Pub. Mat. UAB
N°20 Set. 1980
Actes VII JMHL

SOBRE LA INVARIÀNCIA TOPOLÒGICA DE LA MULTIPLICITAT

Vicens Navarro Aznar

Dpt. de Matemàtiques, E.T.S.E.I.B.
Universitat Politècnica de Barcelona

ABSTRACT. On Zariski's question about topological in variance of multiplicity, we present here a partial so lution, from which follows: If $(V,0)$ and $(V',0)$ are germs of surfaces in $\mathbb{C}^3$ with the same topological type and $m(V,0) = 2$, then $m(V',0) = 2$.

1. En 1971, O. Zariski (cf. [2]) va posar en relació amb la teoria de les singularitats el següent problema:

Siguin $(V,0)$ i $(V',0)$ dos germes d'hipersuperfície a $\mathbb{C}^{n+1}$. Si $(V,0)$ i $(V',0)$ són del mateix tipus topològic, és $m(V,0) = m(V',0)$?

En el mateix paper [2], Zariski va observar que la resposta a la qüestió esmentada era afirmativa pel cas de corbes, i.e. $\dim V = 1$, i també en el cas $m(V,0) = 1$, si $(V',0)$ presenta a lo pitjor singularitat aïllada, tot i que l'any següent N. A'Campo (cf. [1]) va provar que la resposta era també positiva per $m(V,0) = 1$, sense cap tipus d'hipòtesi adicional sobre $(V',0)$.

2. Sigui $(V,0)$ un germe d'hipersuperfície a $\mathbb{C}^{n+1}$ i sigui $f \in \mathcal{O}_{n+1}$ una equació local de $(V,0)$. Si notem Hf_0 la matriu hessiana d'f en 0, es comprova sense dificultat que rang Hf_0

és independent de l'equació local f escollida, així podem definir el rang de (V,0) com el rang de la matriu Hf_0, i el notarem rang (V,0).

El resultat principal que presentem aquí, és el seguent

<u>Teorema</u>. Siguin (V,0) i (V',0) dos germes d'hipersuperfície a $\mathbb{C}^{n+1}$ del mateix tipus topològic. Si rang (V,0) és senar, aleshores $m(V,0) = m(V',0)$.

Observi's que la hipòtesi rang (V,0) senar implica $m(V,0) \leq 2$, així doncs el resultat anterior queda molt lluny encara de la qüestió d'en Zariski per m(V,0) arbitrari.

D'aquest teorema es despren

<u>Corol.lari</u>. Siguin (V,0) i (V',0) dos germes de superfície a $\mathbb{C}^3$ del mateix tipus topològic. Si $m(V,0) = 2$, aleshores

$$m(V,0) = m(V',0).$$

<u>Bibliografia</u>.

[1] A'Campo, N. : Le nombre de Lefschetz d'une monodromie, Indag. Math. 35 (1973), 113-118.

[2] Zariski, O. : Some open questions in the theory of singularities, Bull. Amer. Math. Soc. 77 (1971), 481-491.