Pronađen 40. Mersennov prosti broj!

Iva Kelava

$2^{20996011}-1$ zasad je najveći poznati Mersennov broj. U decimalnom zapisu ovaj broj ima čak 6320430 znamenaka[1] te je ujedno i najveći poznati prosti broj uopće.

17. studenog 2003. pronašao ga je dvadesetšestogodišnji diplomirani inženjer kemije Michael Shafer, naravno, uz pomoć računala. Za pronalazak broja trebale su mu dvije godine, a devetnaest dana morao je provjeravati da li broj prost.

Michael Shafer pronašao je ovaj broj sudjelujući u projektu GIMPS (*The Great Internet Mersenne Prime Search*), koji je 1996. godine osnovao **George Woltman** s ciljem da pronađe što veći Mersennov prost broj.

GIMPS povezuje više od 200000 računala, što omogućuje bržu potragu (npr. za pronalazak četrdesetog Mersennovog prostog broja jednom računalu bilo bi potrebno čak 25000 godina, a pronađen je za samo dvije). Ovaj projekt ima oko 60000 sudionika, a u zadnjih osam godina uspjeli su pronaći šest novih Mersennovih prostih brojeva.

Potraga i dalje traje. Za pronalazak prostog broja s 10 milijuna znamenaka EFF (*Electronic Frontier Foundation*) nudi nagradu od 100000 \$. Sudjelovati može svatko tko ima pristup Internetu.

Računalni program za potragu za prostim brojevima možete besplatno *skinuti* sa službenih web-stranica GIMPS-a. Jaki računalni programi poput MAPLE-a i *Mathematica* potpuno su nam beskorisni za tako velike brojeve.

Što su to Mersennovi brojevi?

Brojeve oblika 2^n-1, gdje je n prirodan broj, nazivamo Mersennovim brojevima. Prvih nekoliko Mersennovih brojeva su

$$2^1-1=1,\ 2^2-1=3,\ 2^3-1=7,\ 2^4-1=15,\dots$$

Za sve složene brojeve n i pripadni Mersennov broj bit će složen. Ako je n složen broj, tada postoje prirodni brojevi a i b veći od 1, takvi da je $n=ab$. Tada je

$$2^{a\cdot b}-1=(2^a)^b-1=(2^a-1)\left(2^{a(b-1)}+2^{a(b-2)}+\cdots+2^a+1\right),$$

dakle broj nije prost! Za proste vrijednosti n pripadni Mersennov broj može, ali ne mora biti prost, npr.

$$2^3-1=7 \ \text{ je prost},$$

$$2^{11}-1=2047=23\cdot 89, \ \text{ nije prost}.$$

Francuski franjevac i matematičar **Marin Mersenn** (1588.-1648.), po kome su ovi brojevi dobili ime, uspio je predvidjeti za koje će vrijednosti n takvi brojevi biti prosti.

Prosti Mersennovi brojevi vrlo su rijetki i tek se danas, uz pomoć računala, mogu provjeravati Mersennove pretpostavke. Mersennovi brojevi zanimljivi su i po tome što se njihov binarni zapis sastoji samo od 1. Tako je

$$2^5-1=31=11111_{(2)}.$$

Do sada je pronađeno četrdeset Mersennovih prostih brojeva, ali i dalje se traži sljedeći. Ne zna se ima li ih konačan broj.

[1]Možete li provjeriti ima li taj broj zaista toliko znamenki? Pomoć računala (*kalkulatora*) je dozvoljena!

Zašto uopće tražimo velike proste brojeve?

Postoji više razloga. Veliki prosti brojevi koriste se u šifriranju. Što veći broj to bolje. Pronalaženje prostih brojeva težak je posao za računalo pa time i testiramo *hardware*. Za traženje tih velikih brojeva potrebni su i posebni algoritmi, o kojima ćete čitati u idućim brojevima.

Najvećih 10 prostih brojeva

Br.	Broj	Godina otkrića	Broj znamenaka
1.	$2^{20996011} - 1$	2003.	6320430
2.	$2^{13466917} - 1$	2001.	4053946
3.	$2^{6972593} - 1$	1999.	2098960
4.	$5359 \cdot 2^{5054502} + 1$	2003.	1521561
5.	$2^{3021377} - 1$	1998.	909526
6.	$2^{2976221} - 1$	1997.	895932
7.	$1372930^{131072} + 1$	2003.	804474
8.	$1176694^{131072} + 1$	2003.	795695
9.	$572186^{131072} + 1$	2004.	754652
10.	$3 \cdot 2^{2478785} + 1$	2003.	746190

Jeste li znali?

Electronic Frontier Foundation (EFF) je raspisala natječaj *EFF Cooperative Computing Awards* sa nagradama za onoga tko nađe velike (*divovske*) proste brojeve. Nagrade su sljedeće:

- 50000$ za onoga tko nađe prosti broj sa najmanje 1,000,000 znamenaka (dodjeljeno 6. travnja 2000.)
- **100000 $** za onoga tko nađe prosti broj sa najmanje 10,000,000 znamenki
- **150000 $** za onoga tko nađe prosti broj sa najmanje 100,000,000 znamenki
- **250000 $** za onoga tko nađe prosti broj sa najmanje 1,000,000,000 znamenki

Krenite u potragu! Bertrandov poučak (postulat) kaže da se između brojeva 10^{10^9} i $2 \cdot 10^{10^9}$ nalazi prost broj! Na vama je da ga nađete i dobijete sve tri ponuđene nagrade, tj. ukupno **500000 $**. *Sretno!*