar ispitivanja” (vrsta i razvojna razina zadataka) proveden je na relativnim rezultatima K-R prosuđivanja (unutar svake vrste i razvojne razine zadataka rezultat je podijeljen ukupnim brojem zadataka dotične razine zbog međusobne usporedivosti tih rezultata) da bi testirao prvenstveno tu opravdanost. Rezultati ANOVA-e potvrdili su da se s povećanjem razvojne razine kod sve tri skupine zadataka značajno smanjuje njihova rješivost ( $F = 679,50$ ;  $df = 3$ ;  $p < 0,01$ ), s time da kod OP zadataka dolazi do djelomičnog odstupanja od navedenog trenda, prvenstveno zbog toga što se u dobi 2. i 3. razreda uspješnije rješavaju zadaci 3. i 4. nego 2. razine<sup>5</sup>. To odstupanje

najvjerojatnije je posljedica nedovoljno valjane operacionalizacije viših razvojnih razina omjernog prosuđivanja, jer su slične inverzije uočene i u međukulturalnom istraživanju Demetriou-a i suradnika (1996), te u provedenom istraživanju ujedno dovodi do značajnog interakcijskog efekta vrste i razvojne razine zadataka ( $F = 82,19$ ;  $df = 6$ ;  $p < 0,01$ ). Pored dobivenih nalaza koji potvrđuju opravdanost zbrajanja rezultata zadataka različite vrste, a iste razvojne razine, dodatno su uočene i razlike u općoj rješivosti različitih vrsta zadataka ( $F = 199,57$ ;  $df = 2$ ;  $p < 0,01$ ). Ta rješivost pada od AR do OP zadataka i takav trend teorijski je očekivan zbog istovremenog djelovanja više čimbenika. Prvo, zbog redoslijeda ontogenetskog razvoja tri temeljne skupine K-R sposobnosti prema kojem se sposobnosti kvantitativne specifikacije i reprezentacije (AR) prve razvijaju, a tek potom sposobnosti dimenzionalno direkionalne konstrukcije i koordinacije (OP), te simboličkog uobličavanja i ponovnog reprezentacijskog zapisa (AL) (Demetriou i sur., 1993; Demetriou i sur., 1996). Drugo, zbog nižih zahtjeva AR i AL zadataka na kapacitet radnog pamćenja u odnosu na OP zadatke (Demetriou i sur., 1996). Treće, zbog sustavnih utjecaja obrazovnog programa matematike u Republici Hrvatskoj u vrijeme provođenja istraživanja. Naime, prema tom su se programu 1. i 2. razina AR zadataka rješavale već u 1., 2. i 4. razredu osnovne škole, OP zadaci su se mogli jednoznačno rješavati nakon 5. razreda (jer se u drugom semestru 5. razreda učilo uspoređivanje razlomaka), dok se od AL zadataka 1. razina rješavala u 3. razredu, 2. razina u 6. razredu, a 3. i 4. razina zadataka sustavno se mogla riješiti u 1. razredu srednje škole (gradivo algebarskih izraza)<sup>6</sup>.

Tablica 6. Rezultati ANOVA modela kojim se ispituje mogući utjecaj razvojne razine zadataka, dobi i spola na K-R prosuđivanje

izvor varijabiliteta	F	df	p
razvojna razina zadataka	871,10	3	<0,01
dob	285,63	4	<0,01
spol	0,42	1	>0,05
(razvojna razina zadataka) × (školski uzrast)	37,29	12	<0,01
(razvojna razina zadataka) × (spol)	2,12	3	>0,05
(dob) × (spol)	3,51	4	<0,01
(razvojna razina zadataka) × (školski uzrast) × (spol)	1,96	12	<0,05

Napomena: Zbog različitog broja zadataka u različitim razvojnim razinama, rezultati su izraženi u relativnoj mjeri.

5 Lociranje dobi u kojoj dolazi do inverzije u očekivanoj rješivosti zadataka 2. razine provedeno je dodatnim ANOVA modelom čiji rezultati se zbog prostornih ograničenja ovdje ne mogu navesti te se mogu dobiti na upit od prvog autora članka.

6 Zahvaljujemo dr. sc. Željki Milin Šipuš, voditeljici stručne radne skupine za izradu nacionalnog ispita iz matematike za srednje škole i savjetnicom istovjetne skupine za osnovnu školu, na stručnoj pomoći i suradnji.

Na formiranje 4 kompozitne varijable (1. do 4. razina ukupnog K-R prosuđivanja) primijenjen je ANOVA model ponovljenih mjerenja kojim se analiziralo kako razvojna razina zadataka (varijabla “unutar ispitanika”), dob i spol (varijable “između skupina”) određuju K-R prosuđivanje (Tablica 6).

Glavni efekt razvojne razine zadataka teorijski je potpuno očekivan (Demetriou i sur., 1993; Demetriou i sur., 1996) i zajedno s glavnim efektom dobi samo potvrđuje nalaze prethodnih analiza.

Spolne razlike u K-R prosuđivanju nisu prisutne i taj je nalaz u skladu s dijelom prethodnih istraživanja Demetrioua i suradnika, ali i s teorijskim očekivanjima, jer je to posljedica suprotnog djelovanja barem dva čimbenika. S jedne strane, svi zadaci K-R baterije u manjoj, ili većoj mjeri predstavljaju problemske zadatke iz matematike kod kojih se prilično konzistentno pokazalo da ih muški spol (ispitanici svih dobi, a posebice adolescenti i odrasli) bolje rješava od ženskog (Ellis i sur., 2008; Kimura, 1999). S druge strane, K-R baterija je primijenjena u razvojnom razdoblju u kojem ženski spol ima opću intelektualnu prednost zbog ranijeg intelektualnog sazrijevanja (posebice ranijeg ulaska u fazu formalnih operacija), ali i zbog sličnosti zamjetljivog dijela zadataka sa školskim gradivom u kojem djevojčice/djevojke pokazuju nešto bolje rezultate (Ellis i sur., 2008; Berk, 2008).

U pogledu interakcije razvojne razine zadataka i dobi dobiven je nov, ali očekivan nalaz: uspjeh u K-R zadacima viših razvojnih razina intenzivnije raste od uspjeha u K-R zadacima nižih razina. Taj je nalaz logičan jer zbog relativno visoke riješenosti zadataka nižih razvojnih razina kod nižih dobi ta riješenost ne može bitno rasti s povećanjem dobi, što nije slučaj zadataka viših razvojnih razina: njihova riješenost na nižim dobnim skupinama je niska i bitno se poboljšava na višim. S druge strane, razvojna razina zadataka ne pokazuje značajan interakcijski efekt sa spolom, što znači da eventualne spolne razlike, ako se javljaju, onda su istovjetne na svim razvojnim razinama zadataka. Kako opće spolne razlike nisu utvrđene, onda je ovaj interakcijski efekt logičan. No, spolne su razlike očito prisutne samo na nekim dobnim skupinama jer je interakcijski efekt spola i dobi značajan, a dodatne analize pokazuju da se javlja zbog prednosti djevojaka 5. i 7. razreda u AL zadacima ( $t_{5.\text{raz}} = 2,04$ ;  $df = 78$ ;  $p < 0,05$ ;  $t_{7.\text{raz}} = 2,66$ ;  $df = 94$ ;  $p < 0,01$ ) te prednosti mladića 11. razreda u svim zadacima ( $t_{OP} = -2,08$ ;  $df = 79,8$ ;  $p < 0,05$ ;  $t_{AR} = -3,05$ ;  $df = 80$ ;  $p < 0,01$ ;  $t_{AL} = -2,31$ ;  $df = 80$ ;  $p < 0,05$ ). Prednost djevojčica/djevojaka 5. i 7. razreda u AL zadacima u skladu je s očekivanjima jer: (1) upravo 5. i 7. razred predstavlja razdoblje u kojem se najviše očituje spomenuto ranije intelektualno sazrijevanje djevojaka; (2) postoji zamjetljiva sličnost AL zadataka s obrazovnim zadacima iz matematike u kojima (ali i u drugim predmetima) djevojke postižu nešto bolje ocjene od mladića (Kimura, 1999). S druge strane, bolji rezultati mladića tek u 11. razredu očekivani su zbog: (1) konzistentnih nalaza o superiornosti muških adolescenata u rješavanju matematičkih zadataka koji se ne odnose na jednostavno računanje (Ellis i sur., 2008; Kimura, 1999), (2) ranijeg intelektualnog sazrijevanja djevojčica/djevojaka zbog kojeg se spomenuta prednost nije mogla prije očitovati, te (3) činjenice da su



u 11. razredu (3. razredu gimnazije) razredi iz matematičkog programa bili dominantno muški, a iz jezičnog programa dominantno ženski.

Postojanje spolnih razlika samo na nekim dobnim razinama "otvara prostor" trostrukom interakcijskom efektu razvojne razine zadataka, dobi i spola, koji se u dobivenim podacima pokazao značajnim i koji je također logičan. Naime, iz literature je poznato da matematički zadaci više kognitivne složenosti favoriziraju muški spol, a zadaci niže kognitivne složenosti favoriziraju ženski spol (Ellis i sur., 2008; Kimura, 1999). Stoga bi na onim dobnim razinama na kojima su potvrđene spolne razlike, ženski ispitanici trebali biti uspješniji na nižim razinama, a muški na višim razvojnim razinama zadataka – što uglavnom i pokazuje potvrđeni trostruki efekt interakcije.

Svi navedeni efekti dobi, spola, razvojne razine i vrste zadataka (samostalni, ili interakcijski), osim što odgovaraju na postavljene hipoteze upućuju i na razvojnu valjanost primijenjene baterije K-R zadataka jer se mogu valjano protumačiti razvojnim teorijskim očekivanjima i empirijskim nalazima postojećih istraživanja.

## ZAKLJUČAK

U izradi hrvatske operacionalizacije kvantitativno-relacijskog prosuđivanja može se reći da je konstruiran standardizirani instrument visoke objektivnosti i osjetljivosti s pouzdanošću na granici između dobre i visoke – ovisno o tome smatramo li dob bitnom odrednicom ovog razvojnog konstrukta ili ne. Izdvajanje, ili kontroliranje varijance dobi iz varijabiliteta rezultata bitno određuje i tumačenje konstruktne valjanosti instrumenta jer o njemu ovisi prisutnost opće kognitivne brzine kao kohezivnog čimbenika u faktorskoj strukturi. Faktorska struktura izvornih rezultata, kao i ona dobivena kontrolom varijance dobi (zamjetljivo povezanog s općom kognitivnom brzinom) najvećim dijelom odražava djelovanje temeljnih odrednica konstrukcije ovog instrumenta (vrste i razvojne razine zadataka), ali i njegove primjene (opća kognitivna brzina) - što zajedno s relativno visokim postotkom objašnjene varijance upućuje na vrlo dobru konstruktnu valjanost. Ako pretpostavimo da je sadržajna valjanost visoka (jer operacionalizacija proizlazi izravno iz teorijskog konstrukta i razvidno odražava kvantitativnu sposobnost), a kriterijska prihvatljiva (premda bi na objektivnijem kriteriju mogli očekivati i njene više vrijednosti), možemo zaključiti da je opća valjanost primijenjenog instrumenta dobra. Navedeni rezultati analize metrijskih osobina hrvatske verzije K-R baterije upućuju na to da se radi o vrlo dobrom instrumentu K-R prosuđivanja koji je opravdano koristiti u istraživanjima tog konstrukta i njegovih odnosa s drugim psihologijskim konstruktima.

Zbog vrlo dobrih osobina primijenjene K-R baterije smatrali smo opravdanim tim instrumentom provjeriti neke hipoteze *Trirazinske teorije razvijajućeg uma* o

razvoju K-R prosuđivanja na hrvatskom uzorku djece i adolescenata, kao i o mogućoj uvjetovanosti tog razvoja spolom i osnovnim odrednicama operacionalizacije tog konstrukta – vrstom i razvojnom razinom zadataka. Očekivani porast K-R prosuđivanja s višom dobi potvrđen je višestrukim analizama, slično kao i općenito niža rješivost zadataka više razvojne razine. Potvrđen je teorijski očekivan trend najranijeg usvajanja aritmetičkog i najkasnijeg usvajanja algebarskog prosuđivanja, ali i logičan izostanak spolnih razlika u općem K-R prosuđivanju u promatranom razvojnom razdoblju. Pored toga zabilježena je odsutnost interakcijskog djelovanja spola i razvojne razine na K-R prosuđivanje (zadaci viših razvojnih razina bili su slabije riješeni kod oba spola), ali i prisutnost očekivanih interakcijskih efekata dobi, spola i razvojne razine zadataka: (1) veći razvojni porast riješenosti zadataka više, u odnosu na zadatke niže razvojne razine; (2) prednost djevojčica 5. i 7. razreda u rješavanju AL zadataka, koja se u 3. razredu gimnazije obrće u prednost mladića kod sve tri vrste zadatka; (3) na nižim dobnim razinama dječaci i djevojčice podjednako dobro rješavaju sve razvojne razine zadataka, dok je na višim dobnim razinama ženski spol uglavnom uspješniji na nižim, a muški na višim razvojnim razinama zadataka. Navedeni interakcijski efekti mogu se valjano objasniti empirijskim nalazima izvan teorijskog modela Demetrioua i suradnika, što dodatno potvrđuje onaj dio tog modela koji se odnosi na K-R prosuđivanje, ali i valjanost operacionalizacije tog konstrukta.

## LITERATURA

- Berk, L.E. (2008) *Psihologija cjeloživotnog razvoja*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Buggle, F. (2002). *Razvojna psihologija Jeana Piageta*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Case, R. (1992). The role of central conceptual structures in the development of children's scientific and mathematical thought. U A. Demetriou, M. Shayer, A. Efklides (Ur.), *Neo-Piagetian theories of cognitive development: Implications and applications for education* (52-64), London: Routledge.
- Case, R., Demetriou, A., Platsidou, M., Kazi, S. (2001). Integrating concepts and tests of intelligence from the differential and developmental traditions. *Intelligence*, 29, 307-336.
- Carroll, J.B. (1997). The Three-Stratum Theory of Cognitive Abilities. U D.P. Flanagan, J.L. Genshaft, P.L. Harrison (Ur.), *Contemporary Intellectual Assessment: Theories, tests, and issues* (122-130), New York: The Guilford Press.
- Demetriou, A. (1998). Cognitive development. U A. Demetriou, W. Doise, i C. van Lieshout, (Ur.), *Life-span developmental psychology* (179-270), West Sussex: John Wiley & Sons Ltd.
- Demetriou, A. (2004). Mind, intelligence and development: a cognitive, differential and developmental theory of intelligence. In A. Demetriou i A. Raftopoulos (Ur.) *Cognitive Developmental Change: Theories, Models and Measurement* (21-73), Cambridge: Cambridge University Press.

- Demetriou, A., Efklides, A. (1987). Experiential structuralism and neo-Piagetian theories: Toward an integrated model. *International Journal of Psychology*, 22, 679-728.
- Demetriou, A., Efklides, A. (1994). Structure, development and dynamics of mind: A meta-piagetian theory; U A. Demetriou i A. Efklides (Ur.), *Intelligence, mind and reasoning – structure and development* (75-109), Amsterdam: North-Holland.
- Demetriou, A., Efklides, A., Platsidou, M. (1993). The architecture and dynamics of developing mind: Experiential structuralism as a frame for unifying cognitive developmental theories. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 58, 5-6.
- Demetriou, A., Christou, C., Spanoudis, G., Platsidou, M. (2002). The development of Mental Processing: Efficiency, Working Memory, and Thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 67, No. 1.
- Demetriou, A., Pachaury, A., Metallidou, Y., Kazi S. (1996). Universals and Specificities in the Structure and Development of Quantitative-relational Thought: A Cross-cultural Study in Greece and India. *International Journal of Behavioral Development*, 19, 255–290.
- Demetriou, A., Platsidou, M., Efklides, A., Metallidou, Y., Shayer, M. (1991). The development of quantitative-relational abilities from childhood to adolescence: Structure, scaling, and individual differences. *Learning and Instruction: The Journal of European Association for Research in Learning and Instruction*, 1, 19-43.
- Demetriou, A., Raftopoulos, A. (1999). Modeling the developing mind: From structure to change. *Developmental Review*, 19, 319-368.
- Demetriou, A., Valanides, N. (1998). A three-level theory of the developing mind: Basic principles and implications for instruction and assessment. U R.J. Sternberg i W.M. Williams (Ur.), *Intelligence, instruction, and assessment – theory to practice*, (149-199). New York: Lawrence Erlbaum Assoc.
- Ellis, L., Hershberger, S., Field, E., Wersinger, S., Pellis, S., Geary, D., Palmer, C., Hoyenga, K., Hetsroni, A., Karadi, K. (2008). *Sex differences: Summarizing more than a century of scientific research*. New York: Psychology Press, Taylor & Francis Group.
- Fisher, K.W. (1980). A theory of Cognitive Development: The Control and Construction of Hierarchies of Skills. *Psychological Review*, 87, 477-531.
- Foley, E.J., Berch, D.B. (1997). Capacity limitations of a classic M-power measure: A modified dual-task approach. *Journal of Experimental Child Psychology*, 66, 129-143.
- Gardner, H., Kornhaber, M.L., Wake, W. K. (1999). *Inteligencija: Različita gledišta*. Jastrebarsko: Naklada Slap.
- Halford, G.S. (1987). A structure-mapping approach to cognitive development. *International Journal of Psychology*, 22, 609-642.
- Kail, R., Salthouse, T.A. (1994). Processing speed as mental capacity. *Acta Psychologica*, 86, 199-225.
- Kimura, D. (1999). *Sex and Cognition*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Moore, C.F., Dixon, J.A., Haines, B.A. (1991) Components of understanding in proportional reasoning: A fuzzy set representation of developmental progressions. *Child Development* 62, 441-459.
- Nunnally, J.C., Bernstein, I.H. (1994). *Psychometric Theory*. New York: McGraw-Hill, Inc.

- Pavlin-Bernardić, N. (2006). Modeli dječjeg odabira strategija rješavanja aritmetičkih zadataka. *Suvremena psihologija*, 1, 47-61.
- Pijaže, Ž., Inhelder, B. (1990). *Psihologija deteta*. Novi Sad: Dobra vest.
- Platsidou, M., Demetriou, A., Kui, Z.X. (1997). Structural and Developmental Dimensions of Human Information Processing: Longitudinal and Cross-cultural Evidence. *Psihološka obzorja*, 6, 23-69.
- Siegler, R.S. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, 117, 258-275.
- Siegler, R.S. (1996). *Emerging Minds: The Process of Change in Children's Thinking*. New York: Oxford University Press.
- Spinillo, A.G., Bryant, P. (1999). Proportional reasoning in young children: Part-part comparisons about continuous and discontinuous quantity. *Mathematical Cognition*, 5, 181-197.
- Woodcock, R.W. (1994). Fluid and crystallized theory of intelligence, Measures of. U R.J. Sternberg (Ur.): *Encyclopedia of human intelligence* (452-456), New York: MacMillan Publishing Company.

## QUANTITATIVE-RELATIONAL THOUGHT OF CROATIAN CHILDREN AND ADOLESCENTS: PSYCHOMETRIC ANALYSIS AND DEVELOPMENTAL SPECIFICITIES

### Summary

The objectives of the study were: (1) to give an overview of a less known developmental-psychological method of measuring quantitative-relational (Q-R) thought and its psychometric validation on a Croatian sample of children and adolescents; (2) to investigate hypotheses on developmental specificities of Q-R thought derived from a *Three-level theory of the developing mind* by A. Demetriou and colleagues (Demetriou i Raftopoulos, 1999; Demetriou et al., 2002). A pen-and-paper battery of Q-R thought tasks was administered on a sample of 420 children (197 females) in one elementary and one high school in Zagreb (84 pupils on average in 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup>, 5<sup>th</sup> and 7<sup>th</sup> grade in elementary and 3<sup>rd</sup> grade of high school). The battery included three types of tasks – proportional reasoning, arithmetic and algebra - divided into four developmental levels. The psychometric properties of Q-R battery are very good: (1) *discriminability* on the whole sample is high since the average index of difficulty of 35 tasks is 0.52 (it increases as a function of school age as expected), and Ferguson's  $\Delta$  is 0,98; (2) *reliability* on original scores is high (Cronbach  $\alpha$  = 0.92, split-half = 0.95), and when the variance of school age is controlled, the reliability is good (Cronbach  $\alpha$  = 0.73, split-half = 0.82); (3) *construct validity* is very good (factor analysis, on raw data and data with the school age variance controlled, yields the structure that reflects basic determinants of construction and application of the instrument – type and developmental level of tasks and the time of completion – and accounts for 38% - 50% of the variance), *content validity* is high and *criterion validity* is acceptable (correlations

with mathematic grades are 0.45). The increase of Q-R thought with school age and decrease of results with increased developmental level of tasks was confirmed. Moreover, differences in performance in three types of tasks were as expected – arithmetic is acquired first, then relational thinking and lastly algebra. Furthermore, the analysis showed no gender differences, while all interaction effects of gender, school age and developmental level of tasks on Q-R thought are explainable in terms of theoretical models of cognitive development and previous research in this field.

**Key words:** quantitative-relational thought, psychometric properties, developmental and gender specificities

Primljeno: 10. 12. 2009.