

**FACULTAD DE CIENCIAS  
GRADO EN CIENCIAS DEL MAR  
TRABAJO FIN DE GRADO  
CURSO ACADÉMICO [2019-2020]**

TÍTULO:

**ANÁLISIS MULTIFRACTAL DEL OLEAJE USANDO LA METODOLOGÍA  
DE ANÁLISIS MULTIFRACTAL SIN TENDENCIA (MF-DFA)  
[TÍTULO DEL TRABAJO FIN DE GRADO]**

AUTOR:

**PABLO LÓPEZ AVILA**

## **SUMMARY**

In this work, multi-fractal analysis without trend (MF-DFA) is applied to the significant wave height of 52 wave measurements distributed in the western Mediterranean, between the period 2000-2005, in a grid form with a distance of about one degree of length. STL decomposition was used to separate the time series into a seasonal and a noise series. In this way, it was possible to treat the noise series separately, which is possibly determined by climatic changes occurring globally. Therefore, the residual time series of the wave from each buoy was studied specifically from a MF-DFA. Obtaining the typical results of a multifractal structure, allowing its study from the multifractal parameters (generalized exponent of Hurst, the width parameter, the mass parameter and the asymmetry parameter). This allows to generate a mapping of the parameters, facilitating their comparison and relating it to the possible events that cause the series of noise. In addition, it provides a large amount of information, such as its fractal or multifractal dimension. Besides, the parameters individually provide additional information, for example, about the persistence of the significant wave height, the fractal structure of the time series, the behaviour of the fluctuations and the dominance of the fractal exponents.

The results of the study conclude that the areas of greatest asymmetry are related to wind instability and wave height. A persistence with an upward trend in wave height was observed in fetches influenced by strong northern winds. These effects will stand out on the Spanish east coast and, to a lesser extent, on the French coast, the southern coast of Spain, Morocco, Algeria and Tunisia. In short, the MF-DFA makes it possible to study the behaviour of significant wave heights and to predict their evolution.

## **RESUMEN**

En este trabajo se aplica el análisis multifractal sin tendencia (MF-DFA) a la altura significativa espectral de ola de 52 mediciones de boyas distribuidas en el Mediterráneo occidental, entre el período de 2000-2005, en forma de cuadrícula con un distanciamiento de las mismas en torno a un grado de longitud. Se utilizó la descomposición STL para separar la serie temporal en una serie estacional y una serie de ruido. De esta manera, se pudo tratar la serie del ruido por separado, la cual está determinada posiblemente por los cambios climáticos que se produzcan a nivel global. Por tanto, se estudiaron,

específicamente, las series temporales residuales del oleaje de cada boya a partir de un MF-DFA. Obteniendo los resultados típicos de una estructura multifractal, permitiendo su estudio a partir de los parámetros multifractales (exponente generalizado de Hurst, el parámetro de anchura, el parámetro de masa y el parámetro de asimetría). Esto permite generar un mapeo de los parámetros, facilitando su comparación y relacionándolo con los posibles sucesos que ocasionen la serie de ruido. Además, proporciona una gran cantidad de información, como podría ser su dimensión fractal o multifractalidad. A parte, los parámetros de forma individual proporcionan información adicional, por ejemplo, de la persistencia de la altura significativa de ola, la estructura fractal de la serie temporal, el comportamiento de las fluctuaciones y el dominio de los exponentes fractales.

Los resultados del estudio concluyen que las zonas de mayor asimetría están relacionadas con la inestabilidad del viento y la altura de ola. Observándose una persistencia con tendencia ascendente de la altura de ola en *fetchs* influenciados por vientos fuertes del Norte. Estos efectos destacarán en la costa este española y, en menor medida, la costa francesa, la costa sur de España, Marruecos, Argelia y Túnez. En definitiva, el MF-DFA permite estudiar el comportamiento de la altura significativa de ola y predecir su evolución.

**Palabras clave:** oleaje, mediterráneo, serie temporal, MF-DFA, fractal

## ÍNDICE

<b>1.- INTRODUCCIÓN</b> .....	5
<b>2.- ESTADO DEL CONOCIMIENTO</b> .....	8
<b>3.- MATERIAL Y MÉTODOS</b> .....	12
<b>Área de estudio</b> .....	12
<b>Extracción de datos</b> .....	14
<b>Análisis estadístico: Análisis de la fluctuación perjudicial multifractal (MFDFEA)</b> .....	17
<b>4.- RESULTADOS</b> .....	20
<b>5.- DISCUSIÓN</b> .....	21
<b>6.- CONCLUSIONES</b> .....	30
<b>7.- BIBLIOGRAFÍA</b> .....	34
<b>8.- ANEXOS</b> .....	42

## **1.- INTRODUCCIÓN**

La Tierra, nuestro planeta, está en constante cambio, y conocemos bien un proceso dinámico característico del globo desde el siglo XX, el cambio climático. Es un proceso por el cual, la Tierra aumenta y disminuye de temperatura durante milenios de años. Actualmente, nos encontramos en un período de aumento de temperatura, sin embargo, no lo hace a la velocidad que debería hacerlo. Desde la revolución industrial el cambio climático se ha acelerado debido al alcance de tasas de emisión de gases de efecto invernadero peligrosas y al impacto de las acciones humanas en el cambio climático (Rajendra Pachauri, 2005; Folland *et al.*, 2001).

El calentamiento global ha tenido un incremento de 1°C desde la era preindustrial, causado por las emisiones de gases de efecto invernadero. Está constatado que la aceleración del cambio climático favorecido por factores antropogénicos, desembocará en consecuencias graves para los ecosistemas y el ser humano ([https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2019/09/srocc\\_p51-pressrelease\\_es.pdf](https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2019/09/srocc_p51-pressrelease_es.pdf)). Se evidencian cambios en la dinámica de la atmósfera, afectando también a la interfase aire-agua y, consecuentemente, produciendo cambios en la dinámica marina (Storch y Zwiers, 2001; Liste *et al.*, 2004).

Durante el siglo XX, a causa del aumento de temperatura en el globo, se ha elevado el nivel del mar 15 cm, ocasionado por la fusión de glaciares y mantos de hielo. Por desgracia, el ritmo actual no se ha frenado, se ha incrementado a 3,6 mm al año y sigue en aumento según informes del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC) ([https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2019/09/srocc\\_p51-pressrelease\\_es.pdf](https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2019/09/srocc_p51-pressrelease_es.pdf)). Además, los océanos han incrementado su acidez y reducido su productividad. Asimismo, la subida del nivel del mar acrecentará la frecuencia e intensidad de fenómenos extremos. Según el IPCC estos fenómenos se producían cada 100 años, con los datos actuales se supone que se efectuarán con una periodicidad anual a mitad de siglo en ciertas regiones.

Estos fenómenos, tales como los ciclones, se desarrollan rápidamente ocasionando vientos fuertes y mareas de tempestad. Tormentas violentas que, en el mar, aumentan la altura de ola y el nivel del mar (Mendoza *et al.*, 2008), ocasionando inundaciones graves unidas a un punto máximo de marea (Beniston *et al.*, 2007);

El oleaje se genera gracias al viento que incide sobre la superficie del mar en una zona denominada *fetch* (Dobson *et al.*, 1989). Suponiendo que el mar está en calma y el viento comienza a soplar sobre el *fetch* ocurre que (Palomino y Almanzán, 2000):

- Se producen pequeñas fluctuaciones asociadas a la turbulencia del viento superficial, que modifican la superficie del agua
- El desarrollo del oleaje se da cuando la pequeña ola tiene un tamaño considerable para ser afectada por el viento. El viento ejerce una fuerza sobre la ola en función a su tamaño, debido a la inestabilidad de cizalladura del flujo (Miles, 1960)
- La propagación del oleaje se produce cuando las olas impulsadas por el viento se desplazan del lugar de origen.

La mayoría de la energía se desplazará según la dirección media del conjunto de olas. Disipándose alrededor de la dirección media, conocido este proceso por extensión, y por la desagregación de las olas en función de su frecuencia, las olas largas (de baja frecuencia) se desplazan más rápidamente que las cortas (de alta frecuencia) (Ardhuin *et al.*, 2007; Baquerizo, 1995). Por otro lado, se pierde energía por fricción interna y resistencia contra el aire, generando inestabilidad en la cresta, que termina por romperse, generando los conocidos borreguitos (Baquerizo, 1995).

En el Mar Mediterráneo, en la última mitad del siglo XX no se observó un aumento del nivel del mar, no obstante, en los años posteriores se ha visto que el nivel del mar sigue una tendencia positiva como ocurre a nivel global (Salat y otros, 2018). Los resultados confirman los efectos del calentamiento global también a escala regional. Asimismo, es importante realizar modelos climáticos regionales, pues en muchos casos debido a factores regionales tipo mares marginales, como el mencionado anteriormente, puede presentar modelos climáticos diferentes al modelo climático global (Salat *et al.*, 2018). El pequeño tamaño de este mar sugiere que el impacto y la tasa del cambio climático serán grandes y rápidos (Béthoux *et al.*, 2002, 2005). Acrecentado por las variaciones estéricas, la tasa de derretimiento de los glaciares y capas de hielo continentales y la afección de las masas de agua por la presión atmosférica, que impulsa intercambios de masas de agua entre cuencas adyacentes (Calafat *et al.*, 2010).

Estos cambios regionales tanto del nivel del mar como del oleaje en el Mediterráneo son capaces de generar un aumento de pérdidas económicas y de vidas, principalmente durante eventos extremos (Karl and Easterling, 1999), afectando a las defensas costeras antropogénicas y en la erosión costera (Lionello *et al.*, 2017).

En el capítulo 5 del IE5 del IPCC, se prevé que el nivel máximo del agua durante una tormenta cambie el futuro de las poblaciones y estructuras costeras con consecuencias potencialmente importantes. En el Mediterráneo, ya se hizo conocer la vulnerabilidad de la costa ante el incremento del nivel del mar desde hace incluso más tiempo (Nicholls and Hoozemans, 1996).

La secuenciación de temporales en una zona costera genera efectos morfológicos, principalmente en ambientes sedimentarios. En muchas ocasiones se produce la práctica desaparición de la playa emergida (Mendoza *et al.*, 2008), especialmente en las zonas urbanizadas frente al litoral, porque no presentan sistema dunar (Hesp, 1988; Psuty, 1988) y porque las tormentas tienen un carácter destructivo sobre la playa (Fiore *et al.*, 2009). Como resultado, los poblados litorales pueden sufrir graves consecuencias. A su vez, los acantilados sufren procesos erosivos causados por el efecto de las olas, generando depósitos que, debido a la deriva litoral, son capaces de abastecer playas adyacentes (Kokot, 2004; Everts, 1991).

La protección de las costas, por tanto, juega un papel muy importante para mantener la estructura de costa y preservar las playas turísticas. Para ello, es necesario conservar las comunidades infaunales litorales, de modo que los impactos de las tormentas queden reducidos (Schnack *et al.*, 1997; Isla y Bértola, 2005). Además, es necesario preservar una especie clave en el Mediterráneo, *Posidonia oceanica*, porque tiene un papel clave en la estabilización de perfiles de playa, propagación del oleaje y cimientamiento del ecosistema litoral (Tintore, 2001).

Al mismo tiempo, hay otros métodos artificiales para controlar la fuerza del oleaje como estructuras de revestimiento blindado típico de roca que modifique el perfil junto con rompeolas para controlar el efecto de oleaje (Burcharth *et al.*, 2014). De igual manera, pueden colocarse en perfiles de playa, con estructura vertical a la costa y emergida (Kriebel, 1993) o bien usarlo de forma sumergida para modificar las corrientes y disipar la fuerza del oleaje (Bellotti, 2004).

Por todo lo anterior, es necesario conocer en profundidad la dinámica del oleaje y de las tormentas y resulta imprescindible a la hora de poder hacer frente a estos procesos cambiantes, generados en gran medida por la aceleración del cambio climático.

Por consiguiente, los objetivos de nuestro proyecto serán:

- Investigar las propiedades dinámicas de la altura significativa del oleaje, para identificar la variabilidad espacial de la persistencia y los rasgos multifractales de la serie temporal

- Analizar la viabilidad del análisis multifractal para el análisis del oleaje

## **2.- ESTADO DEL CONOCIMIENTO**

Se han realizado numerosos estudios sobre la altura significativa de ola utilizando diferentes tipos de análisis:

- Athanassoulis *et al.* (1995) investigan la tendencia de la altura significativa de ola en el Atlántico, a partir de un modelo estocástico no estacionario para series temporales a largo plazo, realizando una descomposición de las series temporales en un valor periódico y una serie temporal residual con una desviación estándar. Los dos parámetros se calcularon utilizando las series de Fourier y examinaron la estacionalidad de la serie residual, observando que era periódica y que existía una tendencia creciente positiva de la altura significativa de ola en el período de 1956-1975 independientemente del lugar.
- En 2013, Vanem y Walker identificaron la tendencia de las olas generadas por procesos climáticos analizando series temporales de la altura significativa ( $H_s$ ) a partir de 4 métodos diferentes: el ARIMA estacional, regresión lineal múltiple, el estimador Theil-Sen y los modelos aditivos generalizados de 1958 a 2002, con los datos de ERA-40. El modelo ARIMA, la regresión lineal y el estimador Theil-Sen, identifican tendencias crecientes significativas similares entre los 11 y los 27 cm para las series temporales espaciales mínima, media y máxima.
- A nivel global, Nobuhito Mori *et al.* (2010) hicieron un estudio predictivo del clima global a partir de proyecciones de alta resolución del modelo general de circulación con pequeñas variaciones conocido como MRI-JMA GCM del cuál se concluyó un aumento en todo el globo excepto en el ecuador. Así pues, aumentará el tamaño de las olas debido a ciclones tropicales.
- Altunkaynak (2013) encontró una correlación lineal fuerte entre la velocidad del viento y la altura significativa de ola, siendo mayor para estaciones en aguas profundas. Utilizando un modelo de predicción del perceptrón multicapa junto con algoritmos genéticos (GAs) y de propagación posterior (back-propagation) fue capaz de realizar predicciones dinámicas presentando similitud con los datos medidos, llegando a predecir valores muy bajos de altura de onda significativa correlacionados con los de viento, obteniéndose mejores resultados con GAs.



De igual forma, se han realizado estudios sobre la altura significativa de ola en el Mar Mediterráneo:

- Estudios como en 2007, Queffeulou y Bentamy analizaron la altura significativa de ola de todo el Mar Mediterráneo, obteniendo resultados de poco interés geofísico debido a la alta variabilidad temporal y espacial de las subcuencas, pues determinaron diferencias significativas entre la parte occidental y oriental del Mar Mediterráneo.
- Cañellas y su equipo, en 2007, examinaron los eventos extremos de la altura del oleaje en el Mar Balear utilizando el método Peak Over Threshold (POT) obteniendo el mismo resultado que Sotillo *et al.* (2006), localizando una zona de vientos fuertes desde el Golfo de Lion hasta el Norte de Argelia y Túnez para un período de retorno de 100 años. Este análisis logró proporcionar información sobre el efecto sombra de las islas y la propagación angular de las tormentas, las cuales producen una reducción en la magnitud de los niveles de retorno más altos.
- Lionello y Sanna (2005), por otro lado, estudiaron la variabilidad climática del Mediterráneo con el simulador SWHERA 40 para reproducir la variabilidad interanual con éxito del campo de alturas significativas del oleaje comparado con el simulador SWHT213, para el período de 1990-2000. Con un PCA determinaron los componentes destacándose el viento Mistral en el Mediterráneo occidental.
- Otros como S. Musić y S. Nicković (2008) eligieron un modelo WAM de altura significativa de ola desarrollado a partir del modelo atmosférico REMO de datos de viento con una resolución de 0'5°, logrando una alta concordancia con las observaciones in situ y de satélite. De manera que se observó una tendencia decreciente de los regímenes de olas extremas en la mayoría de los puntos del Mediterráneo.
- Galanis *et al.* (2012) modelizaron el oleaje utilizando la velocidad del viento y la fuerza de las corrientes marinas y, por otro lado, solo la velocidad del viento, ambos con la versión del modelo WAM. Observaron que el modelo que incluía las corrientes marinas proporcionaba una mejora de la información obtenida. El trabajo fue realizado con una alta resolución espacial en todo el Mediterráneo durante 2009, lo hicieron así para contrastar la información con un proyecto europeo, el proyecto de Altimetría de Radar (Rosmorduc *et al.*, 2009)

- Arena *et al.* (2015) también utilizaron un modelo paralelo de WAM para realizar simulaciones de olas en zonas cerca de la costa en el Mediterráneo. Concluyeron junto con un análisis de valores extremos, un mayor potencial de energía en el noroeste del Mar Mediterráneo con 15'1 kW/m, habiendo otras zonas con fuertes vientos también como Túnez. La potencia media es muy inferior a las olas oceánicas, comparado con el estudio de Rusu y Soares (2012) en las Islas Azores, donde la potencia media llega, incluso, a 75'5 kW/m. Resultados similares han sido recogidos en Madeira, también por Rusu y Soares (2012) con una potencia media de ola de 65'4 kW/m. Como conclusión, determinaron que las olas extremas en el Mar Mediterráneo son considerablemente más pequeñas que las que se pueden producir en el océano.

- A su vez, Lionello y Galati (2008) utilizaron el Wave Model (WAM) con patrones de teleconexión (TLC) para describir la presión del nivel del mar, relacionado con la altura significativa de ola. Se dieron cuenta que deben considerarse estructuras regionales, más que globales.

- Otro método empleado por Kapelonis *et al.* (2015) fue el modelo EVT junto con dos métodos para estimar estadísticas de valores extremos, como el Bloque Máximo (BM) y el de Peaks Over Threshold (POT). Su conclusión coincide con el trabajo de Lionello y Galati (2008) en una reducción de la altura de ola en la mayoría del mediterráneo excepto en ciertos lugares como el Golfo de Lion en otoño y el Mediterráneo central.

- De igual manera, de León y Soares (2008) examinaron tormentas invernales en 2001, en la cuenca occidental con el reanálisis del ERA-40 y los vientos del reanálisis del HIPOCAS. Observaron que las principales diferencias entre las alturas significativas de olas aumentan cuando se dirigen hacia el sur en alta mar. En zonas costeras se observaron las mismas pautas.

También hay estudios de los diferentes métodos de toma de datos, como Arduin y su equipo en 2007 que publicaron una comparación, tanto de las observaciones de satélite y boyas con datos de viento y altura de ola, como de modelos. Observaron que las boyas presentan datos precisos en mar abierto, con una dispersión pequeña de los resultados de la ola.

Con relación al descubrimiento de los fractales, cada vez se conocen más estructuras que siguen este comportamiento y no describen una dimensión integral (Mandelbrot,

1963). Mandelbrot definió que los objetos fractales precisan de dos cosas: la dimensión fractal y la autosimilitud. La dimensión fractal mide la rugosidad de los objetos, expresándose en forma de número integral o decimal. Esto resulta incoherente porque nos basamos en unas matemáticas que siguen las líneas rectas y los ángulos, relacionando la expresión de la naturaleza con la geometría eucladiana. Sin embargo, la expresión de la naturaleza no sigue una estructura lisa sino completamente compleja, pero siguiendo una expresión matemática muy sencilla. Esta complejidad se relaciona con la rugosidad de las estructuras, presentando dimensiones decimales, a caballo entre lo que se considera una línea recta, un plano o una estructura tridimensional. Un ejemplo de estas estructuras son las curvas, como la curva de Koch, que basándonos en la geometría eucladiana no se encontraba una explicación, pero al aparecer la geometría fractal, se pudo llegar a definir. De igual manera, puede ocurrir con el triángulo de Pascal con una dimensión fractal de 1.58. Todas estas formas que acabo de comentar son conceptos geométricos monofractales que pueden caracterizarse por una única dimensión fractal, como la dimensión Hausdorff. En cambio, en la naturaleza no encontramos ninguna estructura con una única dimensión fractal en todas sus escalas desde el límite macroscópico hasta el microscópico (Mandelbrot, 1982). Por otro lado, la autosimilitud de un objeto es la capacidad que tiene de mantener la misma estructura a diferentes escalas, por ejemplo, si miras un árbol, le cortas una rama, la plantas en el suelo y aumentas el *zoom*, podrías considerar que esa rama es un árbol. La totalidad del fractal equivale a cualquiera de sus partes. Este concepto se puede llevar a una gran cantidad de estructuras y procesos.

Con ello, pudieron estudiar con fiabilidad el movimiento del precio en economía (Peters, 1994; Mandelbrot and Hundon, 2007; Mandelbrot, 2013) y procesos que ocurren en la naturaleza, como la forma de las cuencas de los ríos (Rodríguez and Rinaldo, 2001), el perímetro de una costa (Mandelbrot, 1987), el movimiento browniano (Klafter *et al.*, 1996), los procesos turbulentos (Mandelbrot, 2006; Catrakis *et al.* 1996), la estructura de la velocidad del viento (Chang *et al.*, 2012), la superficie del mar (Martorella *et al.*, 2004) e ,incluso, el espacio-tiempo (Nottale, 1993).

Debido a que en la naturaleza hay una gran interfaz de variables que participan en la misma o a diferentes escalas, existe un tipo de análisis fundamentado en los multifractales que sirve para estudiar fenómenos a partir de las leyes de escala, el Análisis multifractal sin tendencia (MFDFA) (Lopes and Betrouni, 2009; Mandelbrot, 1982).

A partir de este avance científico, se ha implementado para investigar muchos procesos, como la velocidad del viento, donde se ha convertido en tema importante

recientemente. Por ejemplo, Kavasseri y Nagarajan (2005) realizaron un análisis de la velocidad del viento por hora en Dakota del Norte usando el ya mencionado, MF DFA, a partir de los espectros de potencia como  $1/f(\alpha)$ . M. Laib *et al.* (2018) estudiaron series temporales de velocidad de viento a partir de parámetros multifractales en todo el territorio suizo para caracterizar y comprender mejor la dinámica de las velocidades de viento en Suiza. Aquí acontecen eventos extremos meteorológicos con cierta frecuencia. También Mukhopadhyay *et al.* (2014) indagaron en el comportamiento de la velocidad del viento y observaron una relación entre las características multifractales y los procesos de convección del viento.

Vistos los resultados de los estudios multifractales en la velocidad del viento, se está considerando el uso de este mismo análisis en el estudio del oleaje. Como han hecho Liu Guilin *et al.* en 2019, proporcionando un fuerte interés en el análisis multifractal para devolver un diseño de un período de retorno de altura de ola, permitiendo, a su vez, una nueva perspectiva para profundizar en las características intrínsecas de los datos.

### **3.- MATERIAL Y MÉTODOS**

#### **Área de estudio**

El área de estudio es el Mediterráneo Occidental desde el límite proporcionado por el oeste del Mar Tirreno hasta el Estrecho de Gibraltar. Esta zona está caracterizada por patrones de viento persistentes que tienen el nombre de: mistral, tramontana, vendaval, sirocco y levante.

El viento mistral es un viento intenso proveniente del noroeste, desde el río Ródano entra al Mediterráneo entre la brecha entre los Pirineos y los Alpes. Es un viento frío, seco y muy persistente. Su fuerza genera rizos que se disipan hacia derecha e izquierda. Estos rizos generan corrientes ascendentes a escala de tiempo mensual (Voorhis y Webb, 1970). El primer modelo para la dinámica de este viento fue propuesto por Long (1953). Más tarde, Smith (1985) corrobora la ruptura de las olas asociadas con saltos hidráulicos y asociado, a su vez con vorticidad potencial (Smolarkiewicz and Rotunno, 1989; Schär and Smith, 1993). En temporadas frías, genera vientos fuertes que llegan a alcanzar 15-20 m/s con persistencia de semanas. Mientras que, en temporadas cálidas, su fuerza es menor, entre 5-10m/s con una prevalencia también menor (Guenard *et al.*, 2005). Se ha demostrado que los límites occidentales y orientales de los mistrales se definen por la onda de gravedad que rompe sobre el Macizo Central y los Alpes, (Jiang *et al.*, 2003).

Separado por el Macizo Central, encontramos el viento Tramontana que sopla entre el Macizo Central y los Pirineos, actúa junto al Mistral ya que tienen el mismo origen y soplan al mismo tiempo (Jansà, 1933; Reiter, 1975; Georgelin and Richard, 1996, Drobinski *et al.*, 2001b).

Proveniente del mismo origen sinóptico también está el cierzo. Al igual que los anteriores vientos fríos de componente Norte, se produce durante cualquier época del año y es especialmente fuerte en otoño e invierno. Este viento conecta con el Mediterráneo por la boca del Ebro (García y García, 1994).

Por otro lado, las aguas que entran por el Estrecho de Gibraltar giran alrededor de toda la cuenca occidental en sentido contrario de las agujas del reloj, hasta cerrar el giro en Alborán como se observa en la Figura 1. Este proceso se puede observar durante todo el año. Cuando la AW realiza todo su giro, se une con el AW entrante generando grandes gradientes horizontales entre Alborán y la frontera argelina.

La parte norte de la cuenca occidental presenta mayor densidad que en el sur, por estas diferencias de la densidad, se forma la vena Tirrénica por el canal de Sicilia. En el Lígur, Provenzal y el Catalán, las aguas atlánticas (AW) se hunden junto a las aguas intermedias levantinas (LIW) dando lugar a las Aguas profundas del Mediterráneo occidental (WMDW), formando parte de la Corriente del Norte. La corriente del Norte cambia debido a la estacionalidad de los vientos mistral y tramontana.

La AW es la más superficial, estratificándose hacia el fondo encontramos las Aguas intermedias levantinas (LIW) que son las más cálidas y saladas que las intermedias, está repartida por debajo de las AW. Por debajo, encontramos las Aguas profundas del mediterráneo que están compuestas en un 90% de AW y un 10% de aguas provenientes de Gibraltar encontrándose  $\frac{1}{4}$  en la cuenca occidental. Las aguas mediterráneas ocupan casi todo el volumen de la cuenca (Millot, 1979).

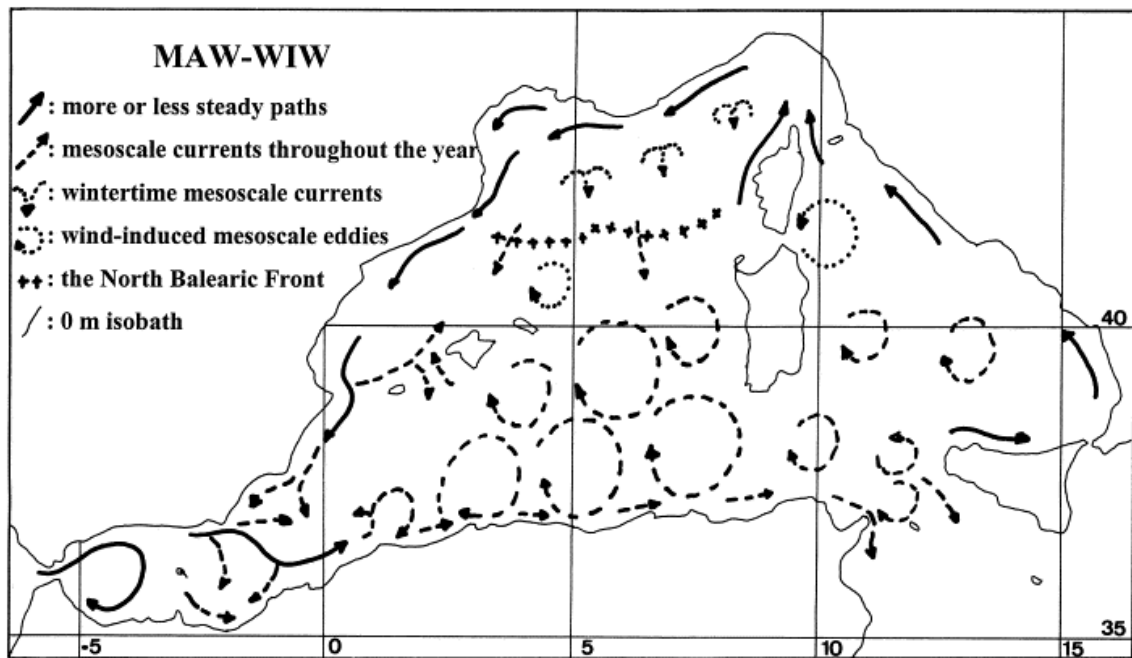


Figura 1.- Circulación de las Aguas Atlánticas Modificadas (MAW) y las Aguas intermedias de Invierno (WIW) (Millot, 1987)

Estos vientos de Norte generan un enfriamiento de las masas de agua, con un aumento de densidad. En consecuencia, se origina el hundimiento de masas de agua hasta alrededor de 1 km de profundidad. Además, generan varias zonas de upwelling durante ciertas condiciones en la parte septentrional de la cuenca (Millot and Taupier-Letage, 2005). Al mismo tiempo, al norte y noroeste del golfo de León, debido a los vientos tramontana y mistral se producen 6 zonas de upwelling y en invierno se produce la formación de agua densa en la plataforma (Millot, 1992).

### Extracción de datos

Los datos fueron proporcionados por el ente público empresarial dependiente del Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana de España, Puertos del Estado que gestiona una amplia red de boyas oceanográficas en el Mar Mediterráneo Occidental, formando una cuadrícula homogénea.

En este trabajo, los datos son series temporales de alta frecuencia (tiempo de muestreo de 1 hora) de la altura significativa espectral de ola, recogidas por 52 boyas, durante el período comprendido entre 2000 y 2005.

En la Figura 2, se muestra la ubicación de las boyas oceanográficas pertenecientes al conjunto de datos de Punto SIMAR, formados a partir de modelos numéricos

desarrollados por Puertos del Estado en colaboración con la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET).

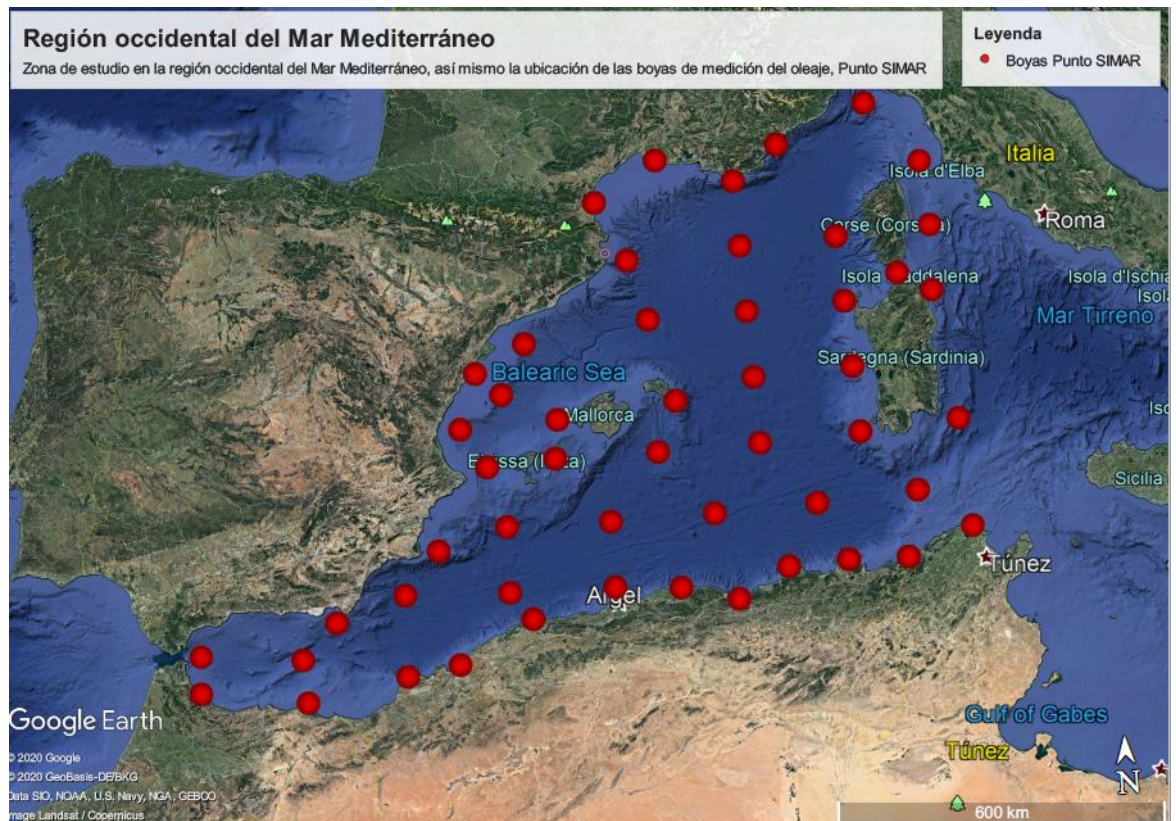
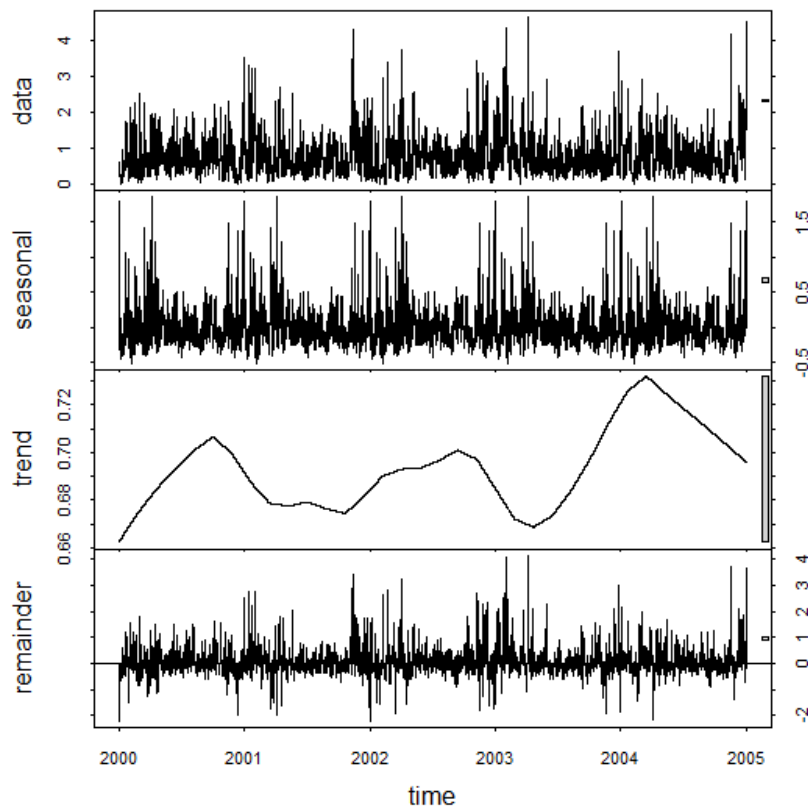


Figura 2.- Zona de estudio planteada junto con la ubicación de las boyas de medición del oleaje, representadas en la imagen con puntos rojos.

Los datos han sido tratados con el programa estadístico R Studio (2015).

En primer lugar, se descompusieron las series temporales utilizando la Descomposición Estacional y de Tendencia basada en el suavizador de Loess (STL), propuesta por Cleveland *et al.* (1990). En este método cada serie temporal de la altura significativa espectral de la ola ( $H_s$ ) se descompone en 3 componentes: estacional, de tendencia y ruido. Presentamos un ejemplo de la serie temporal de la boya Punto SIMAR 2135083 y de sus componentes en la Figura 3.



*Figura 3.- Descomposición STL de la serie temporal de la boya 2135083 (4.25,36.918 longitud/latitud): data es la serie temporal; seasonal, el componente estacional; trend, la tendencia; y remainder; el ruido.*

La descomposición del STL tiene dos procesos recursivos: un bucle interno anidado a un bucle exterior. El bucle interno actualiza los componentes estacionales y de tendencia, al mismo tiempo que el bucle exterior añade al interno un cálculo de pesos de robustez, reduciendo así los valores extremos de las series temporales (Cleveland *et al.*, 1990).

Así pues, el componente estacional se caracteriza por oscilaciones anuales relacionadas con el ciclo anual de las estaciones. El componente de tendencia muestra la evolución temporal de la altura significativa espectral del oleaje. El resto, a diferencia de los otros, presenta una estructura irregular con altas fluctuaciones de frecuencia, aparentemente de carácter aleatorio.

En nuestro estudio, la descomposición STL fue utilizada estableciendo los siguientes parámetros: s.window = “periódico”, inner = 1, outer =15, s. degree = 1, como dicen M. Laib y otros (2018).



Para estudiar ese carácter aleatorio, que posiblemente no lo sea, utilizaremos el análisis de la fluctuación perjudicial multifractal (MFDFFA). Este análisis nos ayudará a conocer las características dinámicas de las fluctuaciones internas del oleaje.

### **Análisis estadístico: Análisis de la fluctuación perjudicial multifractal (MFDFFA)**

El Análisis de fluctuación perjudicial multifractal (MFDFFA) se utiliza para estudiar series que presentan una estructura fractal desconocida, ya que, muestra menos sesgo y tiene menos probabilidad de dar un resultado positivo falso.

Está diseñado para datos de longitud finita,  $N$ , y trata los datos como una línea unidimensional otorgando nuevos valores a cada porción de la serie de tiempo.

Este método sigue los siguientes pasos:

1. Realizar una nueva serie dependiente de nuestros datos del tipo:

$$Y_j = \sum_{i=1}^j (X_i - \bar{X})$$

2. Dividir la serie  $Y_{(j)}$  en  $N_s$  segmentos no solapados del mismo tamaño  $s$ , donde  $N_s$  es el entero del cociente

$$N_s \equiv \text{int}\left(\frac{L}{s}\right)$$

3. Para cada segmento  $N_s$ , se calcula una función de fluctuación propia

$$F_v^2(s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (Y[(v-1)s+i] - y_v(i))^2 \quad v = 1, 2, \dots, N_s$$

4. Se expresan las funciones de fluctuación en función del orden  $q$  de los tamaños de los segmentos

$$F_q(s) = \frac{1}{N_s} \sum_{v=1}^{N_s} [(F_v^2(s))^{\frac{q}{2}}] \quad q \neq 0$$

$$F_q(s) = \frac{1}{N_s} \sum_{v=1}^{N_s} \ln F_v(s) \quad q = 0$$

5. Las funciones de fluctuación siguen una ley de potencias en relación con el tamaño de los segmentos  $s$

$$F_q(s) \sim s^{h(q)}$$

$H(q)$  es el exponente generalizado de Hurst, el cual se obtiene a partir de la pendiente de una regresión lineal entre  $\log(F_q(s))$  vs  $\log(s)$ . En general, el exponente  $h(q)$  suele depender de  $q$ . Para series estacionarias,  $h(2)$  es idéntico al reconocido exponente de Hurst  $H$  (Feder, 1988).

Para procesos monofractales el valor de  $h(q)$  es único e igual para todos los valores de  $q$ , al contrario que en series multifractales, donde  $h(q)$  varía y es inversamente proporcional al orden de fluctuación  $q$ . La interpretación de  $h(q)$  es la siguiente (Domínguez Monterroza, 2018; Bassingthwaighte *et al.*, 2013; Granero *et al.*, 2008):

- Si  $h(q) = 0$ , es ruido blanco
- Si  $0 < h(q) < 0.5$ , la serie es antipersistente con reversión a la media. Esto sugiere que los valores que han estado por encima de la media, en el próximo período estén por debajo, y viceversa. Tiene una autocorrelación negativa
- Cuando  $h(q) = 0.5$ , la serie tiene un movimiento browniano simple, se dice que la correlación es nula, no existe una tendencia definida
- Si  $0.5 < h(q) < 1$  la serie temporal presenta persistencia, es decir, se produce una tendencia. Por tanto, hay mayor probabilidad de que si hay un aumento se produzca uno similar en el siguiente período
- Si  $h(q) = 1$ , tiene una tendencia lineal simple

A partir del exponente generalizado de Hurst, es posible conocer otros parámetros de interés como el exponente de escalamiento  $\tau(q)$  definido por el formalismo multifractal basado en la función de partición estándar (Kantelhardt *et al.*, 2002).

$$\tau(q) = qh(q) - 1$$

Cuando  $\tau(0) = -1$ , existe una fuerte dependencia no lineal del exponente de escalamiento respecto a  $q$ . Además, si la serie temporal es monofractal tendrá una dependencia lineal, mientras que, si la dependencia es no lineal, es otra prueba más de la multifractalidad de la serie temporal (Vitanov *et al.*, 2014). La misma dependencia que presenta  $q$  con  $h(q)$ , corresponde al comportamiento de escalamiento de fluctuaciones más grandes y débiles respectivamente (Kantelhardt *et al.*, 2002).

Para caracterizar una serie multifractal podemos usar el espectro de singularidad, obtenido a partir de la transformada de Legendre (Feder, 1988; Parisi and Frisch, 1985)

$$\alpha = d\tau/dq$$

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q)$$

Donde  $\alpha$  es el exponente del Holder y  $f(\alpha)$  es la dimensión del subconjunto de la serie. El espectro multifractal determina la dominancia de los exponentes fractales de la serie. Siendo estos el parámetro de anchura  $W$  y el exponente generalizado de Hurst  $H$ , que miden cuantitativamente el grado de multifractalidad, por lo que cuanto más amplio es el espectro más multifractalidad presenta la serie. Otro parámetro de importancia es el parámetro de asimetría  $A$ , este habla del dominio de los exponentes fractales, un espectro desviado hacia la derecha denota mayor peso de los exponentes fractales mayores, correspondientes a estructuras finas o pequeñas fluctuaciones, y un espectro desviado hacia la izquierda indica una dominancia de los exponentes fractales de menor escala, correspondiente a series suavizadas o de grandes fluctuaciones (Diosdado *et al.*, 2004; Zhang *et al.*, 2018).

A la hora de dar valor a los parámetros que son necesarios para realizar el MFDFA, he utilizado el polinomio detractor de segundo grado (es decir,  $m = 2$ ), la escala de tiempo desde 10 hasta 8760 horas, pues nuestro año consta de ese número de horas y he elegido un rango para la orden de fluctuación  $q$ , tanto negativo como positivo de -10 a 10.

Para recopilar los resultados del MFDFA de todas las boyas, he usado un contorno 2D con la aplicación Surfer 13 (2015). Por consiguiente, hemos descargado un prototipo de la costa mediterránea occidental en la NGA (Agencia Geoespacial de Inteligencia Nacional) de Estados Unidos e implementado el exponente de Hurst  $H$ , el parámetro de anchura  $W$  y el parámetro de asimetría  $A$  correspondientes a cada boya. Extrapolando los datos, he generado un contorno individual para cada exponente en todo el Mediterráneo occidental.

## 4.- RESULTADOS

Utilizamos como ejemplo la boya 2137161, presentando una estructura similar para el resto de las boyas:

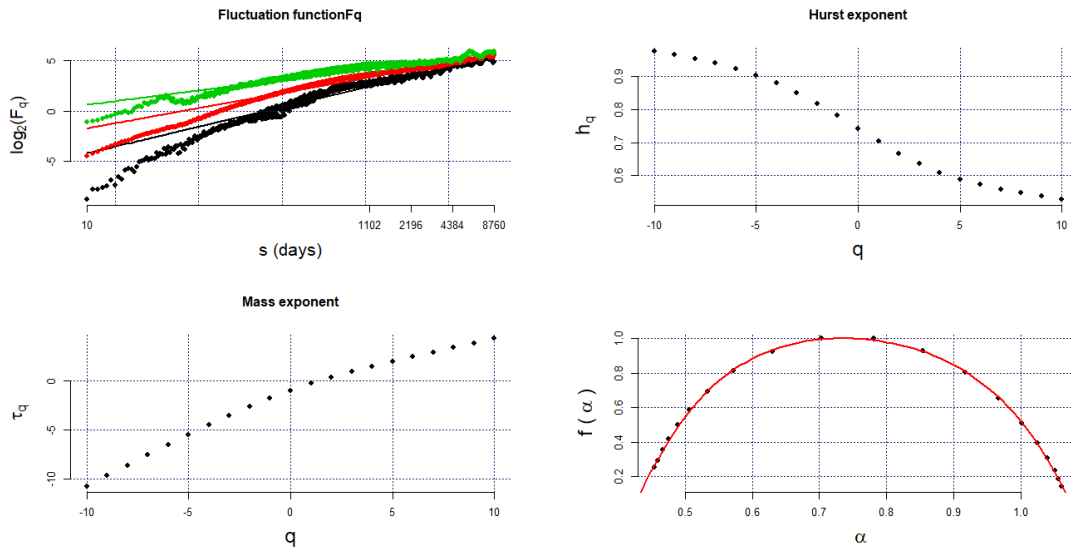


Figura 4.- Resultados del MF DFA de las series de tiempo de la altura significativa de ola de la boya punto SIMAR 2137161: a) funciones de fluctuación para  $q=-10$ ,  $q=2$ ,  $q=10$ . b) Exponente generalizado de Hurst. c) Exponente de escala. d) Espectro multifractal

En la Figura 4a se muestra la relación entre  $\log(F_q(s))$  vs  $\ln(s)$ , presentando secuencias lineales de diferentes valores de  $q$ , siendo un total de 21 valores de  $q$  para un rango de -10 a 10. En misma gráfica, solo se muestran 3 valores de  $q$ : -10, 2, 10. Los datos siguen un modelo lineal para cada  $q$ , donde la altura significativa de ola presenta propiedades de multiescala fractales.

En la Figura 4b) se relaciona el exponente generalizado de Hurst  $h_q$  con el orden de fluctuación  $q$ . Puede observarse que presentan una correlación negativa. Presentando una parte convexa de la función cuando  $q < 0$  y una parte cóncava cuando  $q \geq 0$ . El rango de  $h_q$  se encuentra entre 0.5 y 1

La Figura 4c) muestra la función de escala  $\tau(q)$  con respecto a  $q$ , presentando un punto de inflexión en la pendiente cuando  $q = 0$ .

Siguiendo el ejemplo, la Figura 4d) es el espectro multifractal presentando la típica estructura de parábola invertida de series temporales, con  $H = 0.7386$ ,  $W = 0.7344$ ,  $A = 0.9864$ .

Las 52 series temporales presentan cada una sus propias características. Aquí presentamos los valores más relevantes:

	Mínimo	Máximo	Rango
<i>H</i>	0.6283	0.8008	0.1725
<i>W</i>	0.4488847	0.8328308	0.3839461
<i>A</i>	0.39900266	1.46573454	1.06673188

Siendo la boya con menor *H*, SIMAR 2194136 y, por el otro lado, SIMAR 2024072 tiene el mayor *H*. Igualmente, la boya que presenta menor *W* es SIMAR 2132132 y con la mayor *W*, SIMAR 2188084. Así mismo para *A*, SIMAR 2156132 (mín.) y SIMAR 2121154 (máx.), consecutivamente.

En la mayoría de los casos, el valor máximo de  $f(\alpha)$  rondaba 1, considerando la milésima.

## **5.- DISCUSIÓN**

En este trabajo se utiliza un campo local de altura significativa espectral de ola, en donde las mediciones se tratan incluyendo las horas diurnas y nocturnas. Así maximizamos el número total de observaciones diarias disponibles, puesto que gracias a esto podemos llegar a conocer más escalas de tiempo. Los procesos naturales precisan de más de un exponente de escala para caracterizarlos, por eso, usamos el análisis MF DFA.

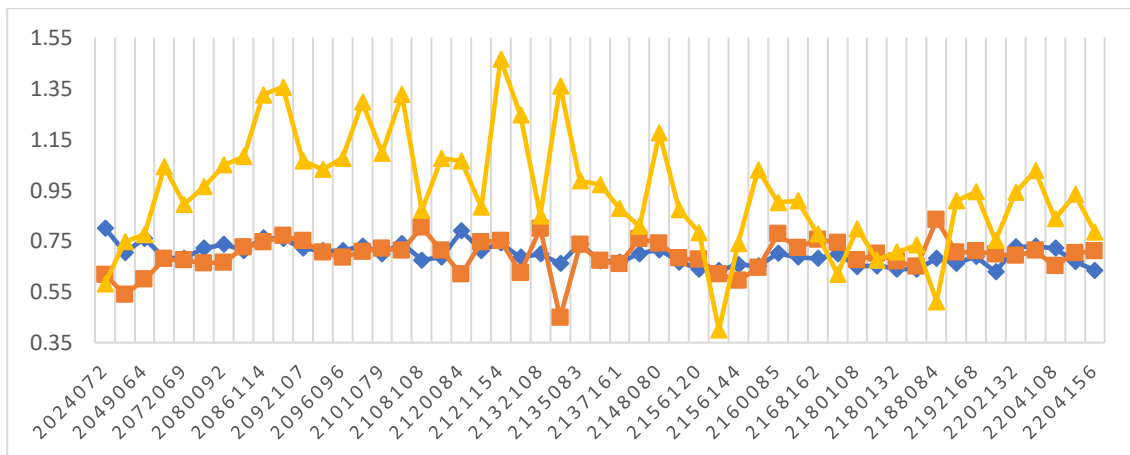
Primero, utilizamos el método de descomposición STL, para descomponer las series temporales y eliminar la subserie estacional de ellas. De esta manera, durante los 5 años se podría estudiar el ruido restante, para encontrar valores que nos indiquen comportamientos con fluctuaciones grandes a lo largo de los años, típicos de procesos climáticos a gran escala. Por consiguiente, seremos capaces de describir estos fenómenos climáticos, tales como, la topografía, corrientes marinas y, principalmente, la velocidad del viento en superficie, que generan estas fluctuaciones en la altura significativa espectral de la ola.

La Figura 4a nos indica que presenta diferentes  $q$  para el exponente generalizado de Hurst, por tanto, tiene propiedades de multiescala y, por consiguiente, debe presentar características multifractales.

La Figura 4b nos proporciona información a su vez de las propiedades multifractales de la serie temporal del ruido, indicada por la tendencia decreciente de la dependencia entre  $h_q$  y  $q$ . En el caso de series multifractales,  $h_2$  corresponde con el exponente de Hurst  $H$ . En este caso,  $H = 0.7386$  por lo que el ruido tiene una persistencia alta, es decir, existirá una mayor probabilidad de que si hay un aumento de la altura de ola se produzca uno similar en el próximo período.

En la Figura 4c encontramos el exponente de masa con la estructura clásica de una serie multifractal, por la variación de la pendiente para valores de  $q < 0$  y  $q > 0$ . Dándose este cambio cuando  $\tau(q) \approx -1$ . Otra característica más de las series multifractales.

En la Figura 4d, se muestra el espectro multifractal dependiente de  $\alpha$ , donde hay una diferencia apreciable en la anchura y asimetría de cada subserie temporal. Donde espectros anchos y simétricos presentan una codominancia, tanto de fluctuaciones pequeñas como grandes a largo plazo. Si presentan asimetría, hay que comprobar su tendencia. El exponente de anchura parece presentar un valor apreciable para considerarlo multifractal. Además, no podemos considerar un dominio de las fluctuaciones grandes o pequeñas por presentar una  $A$  de 0.9864, difícil de determinar porque ser un número tan próximo a 1. Finalmente, consideramos un rango de 0.05 alrededor de 1 donde ambos tipos de fluctuaciones se producían.



*Figura 5.- Representación lineal de los parámetros multifractales:  $H$  (azul),  $W$  (naranja) y  $A$  (amarillo) en todas las boyas analizadas*

Atendiendo ahora al conjunto de datos de la figura 5 y 6, hay una gran variabilidad entre los valores de  $W$ , aunque todos dentro del espectro para considerar todas las series multifractales, indicando que las que poseen un mayor valor de  $W$  son más multifractales.

Por otro lado, A tiene un rango muy amplio que nos indica zonas diferenciadas con predominancia de fluctuaciones grandes y pequeñas con una fuerte persistencia.

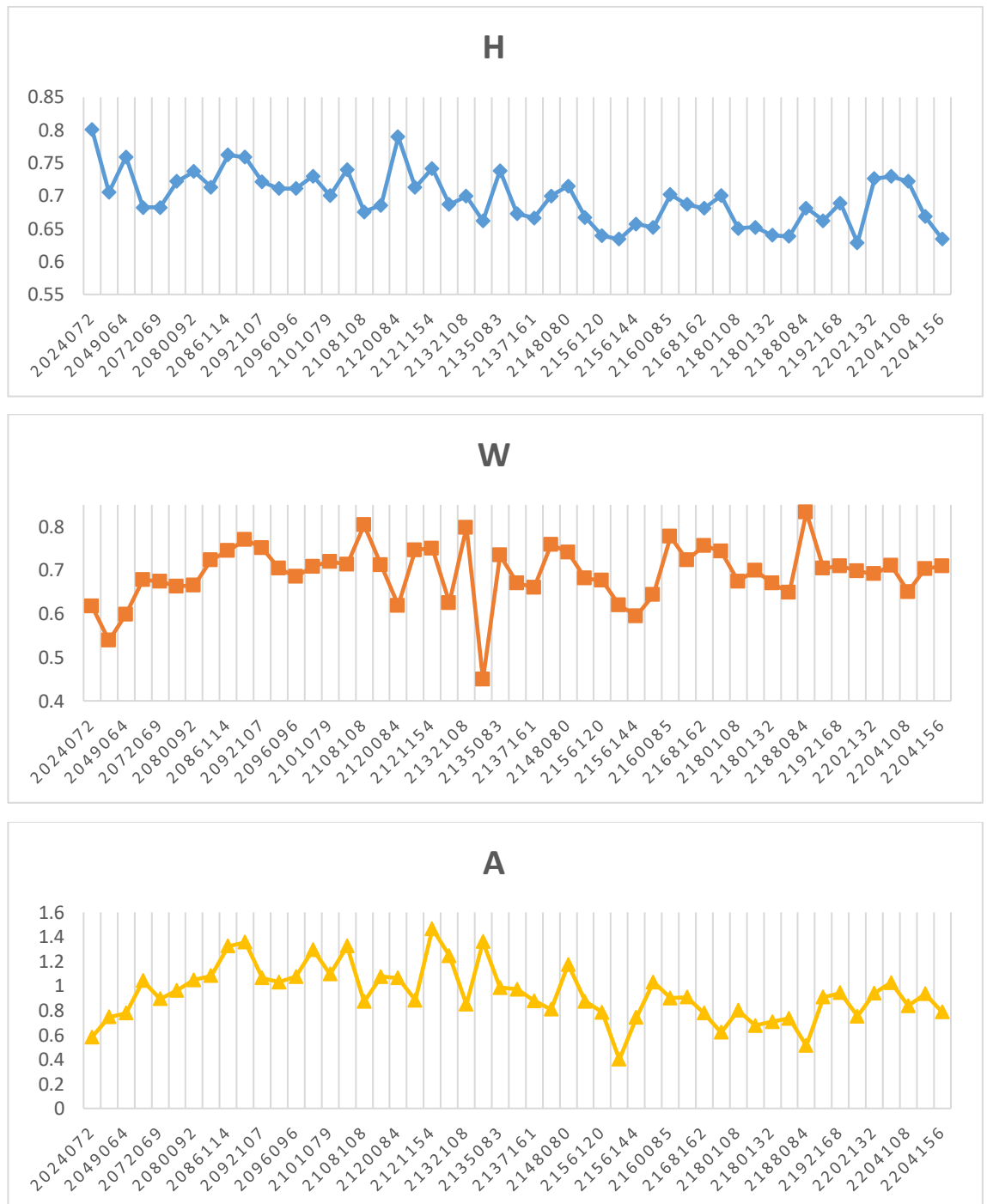


Figura 6.- Exponentes multifractales de cada boya de forma independiente: a) Exponente de Hurst, b) Exponente de anchura, c) Exponente de asimetría

El análisis en conjunto de los parámetros de las figuras 7, 8 y 9 revela que los valores se distribuyen con similitud en zonas diferenciadas por toda la cuenca occidental. Esta

buena distribución nos hace esperar que los resultados sean comparables. A su vez, escogimos este período de los datos proporcionados por SIMAR porque no faltaba ningún dato que quisiésemos considerar, evitando problemas producidos por el suavizado de los valores de los parámetros debido a la introducción de valores medios, provocando que el programa considerará esos tiempos con valores homogéneos.

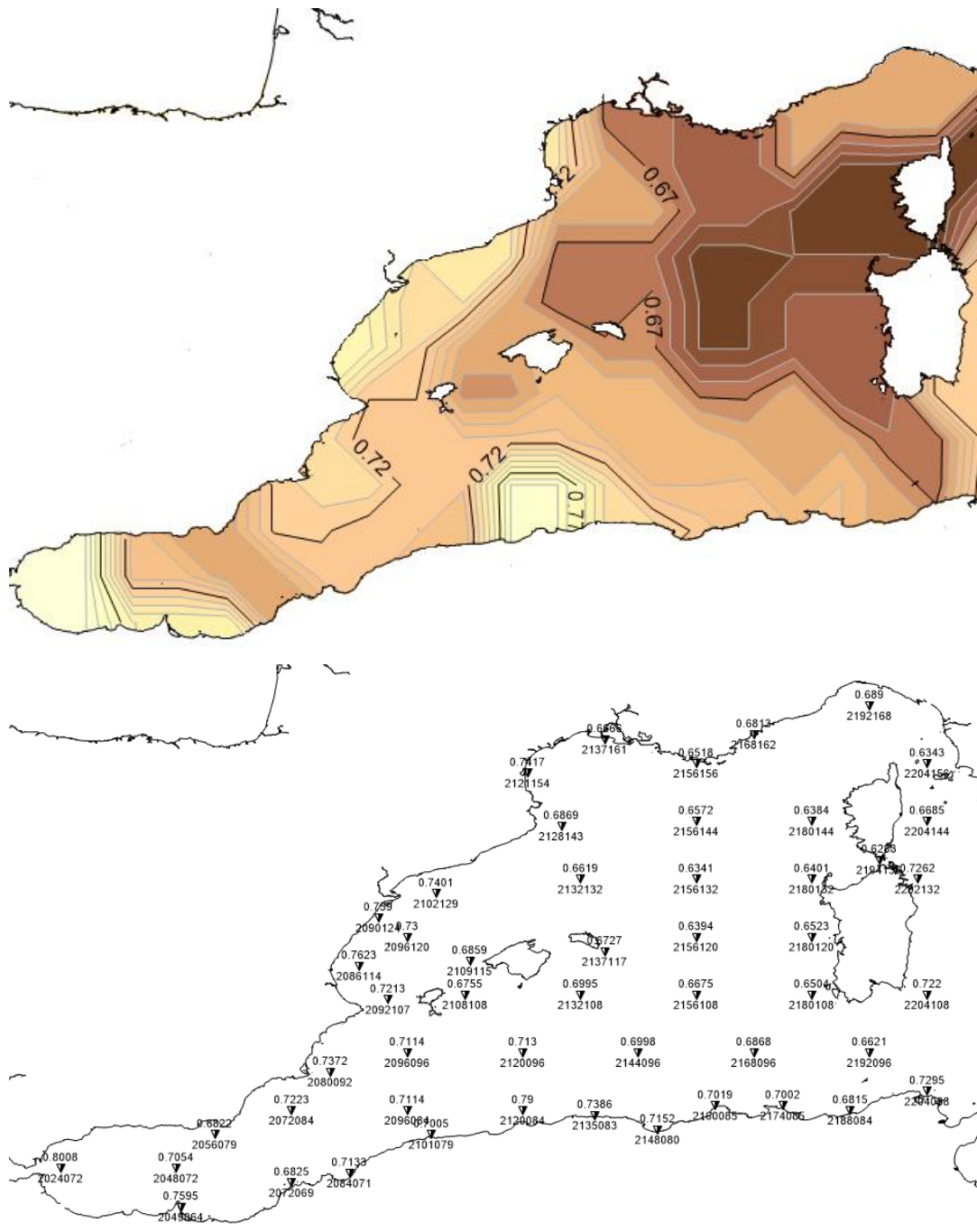


Figura 7.- Cartografía del Mediterráneo occidental con: a) un mapeo espacial del exponente de Hurst  $H$ . Las líneas grises representan un intervalo de diferencia de 0.01. b) Localización boyas junto a sus valores de  $H$  correspondientes



Los valores del exponente generalizado de Hurst son en su mayoría valores típicos de una serie temporal multifractal, presentando una estructura con diferentes escalas temporales. Encontramos valores más altos en la zona de costa que conforme nos adentramos en aguas más profundas disminuyen. Cabe destacar el valor máximo en la bocana del Estrecho de Gibraltar, siendo la boya con mayor multifractalidad, por tanto, posiblemente ocasionado por los intercambios de agua con el Océano Atlántico. El dato más importante que hay que destacar en la figura 7, es que todos los valores se encuentran entre  $0.5 - 1$ , lo que quiere decir que, si hay una tendencia positiva durante este período, posiblemente se produzca un incremento de la altura de ola en los años futuros.

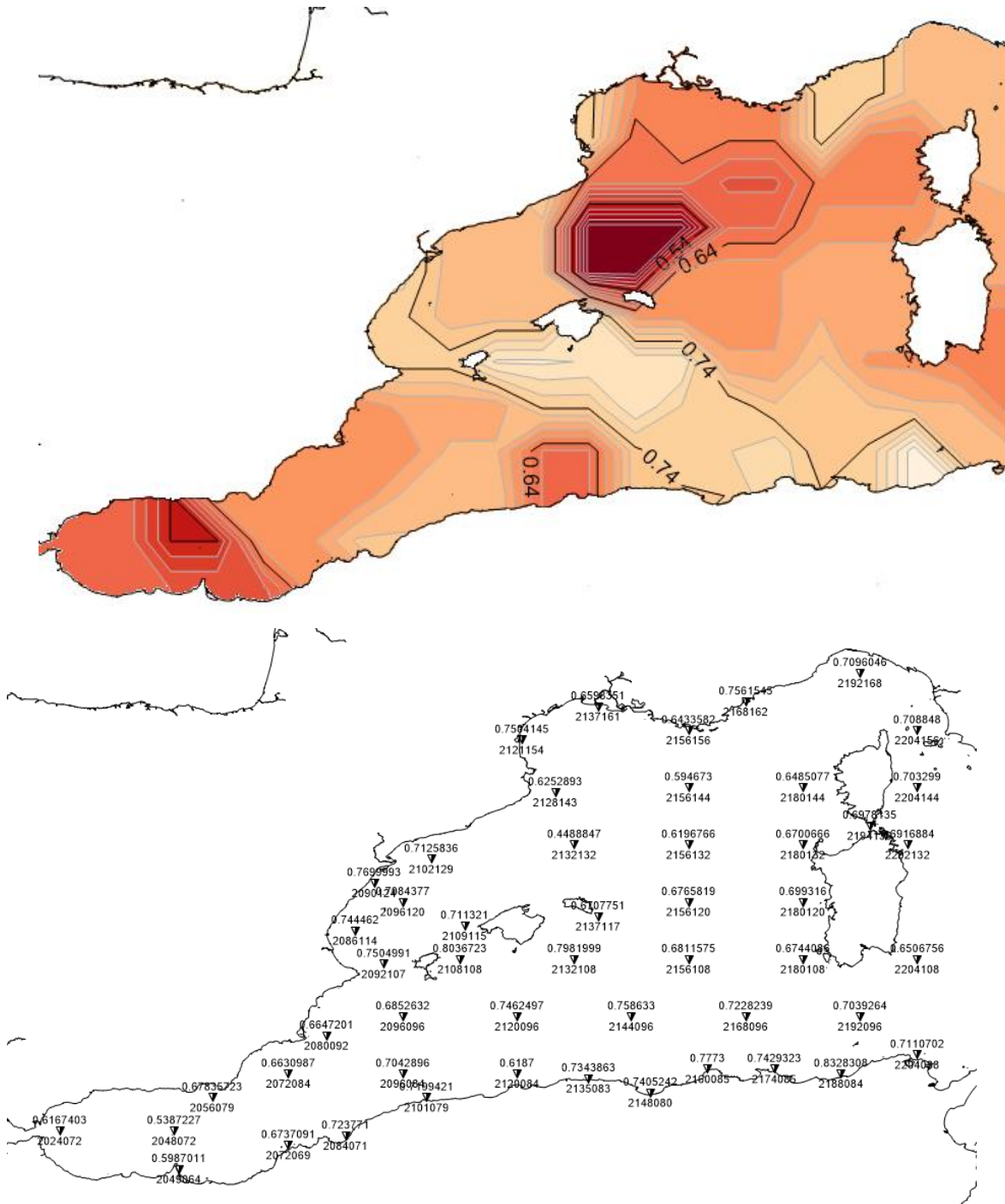


Figura 8.- Cartografía del Mediterráneo occidental con: a) un mapeo espacial del parámetro de anchura  $W$ . Las líneas grises representan un intervalo de diferencia de 0.02. b) localización de las boyas con sus correspondientes valores de  $W$

La anchura puede determinar lo multifractal que es una serie temporal, indicando que el aumento de este parámetro implica una serie temporal más multifractal. En la Figura 8, los valores son normalmente superiores a 0.6 alcanzando uno de los valores más altos en la boya 2132108 debajo de Menorca con un valor que alcanza casi 0.8, siendo la serie

temporal multifractal, presentando diferentes escalas temporales que implican su estructura. Al otro lado del islote, aparece el valor más pequeño con 0.45 para la boya 2132132 con un carácter multifractal muy inferior, dominado por un menor número de escalas temporales. A caballo entre las dos caras de la isla, encontramos el Estrecho de Gibraltar, con un valor de 0.62 en la boya más cercana a este.

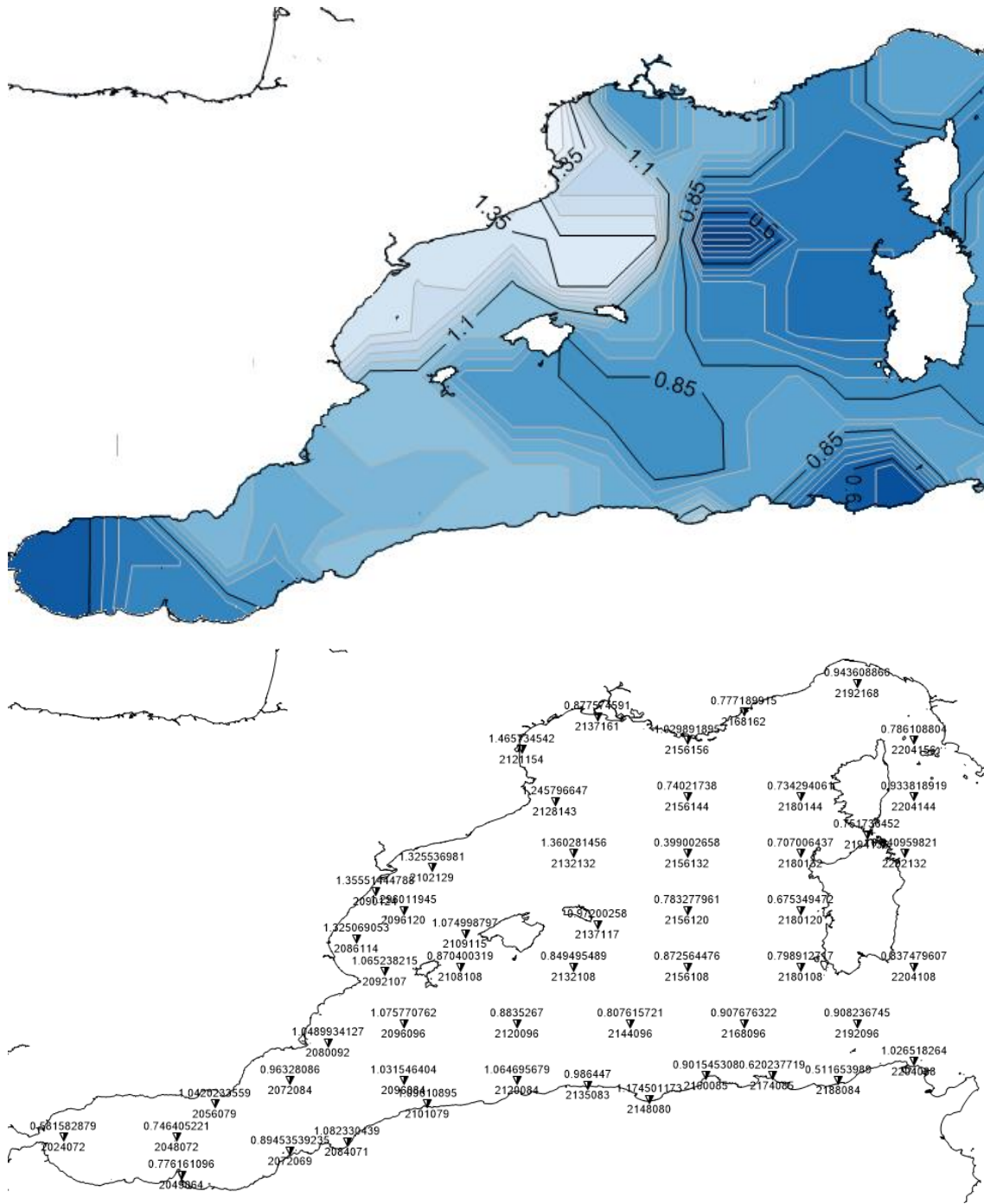


Figura 9.- Cartografía del Mediterráneo occidental con: a) un mapeo espacial del parámetro de asimetría  $A$ . Las líneas grises representan un intervalo de diferencia de 0.05. b) localización de las boyas con sus correspondientes valores de  $A$ .

Puede observarse en la Figura 9 como el efecto del viento probablemente este generando un aumento en el parámetro de asimetría en la subcuenca balear que debido a las islas del archipiélago se produce una disminución de su valor con una diferencia de hasta 0.2 por debajo de las islas, porque difuminarán las corrientes dominantes, protegiendo la zona opuesta de la costa. En toda la costa española encontramos valores

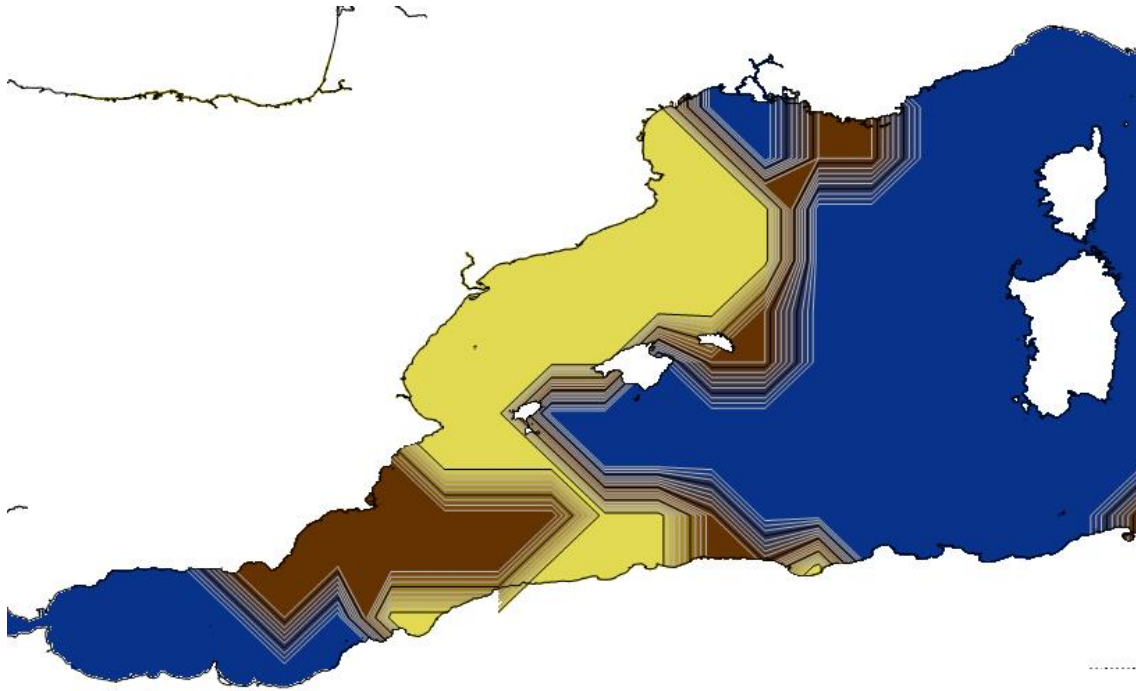
superiores a 1, indicando que hay una predominancia destacable de fluctuaciones grandes. Específicamente, en el Golfo de Valencia, encontramos valores muy altos relacionados con fluctuaciones grandes a largo plazo. Mientras que en el Estrecho de Gibraltar se presenta un espectro fractal desviado hacia la derecha, indicando una dominancia de los exponentes de mayor escala, es decir, de pequeñas fluctuaciones.

Las zonas con mayor parámetro de asimetría parecen estar correlacionadas positivamente con la velocidad del viento, como podría ser en la desembocadura del río Ebro por donde se adentra una fuerte bocanada de viento en el mar que se dirige al norte del archipiélago balear, dispersándose hacia la zona sudoccidental de las islas.

Ocurre lo mismo en los Pirineos, donde masas de aire frío chocan contra la cordillera derivando una corriente con dirección sudeste que entra en el Golfo de Lion, conocido como tramontana. Actúa en consonancia con el viento Mistral, formado en el río Ródano, presentando un fuerte promedio durante todo el año, derivando finalmente hacia la costa española (Bakun *et al.*, 2001).

Desde el sudoeste por el estrecho de Gibraltar se presenta vendavales, como aparece en la cartografía, se encuentra por la zona de Almería, donde aumenta la asimetría. Se junta en el canal formado entre el Cabo de la Nao y el archipiélago balear, con la cohesión de los vientos Mistral y Tramontana, y sigue desplazándose hacia el sudeste. Por la costa africana, también se percibe un nivel de asimetría superior a 1, posiblemente ocasionado por el viento levante. Al igual que el resto de las zonas influenciadas va a sufrir un aumento en los registros temporales futuros, generando un aumento de fenómenos extremos que están principalmente vinculados con las costas: española, marroquí, argelina y una parte de Túnez.

El patrón de comportamiento determina claras variaciones en consideración de la velocidad del viento y la geomorfología del relieve terrestre y marino en ambientes marinos, como podría ser una isla. Se producen diferencias considerables entre zonas de aguas profundas y zonas costeras. También se observan variaciones en torno a las islas y archipiélagos. Ambos procesos, presentan consonancia con los datos obtenidos con el MF DFA de la serie temporal de la altura significativa. Las zonas incididas por fuertes vientos predominantes como el Tramontana, Mistral y Vendavales parecen diferenciarse.



*Figura 10.- Cartografía de la predominancia de las fluctuaciones pequeñas (azul), grandes (amarillo) y con influencia de ambas (marrón) en el comportamiento de la altura significativa espectral de ola.*

Estos procesos se pueden contemplar en la Figura 10 donde hemos recopilado la información de forma visual, donde se clarifican las zonas influenciadas por grandes fluctuaciones debido posiblemente a los fuertes vientos que finalmente, nos proporcionan información acerca del comportamiento del oleaje. Los comportamientos a largo plazo indican una tendencia positiva en los registros temporales (Cabrera, 2016).

## **6.- CONCLUSIONES**

En conclusión, los fractales son capaces de determinar características de la altura significativa de ola, generando muy buenos resultados. El exponente de Hurst,  $H$ , es un indicador del índice de multifractalidad de la serie temporal, al igual que el parámetro de anchura,  $W$ . En este caso, todas las series temporales se consideran multifractales, algunas con mayor multifractalidad que otras, siendo las de menor multifractalidad las que parecen presentar una dinámica mayor. Esas áreas son zonas de grandes fluctuaciones, deducido gracias a la desviación del espectro de singularidad de estas boyas hacia la izquierda. En las zonas influenciadas por pequeñas fluctuaciones encontramos mayor multifractalidad.

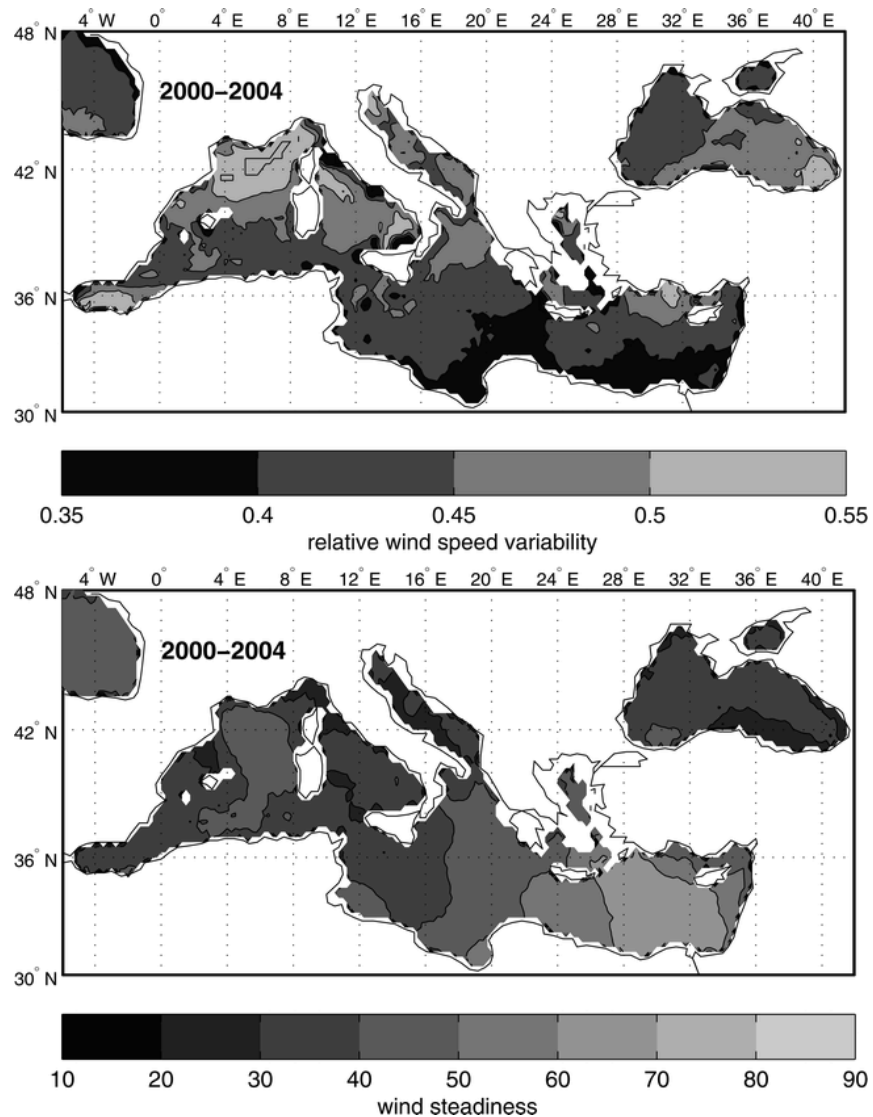


Figura 11.- Variabilidad relativa de la velocidad del viento (arriba) y la estabilidad del viento (abajo) en el Mediterráneo durante el período de 2000-2004 (Zecchetto y De Biasio, 2007)

Considerando la ubicación de las grandes fluctuaciones y los mayores valores de asimetría parecen coincidir con las zonas de menor estabilidad del viento, como hemos comparado con el estudio de Zecchetto y De Biasio (2007) en la Figura 11. En ella, en la costa catalana encontramos las zonas con mayor asimetría que coinciden con las de menor estabilidad, siendo zonas de mayor energía posiblemente debido a los *fetchs* ocasionados por los vientos del Norte. Las zonas colindantes presentan una menor asimetría y una mayor estabilidad en el viento, debido a la disipación de esas fuerzas. Luego encontramos otras zonas con valores altos de asimetría que coinciden como ya hemos dicho con los valores de estabilidad, posiblemente generados por vientos fuertes, pero de menor

intensidad como sirocco, vendavales o levante. Al igual que se aprecia el efecto pantalla de las islas, presentando un oleaje más fuerte en el Norte que en la costa Sur.

Por último, el exponente de Hurst, indica una persistencia a largo plazo de la altura significativa de ola en todo el Mediterráneo occidental.

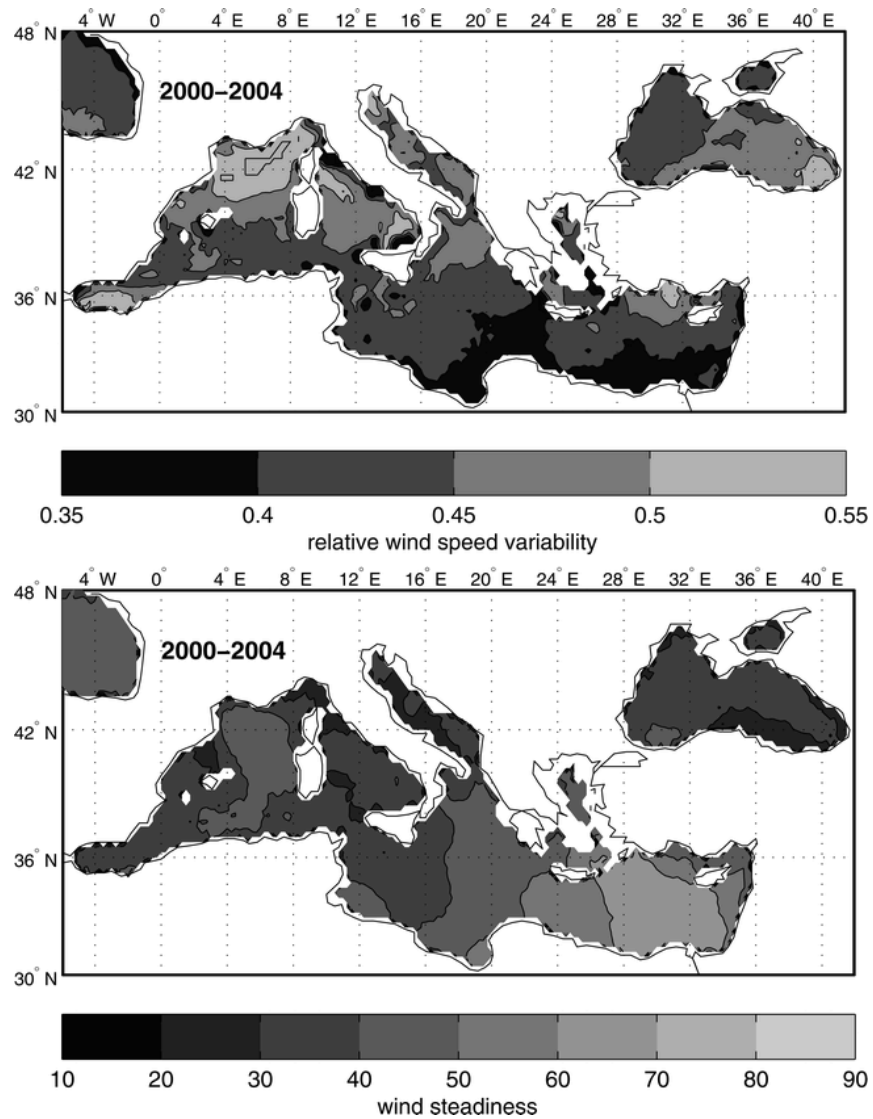
Por tanto, el MF-DFA nos proporciona información sobre los posibles componentes que determinan el comportamiento del oleaje y la capacidad de predecir los acontecimientos futuros de este parámetro. Además, los diferentes parámetros obtenidos durante el análisis nos permiten contrastar la información obtenida, lo que lo hace bastante fiable, aunque es necesario tomar una serie considerablemente larga para evitar errores (Chen *et al.*, 2002; Coronado and Carpena, 2005). El MF-DFA es capaz también de estudiar la complejidad del sistema a partir de su dimensionalidad, facilitando la consideración de un mayor o menor número de variables que intervengan durante este acontecimiento. De igual forma, proporciona información más fiable en zonas cercanas a la costa, porque este tipo de análisis es capaz de estudiar estructuras y procesos no lineales, característicos de zonas de profundidad reducida (Palomino y Almanzán, 2000).

Otros autores coinciden con el potencial de este tipo de análisis hasta ahora poco considerado en el ámbito de la ciencia, por presentar valores firmes y precisos de los diferentes exponentes de escala (Weron 2002; Ogurtsov 2004). Considerando estos resultados y las comparaciones que realizó Lui *et al.* (2018) podemos concluir que esta técnica proporciona más información sobre las características internas de las olas que los modelos de Pearson III y la Distribución de Gumbel y el análisis wavelet (Cabrera, 2016).

## **7.- CONCLUSION**

In conclusion, fractals are able to determine significant wave height characteristics, generating very good results. Hurst's exponent,  $H$ , is an indicator of the index of multifractality of the time series, as is the width parameter,  $W$ . In this case, all time series are considered multifractal, some with greater multifractality than others, with those with less multifractality appearing to have greater dynamics. For these areas are zones of large fluctuations, known from the deviation of the singularity spectrum of these buoys to the left. In the areas influenced by small fluctuations we find greater multifractality.





*Figure 11.- Relative variability of wind speed (top) and wind stability (bottom) in the Mediterranean during the period 2000-2004 (Zecchetto and De Biasio, 2007)*

Considering the location of the large fluctuations and the greater values of asymmetry, they seem to coincide with the areas of less stability of the wind, as we have compared with the study of Zecchetto and De Biasio (2007) in Figure 11. Where in the Catalan coast we find the areas with greater asymmetry that coincide with those of less stability, being areas of greater energy possibly due to the fetches caused by the winds of the North and the adjacent areas present a smaller asymmetry and a greater stability in the wind, due to the dissipation of those forces. Then we find other zones with high values of asymmetry that coincide, as we have already said, with the values of stability, possibly generated by strong winds, but of lesser intensity such as sirocco, gales or Levante. As we can see, the screen effect of the islands, presenting a stronger swell in the North than in the South coast.

Finally, Hurst's exponent indicates a long-term persistence of significant wave height throughout the western Mediterranean.

Therefore, the MF-DFA provides us with information on the possible components that determine wave behaviour and the ability to predict future events of this parameter. Furthermore, the different parameters obtained during the analysis allow us to contrast the information obtained, which makes it quite reliable although it is necessary to take a considerably long series to avoid errors (Chen et al., 2002; Coronado and Carpena, 2005). It is also capable of studying the complexity of the system from its dimensionality, facilitating the consideration of a greater or lesser number of variables that intervene during this event. Similarly, it provides more reliable information in areas close to the coast, because this type of analysis is capable of studying non-linear structures and processes, characteristic of areas of reduced depth (Palomino and Almanzán, 2000)

Other authors agree with the potential of this type of analysis, which has so far been little considered in the field of science, as it presents firm and precise values of the different scale exponents (Weron 2002; Ogurtsov 2004). Considering these results and the comparisons made by Lui et al. (2018) we can conclude that this technique provides more information about the internal characteristics of waves than the Pearson III and Gumbel Distribution models and wavelet analysis (Cabrera, 2016).

## **8.- BIBLIOGRAFÍA**

Altunkaynak, A. (2013). Prediction of significant wave height using geno-multilayer perceptron. *Ocean Engineering*, 58, 144-153.

Ardhuin, F., Bertotti, L., Bidlot, J. R., Cavaleri, L., Filipetto, V., Lefevre, J. M., & Wittmann, P. (2007). Comparison of wind and wave measurements and models in the Western Mediterranean Sea. *Ocean Engineering*, 34(3-4), 526-541.

Ardhuin, F., Herbers, T. H. C., Watts, K. P., van Vledder, G. P., Jensen, R., & Graber, H. C. (2007). Swell and slanting-fetch effects on wind wave growth. *Journal of Physical Oceanography*, 37(4), 908-931.

Arena, F., Laface, V., Malara, G., Romolo, A., Viviano, A., Fiamma, V., ... & Carillo, A. (2015). Wave climate analysis for the design of wave energy harvesters in the Mediterranean Sea. *Renewable energy*, 77, 125-141.

Athanassoulis, G. A., & Stefanakos, C. N. (1995). A nonstationary stochastic model for long-term time series of significant wave height. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 100(C8), 16149-16162.

Bakun, A., & Agostini, V. N. (2001). Seasonal patterns of wind-induced upwelling/downwelling in the Mediterranean Sea. *Scientia Marina*, 65(3), 243-257.

Baquerizo, A. (1995). *Reflexión del oleaje en playas: Métodos de evaluación y de predicción* (Doctoral dissertation, Universidad de Cantabria).

Bassingthwaighte, J. B., Liebovitch, L. S., & West, B. J. (2013). *Fractal physiology*. Springer.

Bellotti, G. (2004). A simplified model of rip currents systems around discontinuous submerged barriers. *Coastal engineering*, 51(4), 323-335.

Beniston, M., Stephenson, D.B., Christensen, O.B. *et al.* Future extreme events in European climate: an exploration of regional climate model projections. *Climatic Change* **81**, 71–95 (2007). <https://doi.org/10.1007/s10584-006-9226-z>

Béthoux JP, El Boukhary MS, Ruiz-Pino D, Morin P, CopinMontegut C (2005) Nutrient, oxygen and carbon ratios, CO2 sequestration and anthropogenic forcing in the Mediterranean Sea. In: Saliot A (ed) The Mediterranean Sea. The handbook of environmental chemistry, Part 5/5K. Springer, Berlin, p 67–86

Béthoux JP, Morin P, Ruiz-Pino DP (2002) Temporal trends in nutrient ratios: chemical evidence of Mediterranean ecosystem changes driven by human activity. *Deep Sea Res II* 49:2007–2016

Burcharth, H. F., Andersen, T. L., & Lara, J. L. (2014). Upgrade of coastal defence structures against increased loadings caused by climate change: A first methodological approach. *Coastal Engineering*, 87, 112-121.

Cabrera Brito, L. (2016). *Análisis fractal de procesos dinámicos en el océano* (Doctoral dissertation).

Calafat, F. M., Marcos, M., & Gomis, D. (2010). Mass contribution to Mediterranean Sea level variability for the period 1948–2000. *Global and Planetary Change*, 73(3-4), 193-201.

Cañellas, B., Orfila, A., Méndez, F. J., Menéndez, M., Gómez-Pujol, L., & Tintoré, J. (2007). Application of a POT model to estimate the extreme significant wave height levels around the Balearic Sea (Western Mediterranean). *Journal of Coastal Research*, 329-333.

Catrakis, H. J., & Dimotakis, P. E. (1996). Scale distributions and fractal dimensions in turbulence. *Physical review letters*, 77(18), 3795.

Chang, T. P., Ko, H. H., Liu, F. J., Chen, P. H., Chang, Y. P., Liang, Y. H., ... & Chen, Y. H. (2012). Fractal dimension of wind speed time series. *Applied Energy*, 93, 742-749.

Chen, Z., Ivanov, P. C., Hu, K., & Stanley, H. E. (2002). Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis. *Physical review E*, 65(4), 041107.

Cleveland, R. B., Cleveland, W. S., McRae, J. E., & Terpenning, I. (1990). STL: A seasonal-trend decomposition. *Journal of official statistics*, 6(1), 3-73.

Coronado, A. V., & Carpena, P. (2005). Size effects on correlation measures. *Journal of biological physics*, 31(1), 121-133.

de León, S. P., & Soares, C. G. (2008). Sensitivity of wave model predictions to wind fields in the Western Mediterranean sea. *Coastal Engineering*, 55(11), 920-929.

Diosdado, A. M., Brown, F. A., & del Río Correa, J. L. (2004). Una descripción de la maduración del caminado de los niños mediante parámetros del análisis multifractal. *Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica*, 25(2), 120-128.

Dobson, F., Perrie, W., & Toulany, B. (1989). On the deep-water fetch laws for wind-generated surface gravity waves. *Atmosphere-Ocean*, 27(1), 210-236.

Domínguez Monterroza, A. R. (2018). Análisis multifractal de correlaciones en series temporales de sistemas económicos.

Drobinski, P., Flamant, C., Dusek, J., Flamant, P. H., & Pelon, J. (2001). Observational evidence and modelling of an internal hydraulic jump at the atmospheric boundary-layer top during a tramontane event. *Boundary-layer meteorology*, 98(3), 497-515.

Everts, C. H. (1991). Seacliff retreat and coarse sediment yields in southern California. In *Coastal Sediments* (pp. 1586-1698). ASCE.

Feder, J. (1988). *Fractals*. Plenum Press, New York.

Fiore, M. M., D'Onofrio, E. E., Pousa, J. L., Schnack, E. J., & Bertola, G. R. (2009). Storm surges and coastal impacts at Mar del Plata, Argentina. *Continental Shelf Research*, 29(14), 1643-1649.

Galanis, G., Hayes, D., Zodiatis, G., Chu, P. C., Kuo, Y. H., & Kallos, G. (2012). Wave height characteristics in the Mediterranean Sea by means of numerical modeling, satellite data, statistical and geometrical techniques. *Marine Geophysical Research*, 33(1), 1-15.

Georgelin, M., & Richard, E. (1996). Numerical simulation of flow diversion around the Pyrenees: A tramontana case study. *Monthly weather review*, 124(4), 687-700.

Granero, M. S., Segovia, J. T., & Pérez, J. G. (2008). Some comments on Hurst exponent and the long memory processes on capital markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its applications*, 387(22), 5543-5551.

Guenard, V., Drobinski, P., Caccia, J. L., Campistron, B., & Bench, B. (2005). An observational study of the mesoscale mistral dynamics. *Boundary-layer meteorology*, 115(2), 263-288.

Hesp, P. (1988). Surfzone, beach, and foredune interactions on the Australian South East Coast. *Journal of Coastal Research*, 15-25.

Folland, C.K., T.R. Karl, J.R. Christy, R.A. Clarke, G.V. Gruza, J. Jouzel, M.E. Mann, J. Oerlemans, M.J. Salinger and S.-W. Wang, 2001: Observed Climate Variability and Change. In: *Climate Change 2001: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* [Houghton, J.T., Y. Ding, D.J. Griggs, M. Noguer, P.J. van der Linden, X. Dai, K. Maskell, and C.A. Johnson (eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 881pp.

Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático, 2019. Comunicado de prensa – Las decisiones que adptemos ahora son fundamentales para el futuro de los océanos y la criosfera. Recuperado el día: 12 de julio de 2020, de: [https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2019/09/srocc\\_p51-pressrelease\\_es.pdf](https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2019/09/srocc_p51-pressrelease_es.pdf)

Isla, F. I., & Bértola, G. R. (2005). Litoral bonaerense. In *Geología y recursos minerales de la Provincia de Buenos Aires. Relatorio XVI Congreso Geológico Argentino* (pp. 265-276).

Jansà Guardiola, J. M. (1933). Contribución al estudio de la Tramontana en Menorca.

Jiang, Q., Smith, R. B., & Doyle, J. (2003). The nature of the mistral: Observations and modelling of two MAP events. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society: A journal of the atmospheric sciences, applied meteorology and physical oceanography*, 129(588), 857-875.

García de Pedraza, L., & García Vega, C. (1994). Pasillos de comunicación entre la costa mediterránea y el interior de España.

Kantelhardt, J. W., Zschiegner, S. A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A., & Stanley, H. E. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1-4), 87-114.

Kapelonis, Z. G., Gavriiladis, P. N., & Athanassoulis, G. A. (2015). Extreme value analysis of dynamical wave climate projections in the Mediterranean Sea. *Procedia Computer Science*, 66, 210-219.

Karl TR, Easterling DR (1999) Climate extremes: Selected review and future research directions. *Clim Change* 42: 309-325.

Kavasseri, R. G., & Nagarajan, R. (2005). A multifractal description of wind speed records. *Chaos, Solitons & Fractals*, 24(1), 165-173.

Klafter, J., Shlesinger, M. F., & Zumofen, G. (1996). Beyond brownian motion. *Physics today*, 49(2), 33-39.

Kokot, R. R. (2004). Erosión en la costa patagónica por cambio climático.

Kriebel, D. L. (1993). Vertical wave barriers: wave transmission and wave forces. In *Coastal Engineering 1992* (pp. 1313-1326).

Laib, M., Golay, J., Telesca, L., & Kanevski, M. (2018). Multifractal analysis of the time series of daily means of wind speed in complex regions. *Chaos, Solitons & Fractals*, 109, 118-127.

Lionello, P., Conte, D., Marzo, L., & Scarascia, L. (2017). The contrasting effect of increasing mean sea level and decreasing storminess on the maximum water level during storms along the coast of the Mediterranean Sea in the mid 21st century. *Global and Planetary Change*, 151, 80-91.

Lionello, P., & Sanna, A. (2005). Mediterranean wave climate variability and its links with NAO and Indian Monsoon. *Climate Dynamics*, 25(6), 611-623.

Lionello, P., & Galati, M. B. (2008). Links of the significant wave height distribution in the Mediterranean sea with the Northern Hemisphere teleconnection patterns. *Advances in Geosciences*, 17.

Liste, M., Méndez, F., Losada, I., Medina, R., & Olabarrieta, M. (2004). Variaciones hiperanuales de parámetros medios de oleaje en el litoral mediterráneo español en los últimos cincuenta años: efectos sobre la costa. *El clima entre el mar y la montaña*, 51-62.

Liu, G., Chen, B., Wang, L., Zhang, S., Zhang, K., & Lei, X. (2019). Wave height statistical characteristic analysis. *Journal of oceanology and limnology*, 37(2), 448-460.

Long, R. R. (1953). Some aspects of the flow of stratified fluids: I. A theoretical investigation. *Tellus*, 5(1), 42-58.

Lopes, R., & Betrouni, N. (2009). Fractal and multifractal analysis: a review. *Medical image analysis*, 13(4), 634-649.

- Mandelbrot, B. (1963). New methods in statistical economics. *Journal of political economy*, 71(5), 421-440.
- Mandelbrot, B. B. (1982). The Fractal Geometry of. *Nature*, 394-397.
- Mandelbrot, B. B. (2006). *Los objetos fractales: forma, azar y dimensión*. Tusquets.
- Mandelbrot, B. B. (2013). *Fractals and scaling in finance: Discontinuity, concentration, risk. Selecta volume E*. Springer Science & Business Media.
- Mandelbrot, B. (1987). ¿ Cuánto Mide la Costa de Gran Bretaña? Los Objetos Fractales.
- Mandelbrot, B., & Hudson, R. L. (2007). *The Misbehavior of Markets: A fractal view of financial turbulence*. Basic books.
- Martorella, M., Berizzi, F., & Mese, E. D. (2004). On the fractal dimension of sea surface backscattered signal at low grazing angle. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 52(5), 1193-1204.
- Mendoza, E. T., & Jiménez, J. A. (2008). Clasificación de tormentas costeras para el litoral catalán (Mediterráneo NO). *Tecnología y ciencias del agua*, 23(2), 21-32.)
- Miles, J. W. (1960). On the generation of surface waves by turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 7(3), 469-478.
- Millot, C. (1979). Wind induced upwellings in the Gulf of Lions. *Oceanologica Acta*, 2(3), 261-274.
- Millot, C. (1987). Circulation in the western Mediterranean-sea. *Oceanologica Acta*, 10(2), 143-149.
- Millot, C., & Taupier-Letage, I. (2005). Circulation in the Mediterranean sea. In *The Mediterranean Sea* (pp. 29-66). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Millot, C. (1992). Are there major differences between the largest Mediterranean seas? A preliminary investigation. *Bulletin de l'Institut océanographique (Monaco)*, 3-25.
- Vitanov, N. K., Hoffmann, N. P., & Wernitz, B. (2014). Nonlinear time series analysis of vibration data from a friction brake: SSA, PCA, and MF DFA. *Chaos, Solitons & Fractals*, 69, 90-99.
- Mori, N., Yasuda, T., Mase, H., Tom, T., & Oku, Y. (2010). Projection of extreme wave climate change under global warming. *Hydrological Research Letters*, 4, 15-19.
- Mukhopadhyay, S., Das, N. K., Kumar, R., Dash, D., Mitra, A., & Panigrahi, P. K. (2014). Study of the dynamics of wind data fluctuations: a wavelet and MF DFA based novel method. *Elsevier Procedia Technology*.

Musić, S., & Nicković, S. (2008). 44-year wave hindcast for the Eastern Mediterranean. *Coastal Engineering*, 55(11), 872-880.

Nicholls, R. J., & Hoozemans, F. M. J. (1996). The Mediterranean: vulnerability to coastal implications of climate change. *Ocean & Coastal Management*, 31 (2-3), 105-132.

Nottale, L. (1993). *Fractal space-time and microphysics: towards a theory of scale relativity*. World Scientific.

Ogurtsov, M. G. (2004). New evidence for long-term persistence in the Sun's activity. *Solar Physics*, 220(1), 93-105.

Pachauri, R. (2005). Climate change: is the US Congress bullying experts? Rajendra Pachauri interviewed by Quirin Schiermeier. *Nature*, 436(7047), 7.

Palomino, M., & Almazán, J. (2000). Descripción, medida y análisis del oleaje. *Universidad politécnica de Madrid*.

Parisi, G., & Frisch, U. (1985). A multifractal model of intermittency. *Turbulence and predictability in geophysical fluid dynamics and climate dynamics*, 84-88.

Peters, E. E. (1994). *Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics* (Vol. 24). John Wiley & Sons.

Psuty, N. P. (1988). Sediment budget and dune/beach interaction. *Journal of Coastal Research*, (3), 1-4.

Queffeuou, P., & Bentamy, A. (2007). Analysis of wave height variability using altimeter measurements: application to the Mediterranean Sea. *Journal of atmospheric and oceanic technology*, 24(12), 2078-2092.

Salat, J., Lavín, A., González Pola, C., Vélez, P., Sánchez, R., Vargas Yáñez, M., ... & Gomis, D. (2018). Variabilidad oceánica y cambios de nivel del mar alrededor de la península ibérica, Baleares y Canarias.

Schnack, E., Pousa, J. L., & Isla, F. I. (1997). Olas, tormentas y playas. *Museo*.

Burcharth, J. (2001). Y LA REGENERACIÓN DE PLAYAS: *Revista de OBRAS publicas*, (3.409), 31.

Vanem, E., & Walker, S. E. (2013). Identifying trends in the ocean wave climate by time series analyses of significant wave height data. *Ocean engineering*, 61, 148-160.

Von Storch, H., & Zwiers, F. W. (2001). *Statistical analysis in climate research*. Cambridge university press.

Reiter, E. R. (1975). *Handbook for forecasters in the Mediterranean: Weather phenomena of the Mediterranean basin*. Environmental Prediction Research Facility, Naval Postgraduate School.

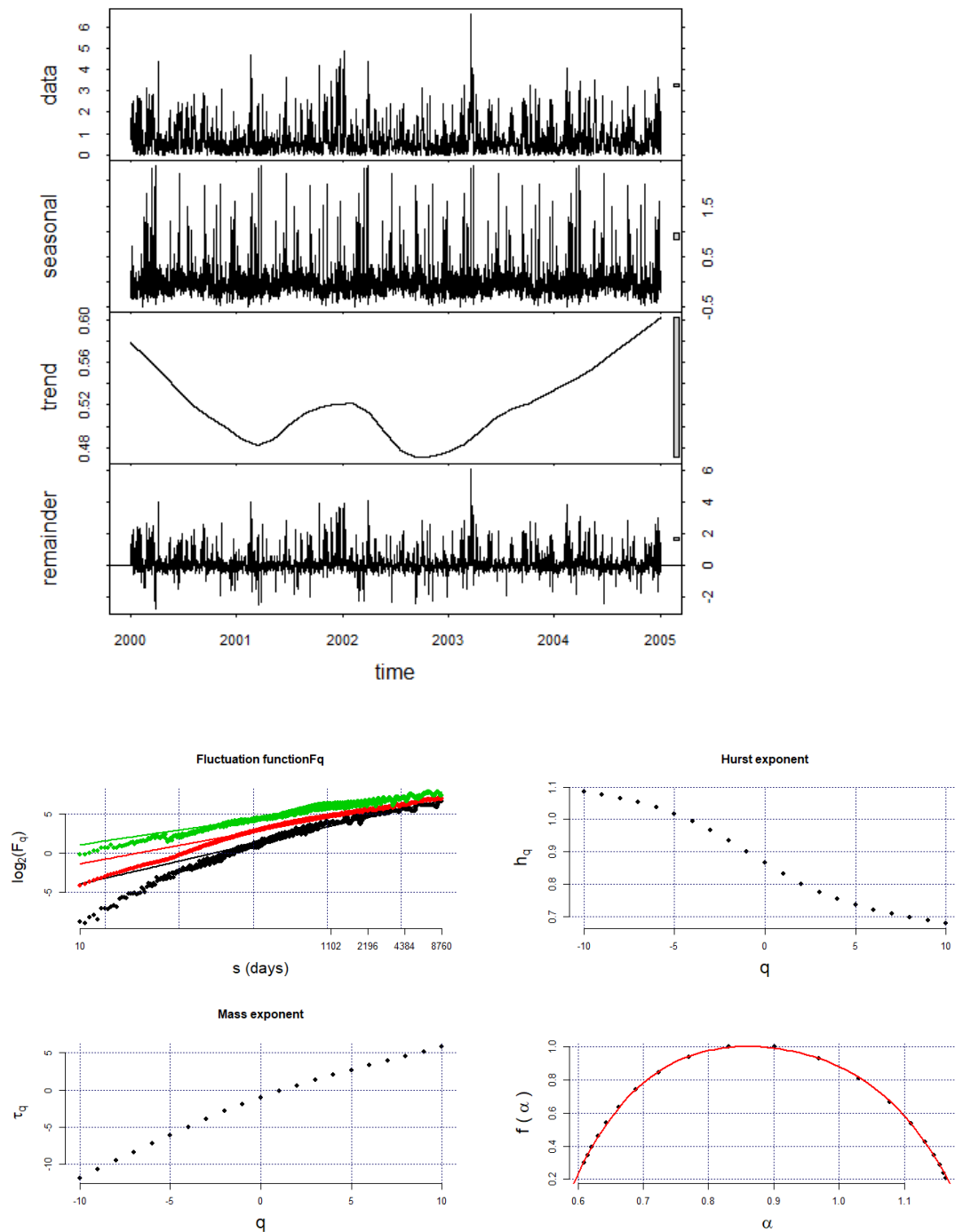


- Rodríguez-Iturbe, I., & Rinaldo, A. (2001). *Fractal river basins: chance and self-organization*. Cambridge University Press.
- Rosmorduc V, Benveniste J, Lauret O, Maheu C, Milagro M, Picot N (2009) Radar altimetry tutorial. In: Benveniste J, Picot N (ed). <http://www.altimetry.info>
- RStudio Team* (2015). *RStudio: Integrated Development for R*. RStudio, Inc., Boston, MA URL <http://www.rstudio.com/>.
- Rusu, L., & Soares, C. G. (2012). Wave energy assessments in the Azores islands. *Renewable Energy*, 45, 183-196.
- Rusu, E., & Soares, C. G. (2012). Wave energy pattern around the Madeira Islands. *Energy*, 45(1), 771-785.
- Schär, C., & Smith, R. B. (1993). Shallow-water flow past isolated topography. Part I: Vorticity production and wake formation. *Journal of the atmospheric sciences*, 50(10), 1373-1400.
- Smith, R. B. (1985). On severe downslope winds. *Journal of the atmospheric sciences*, 42(23), 2597-2603.
- Smolarkiewicz, P. K., & Rotunno, R. (1989). Low Froude number flow past three-dimensional obstacles. Part I: Baroclinically generated lee vortices. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 46(8), 1154-1164.
- Sotillo, M. G., Aznar, R., & Valero, F. (2006). Mediterranean offshore extreme wind analysis from the 44-year HIPOCAS database: different approaches towards the estimation of return periods and levels of extreme values.
- Surfer® 13. (2015). Full User's Guide. Noviembre 25, 2017, de Golden Software, LLC  
Sitio web: <http://downloads.goldensoftware.com/guides/Surfer13UsersGuidePreview.pdf>
- Voorhis, A. D., & Webb, D. C. (1970). *Large vertical currents observed in a winter sinking region of the northwestern Mediterranean*. Woods Hole Oceanographic Institution.
- Weron, R. (2002). Estimating long-range dependence: finite sample properties and confidence intervals. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 312(1-2), 285-299.
- Zhang, X., Zeng, M., & Meng, Q. (2018). Multivariate multifractal detrended fluctuation analysis of 3D wind field signals. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 490, 513-523.

Zecchetto, S., & De Biasio, F. (2007). Sea surface winds over the Mediterranean basin from satellite data (2000–04): Meso- and local-scale features on annual and seasonal time scales. *Journal of applied meteorology and climatology*, 46(6), 814-827.

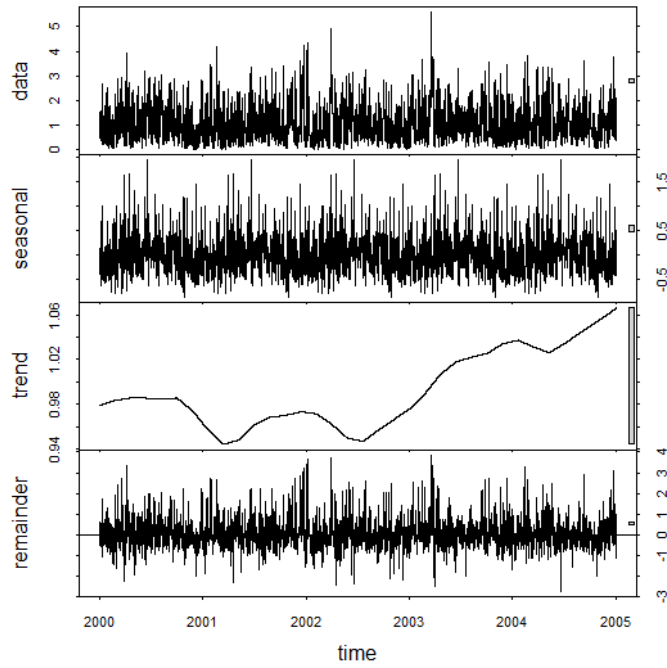
## 8.- ANEXOS

### BOYA SIMAR 2024072

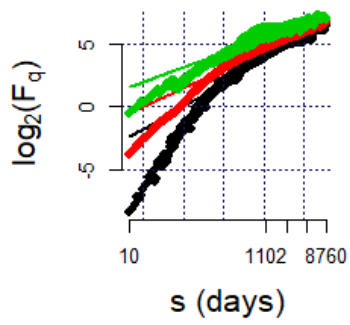


Hq(q=2)	0.8008
W	0.6167403
A	0.581582879

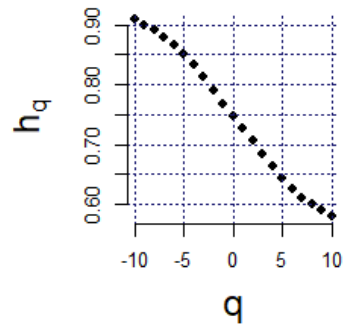
**BOYA SIMAR 2048072**



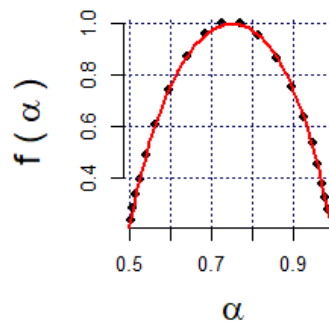
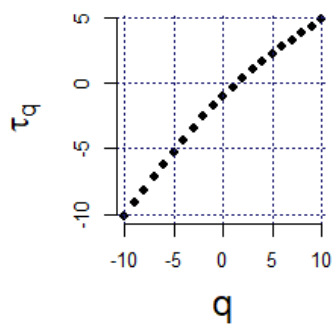
**Fluctuation function  $F_q$**



**Hurst exponent**

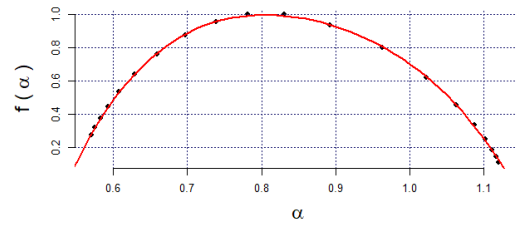
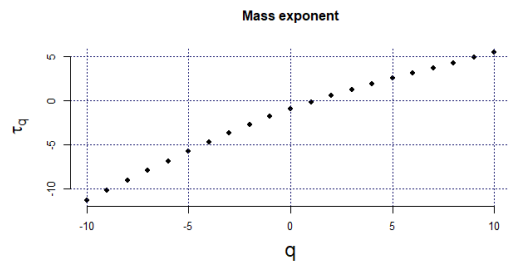
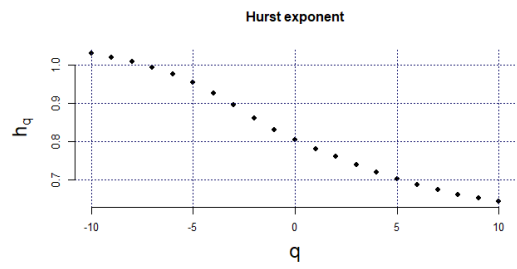
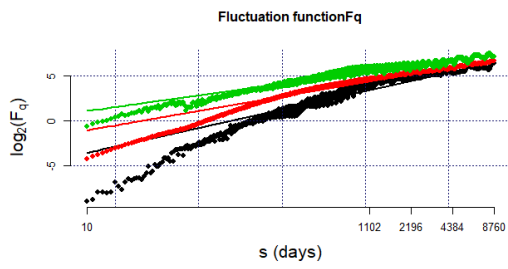
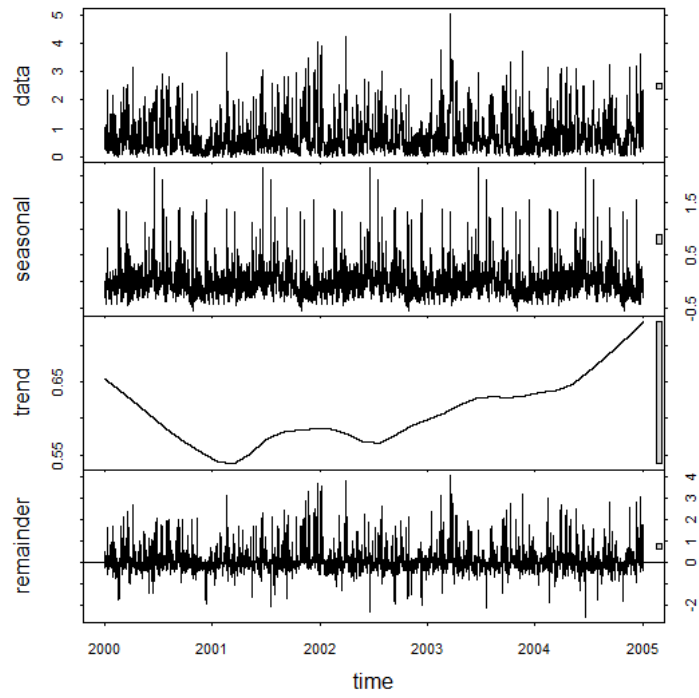


**Mass exponent**



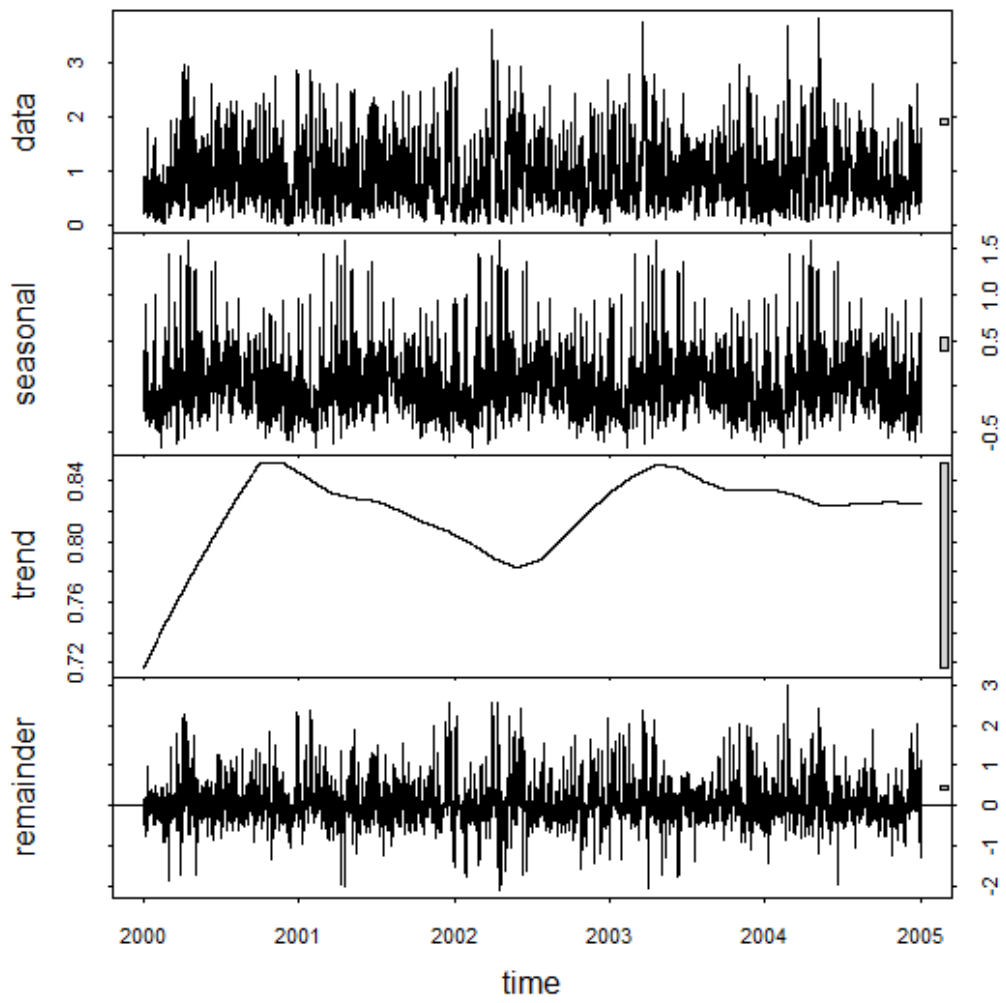
$H_q(q=2)$	0.7054
W	0.5387227
A	0.746405221

**BOYA SIMAR 2049064**



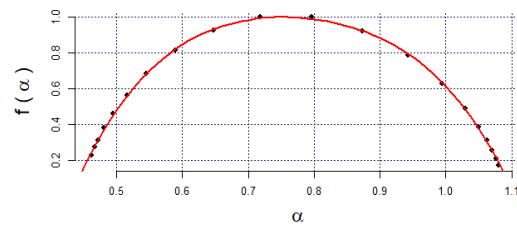
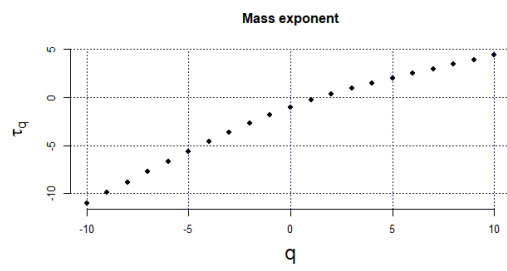
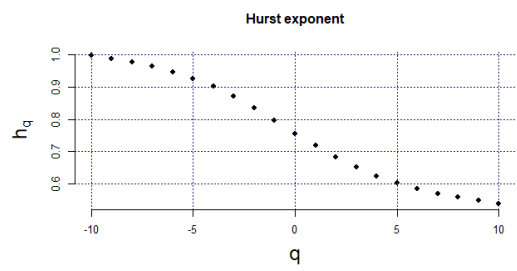
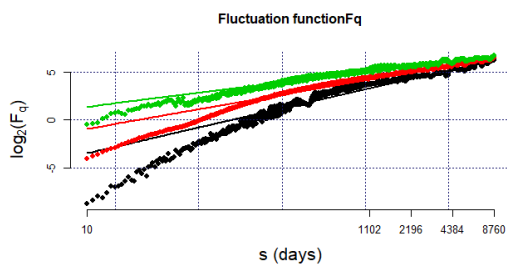
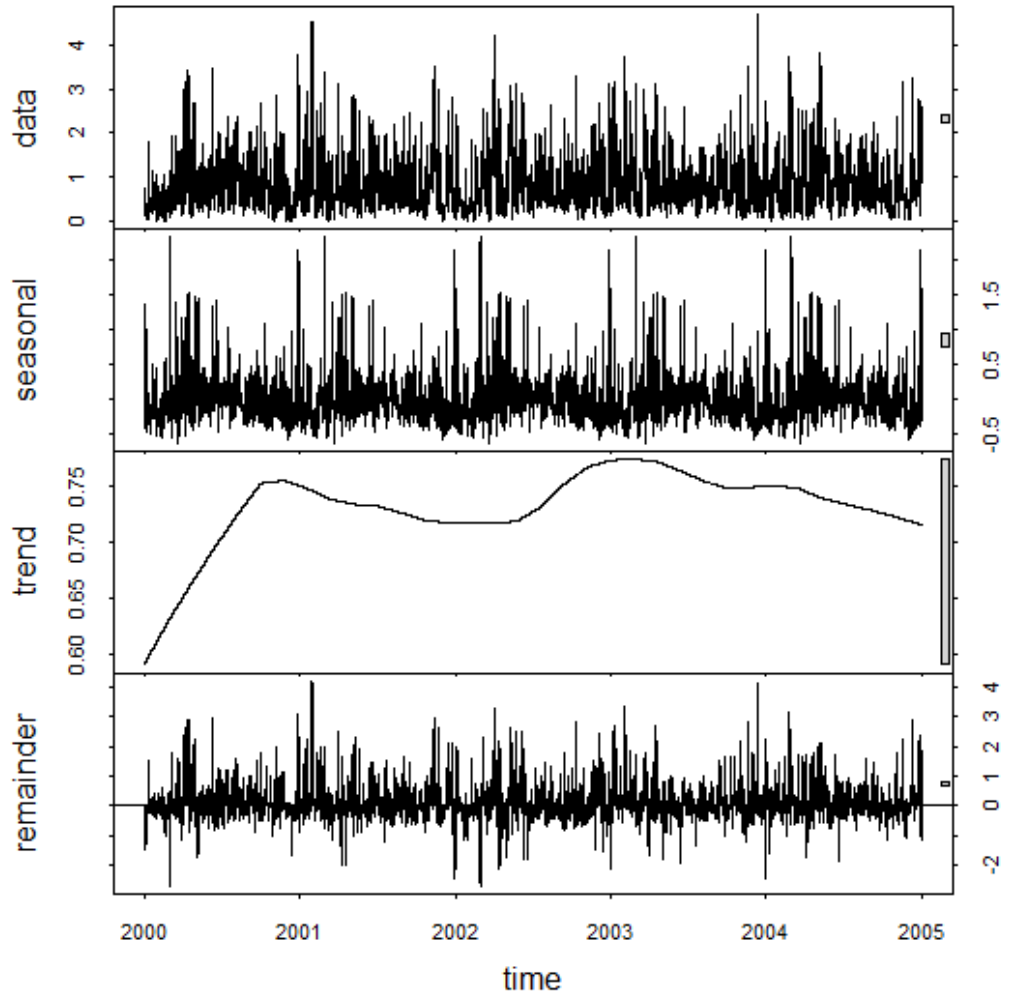
$H_q(q=2)$	0.7595
W	0.5987011
A	0.776161096

**BOYA SIMAR 2056079**



Hq(q=2)	0.6822
W	0.67835723
A	1.0420233559

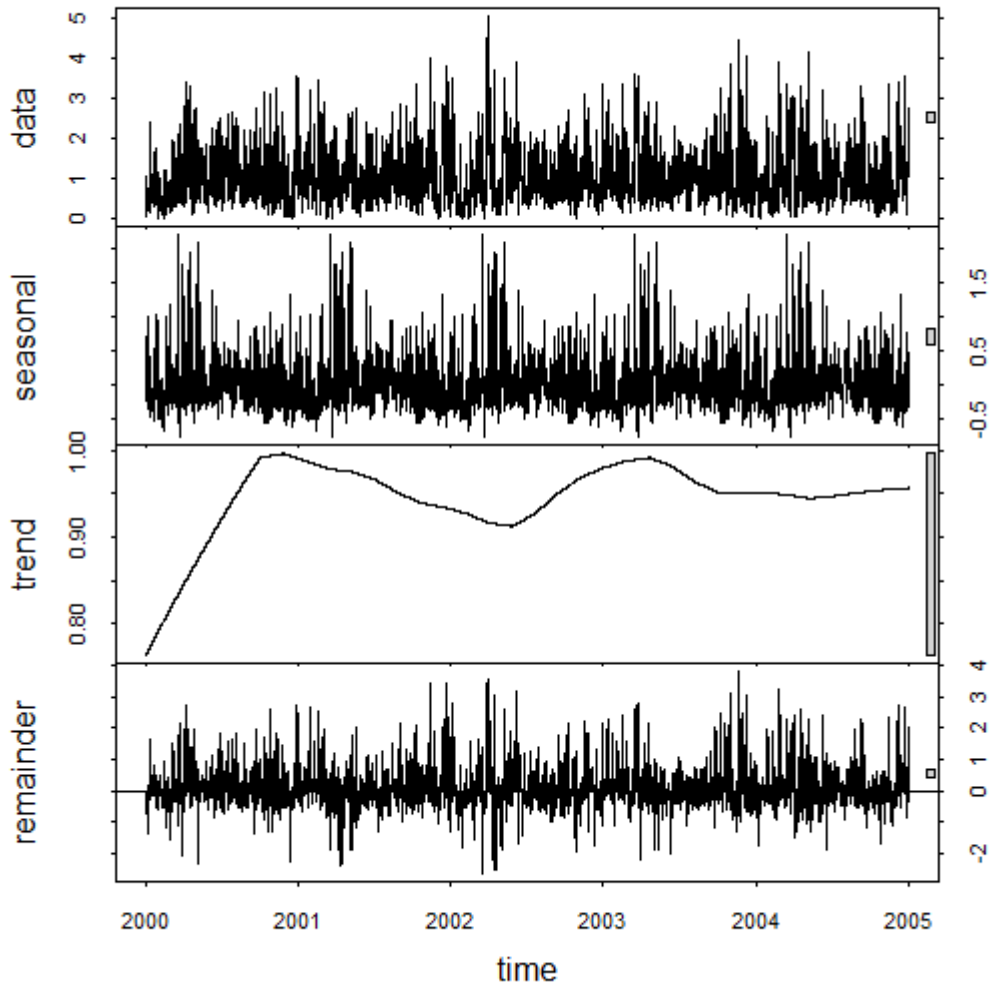
**BOYA SIMAR 2072069**



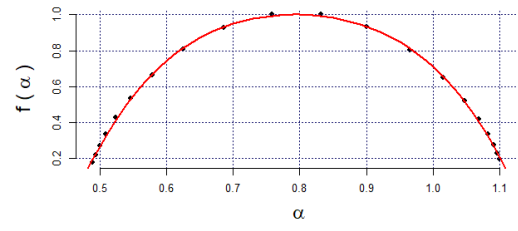
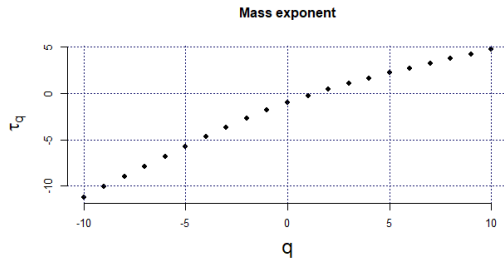
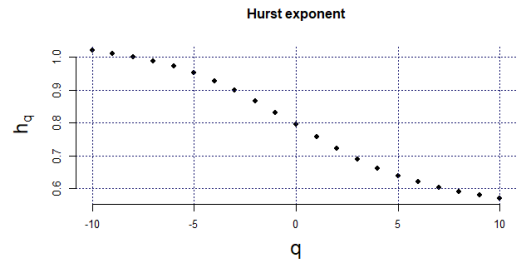
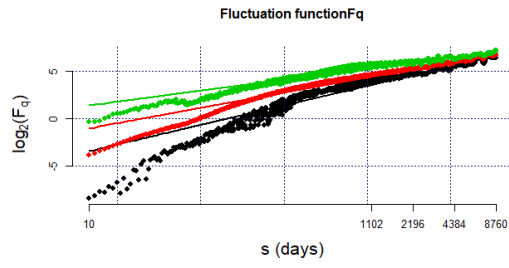
$Hq(q=2)$	0.6825
W	0.6737091

A	0.89453539235
---	---------------

**BOYA SIMAR 2072084**

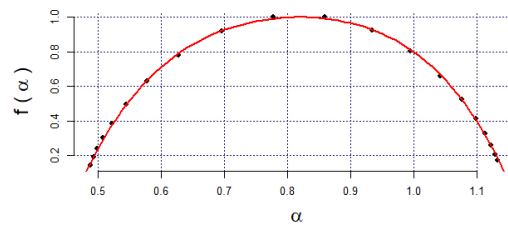
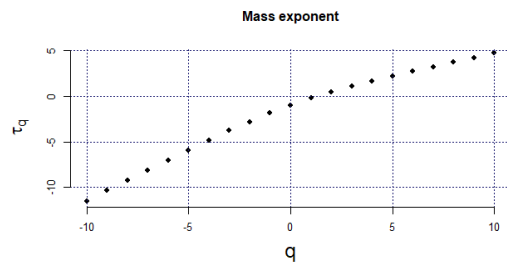
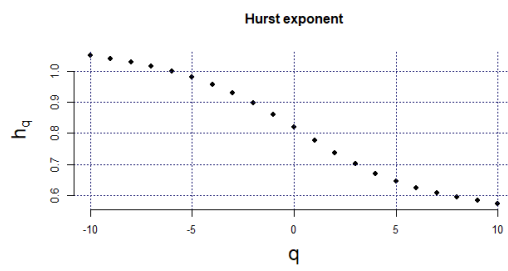
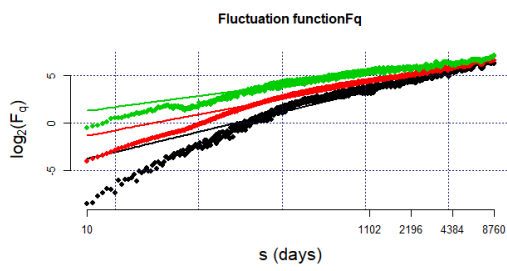
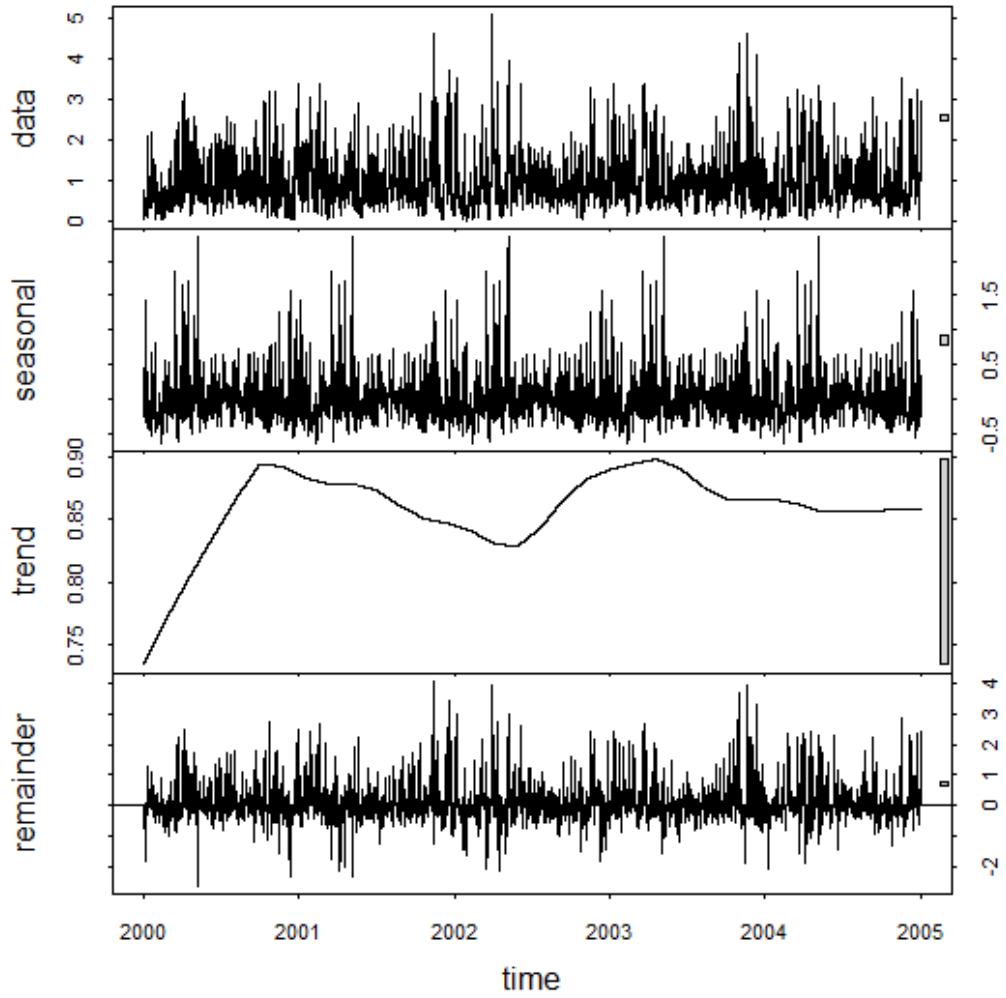






$Hq(q=2)$	0.7223
W	0.6630987
A	0.96328086

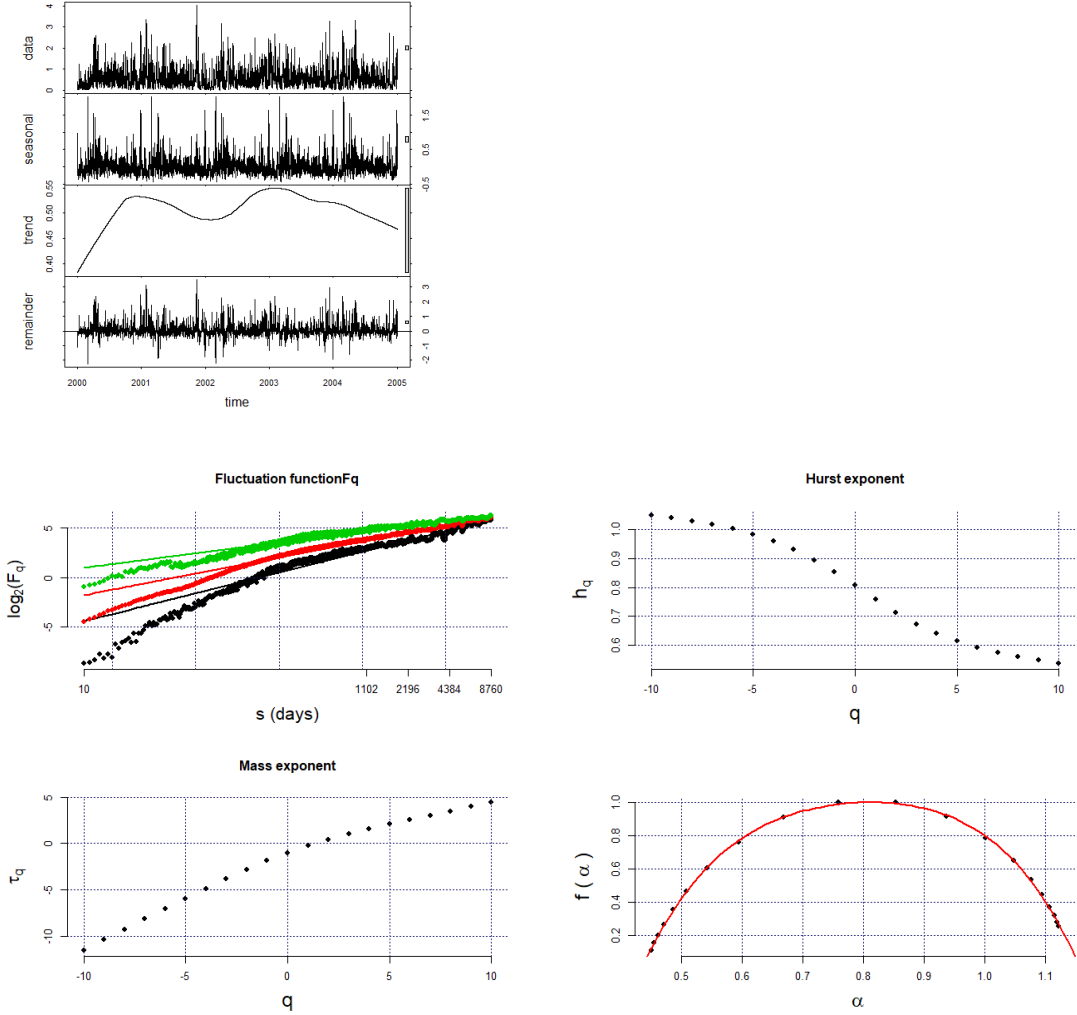
**BOYA SIMAR 2080092**



$Hq(q=2)$	0.7372
W	0.6647201

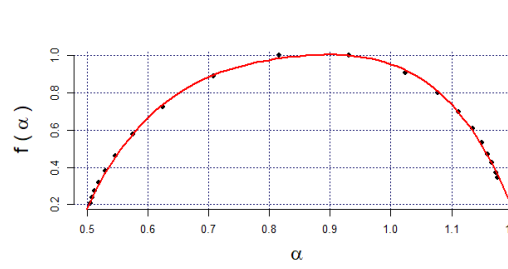
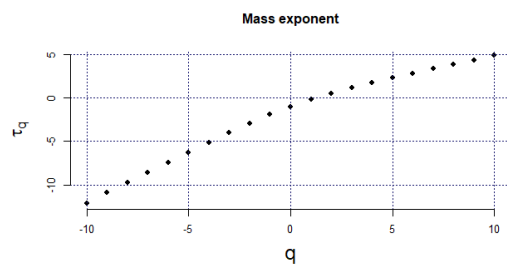
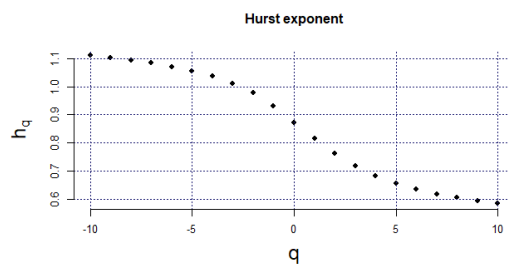
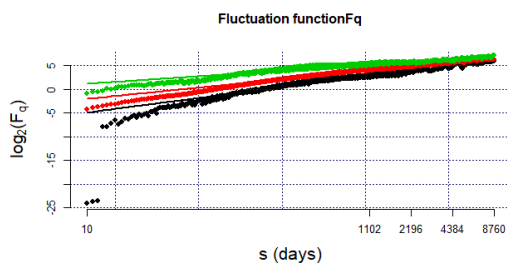
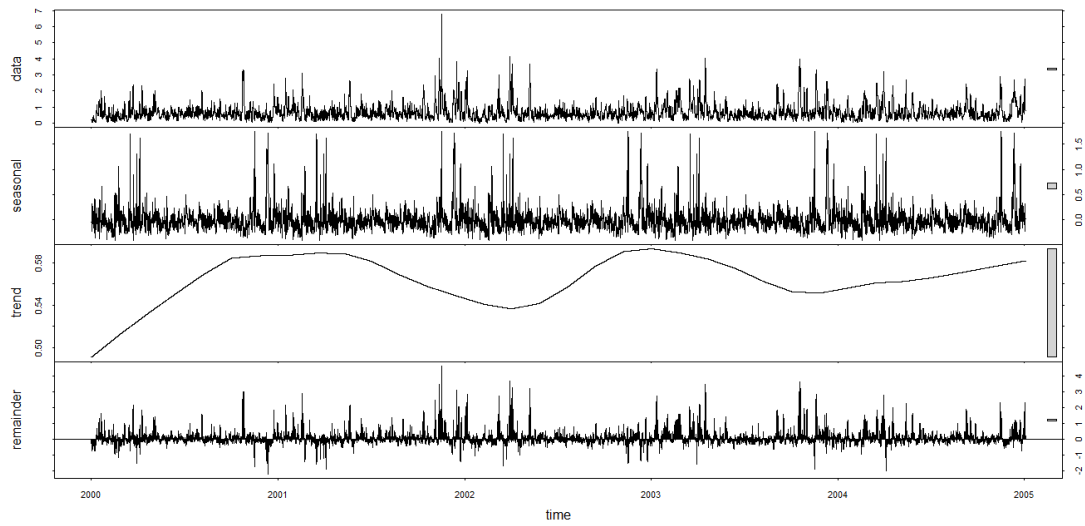
A	1.0489934127
---	--------------

**BOYA SIMAR 2084071**



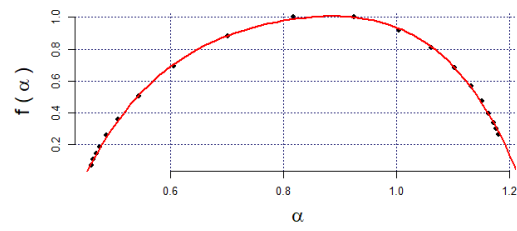
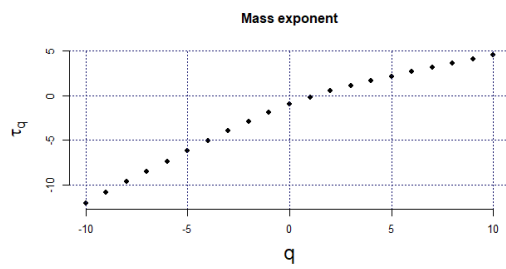
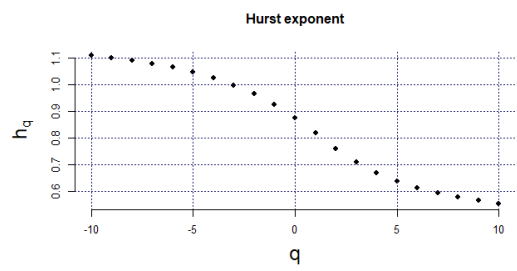
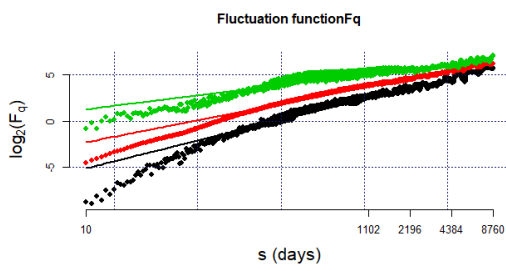
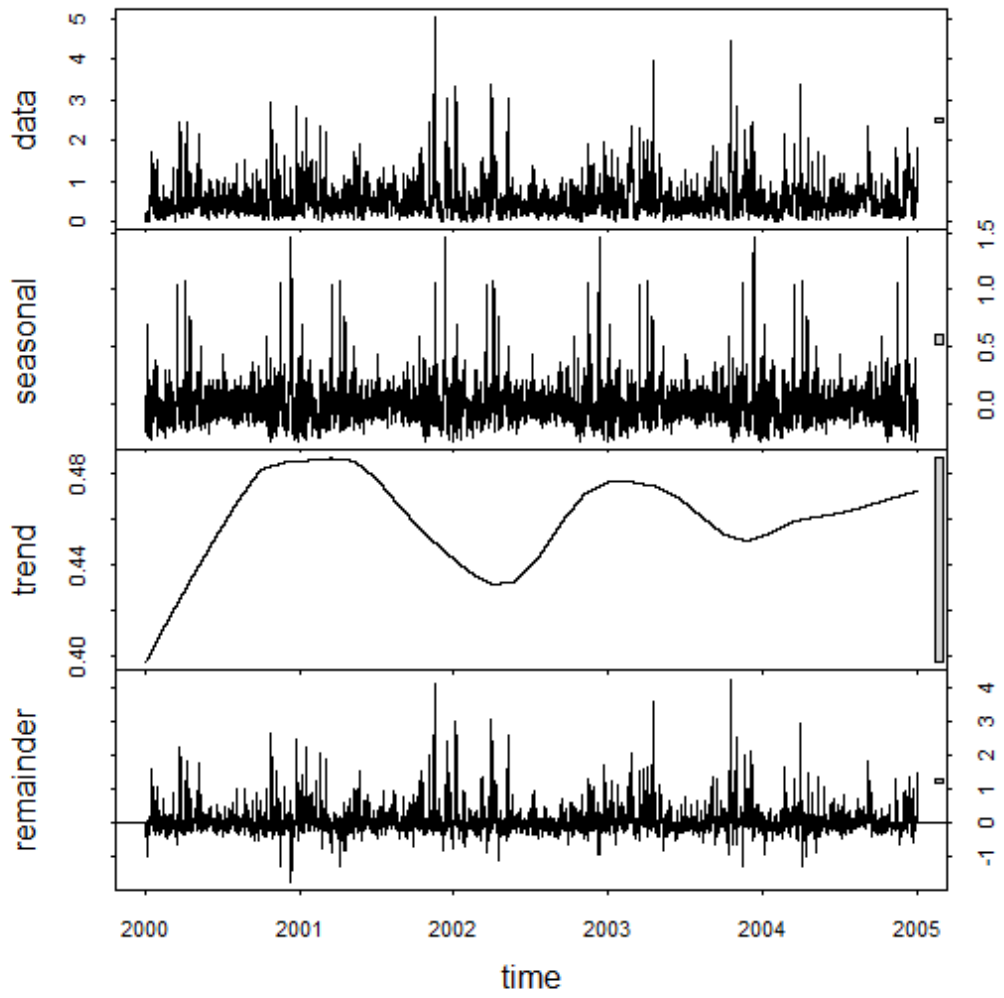
$Hq(q=2)$	0.7133
W	0.723771
A	1.082330439
Alfa0	0.81
Alfa1	0.4338064
Alfa2	1.1575774

**BOYA SIMAR 2086114**



Hq(q=2)	0.7623
W	0.744462
A	1.325069053
Alfa0	0.9
Alfa1	0.4757272
Alfa2	1.2201892

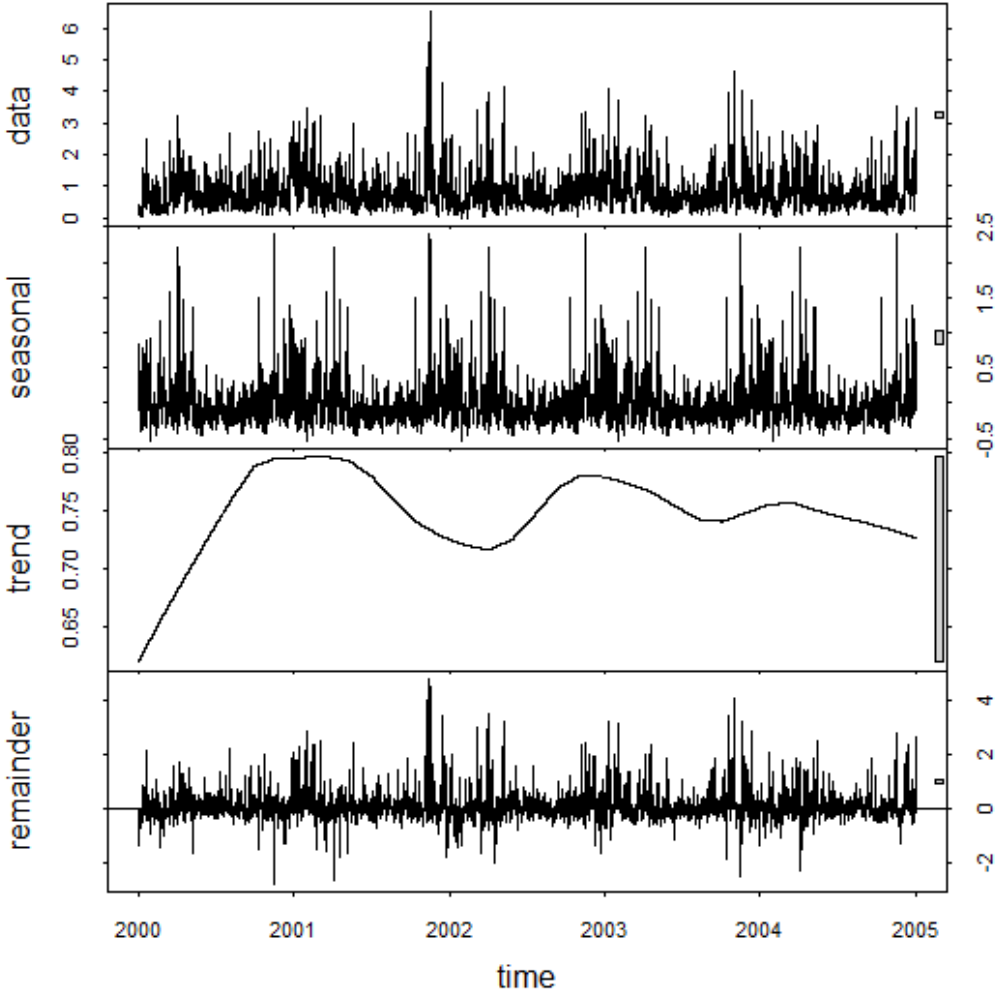
**BOYA SIMAR 2090124**

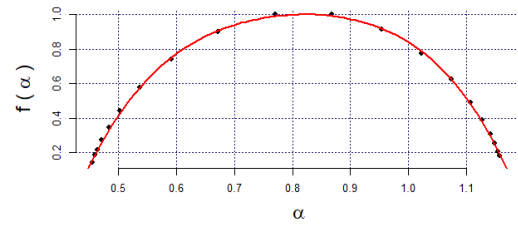
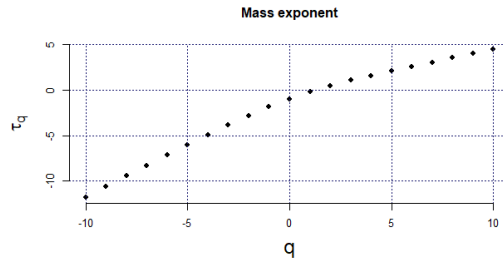
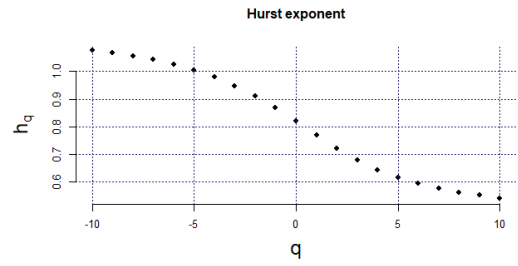
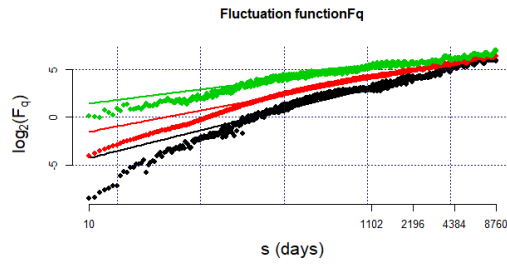


$H_q(q=2)$	0.759
W	0.7699993

A	1.35551444788
---	---------------

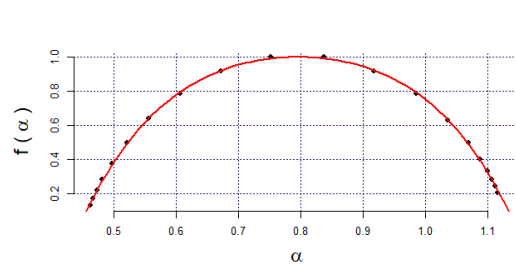
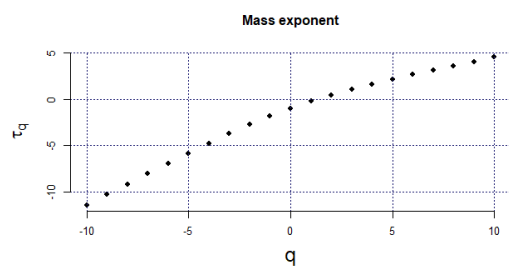
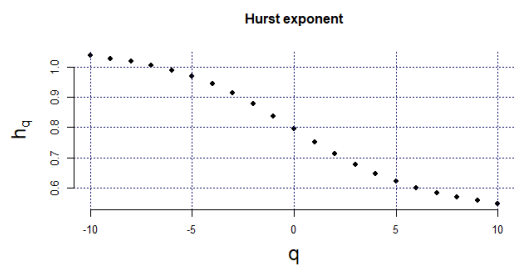
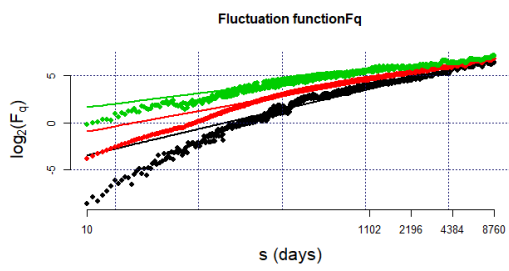
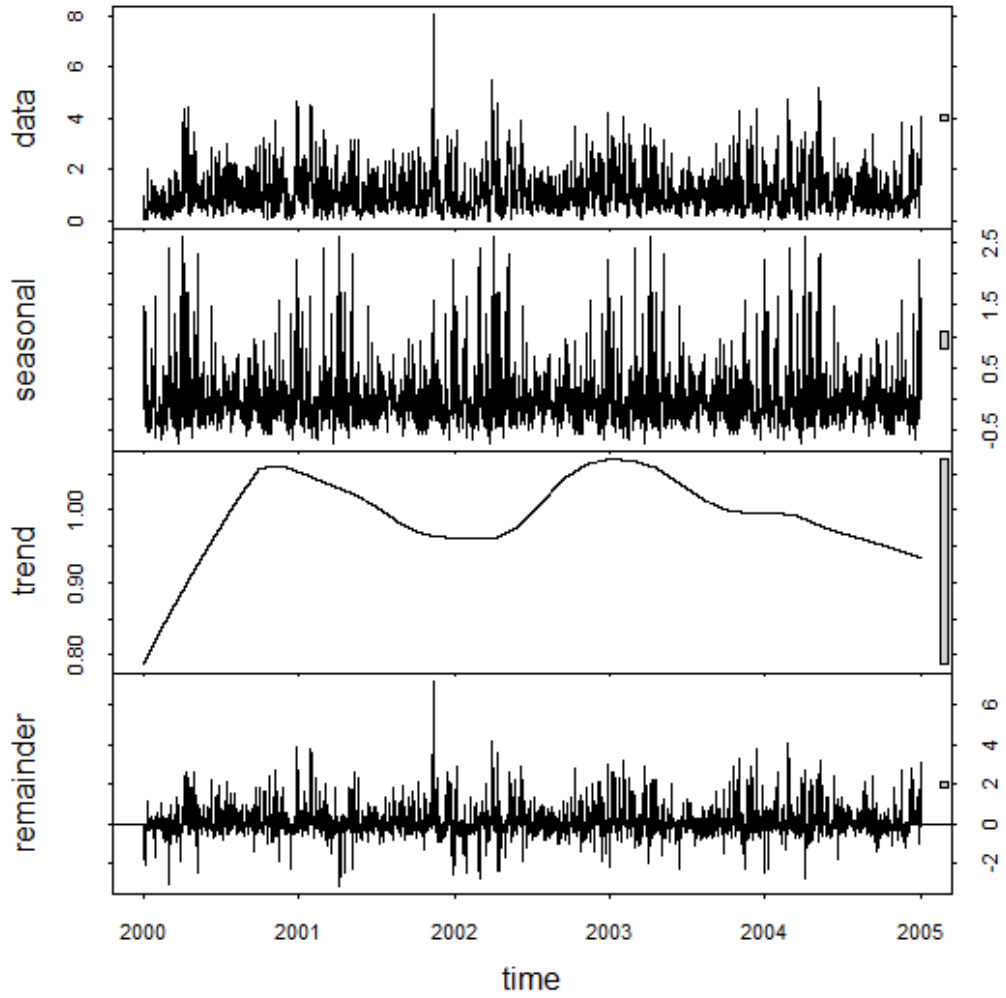
**BOYA SIMAR 2092107**





$H_q(q=2)$	0.7213
W	0.7504991
A	1.065238215

**BOYA SIMAR 2096084**

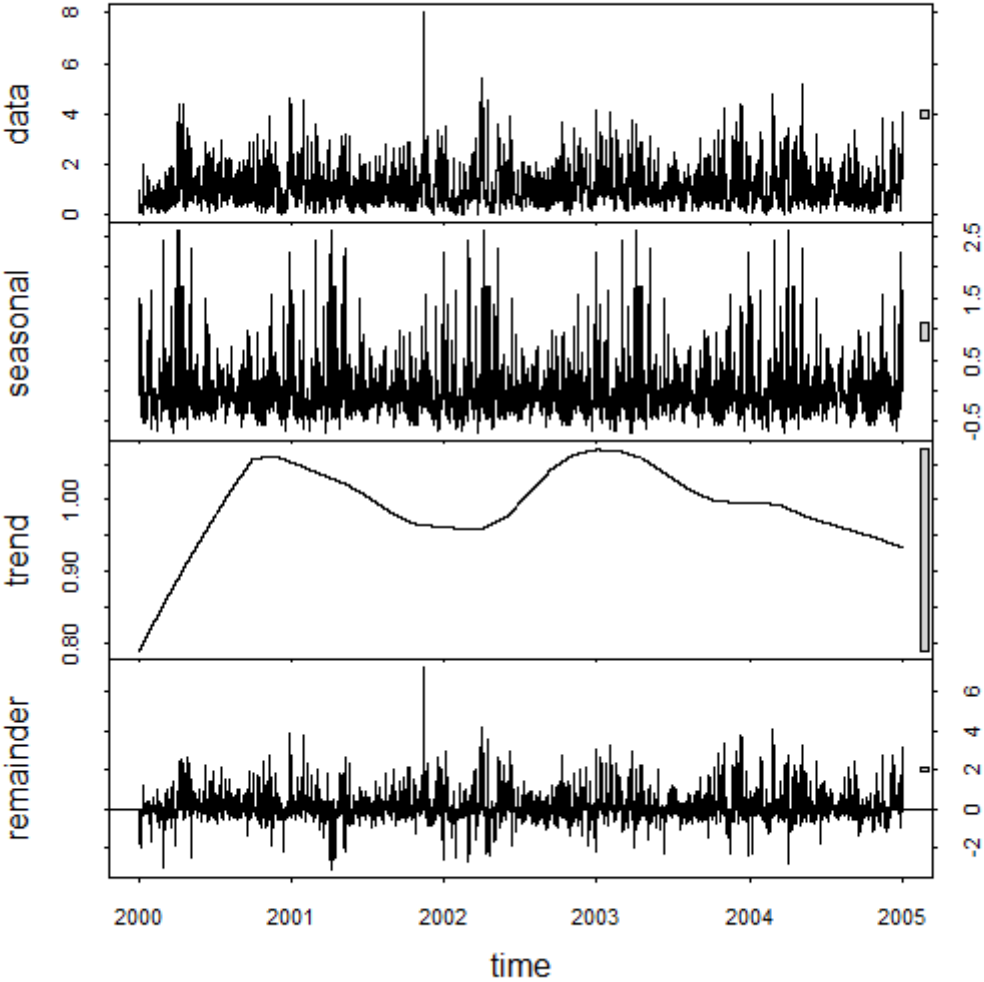


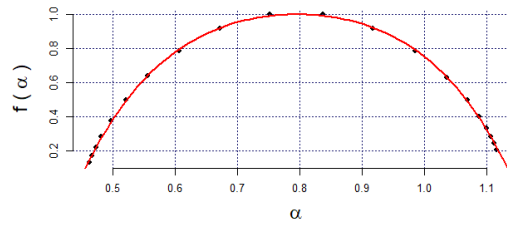
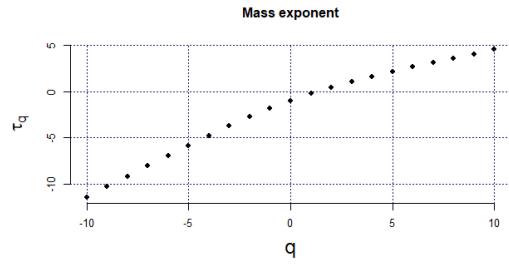
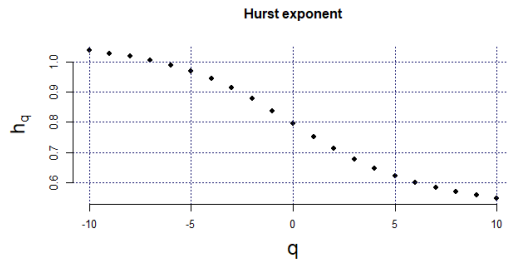
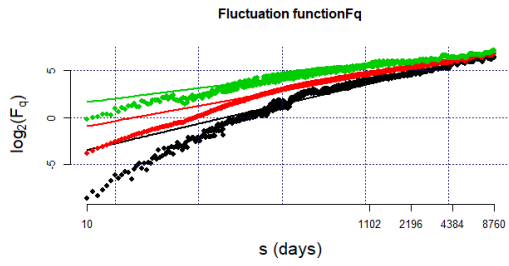
$Hq(q=2)$	0.7114
W	0.7042896



A	1.031546404
---	-------------

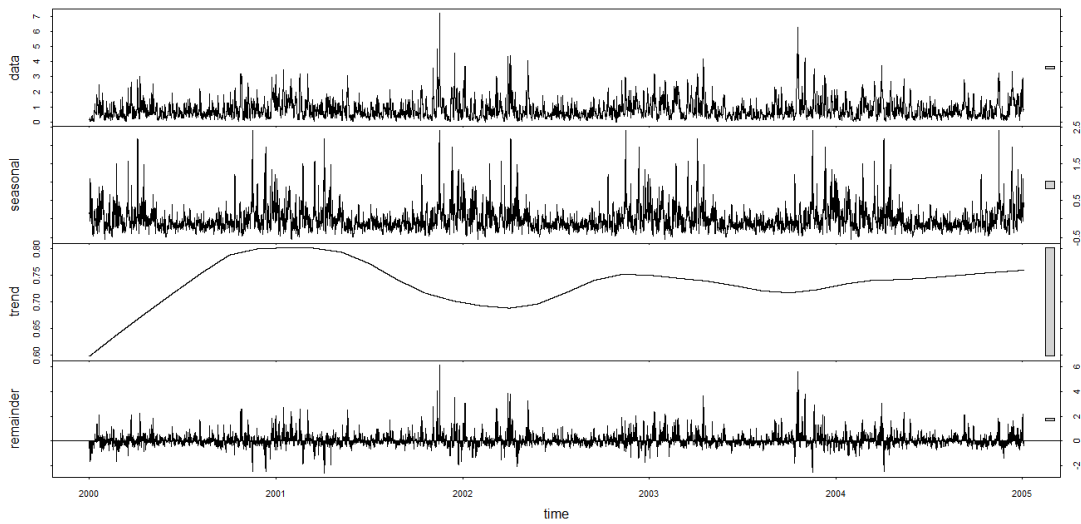
BOYA SIMAR 2096096

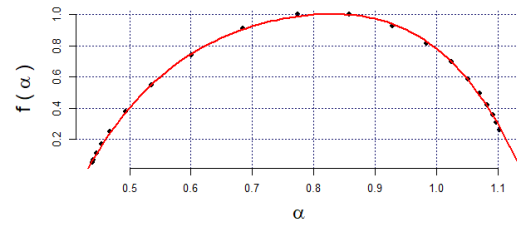
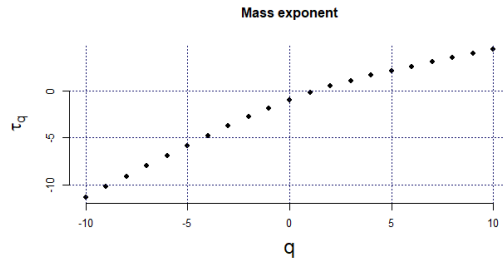
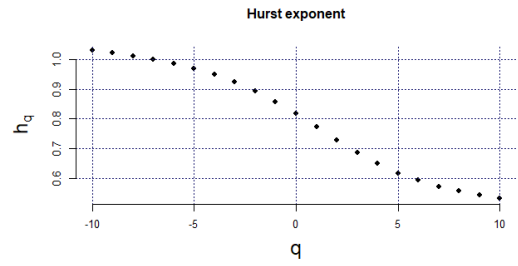
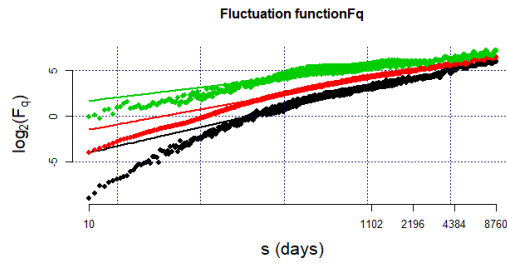




$Hq(q=2)$	0.7114
W	0.6852632
A	1.075770762

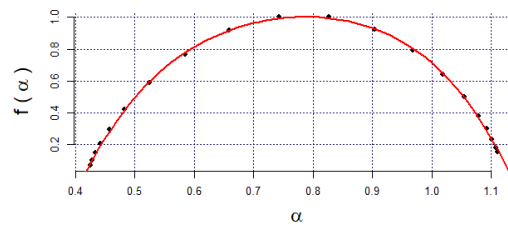
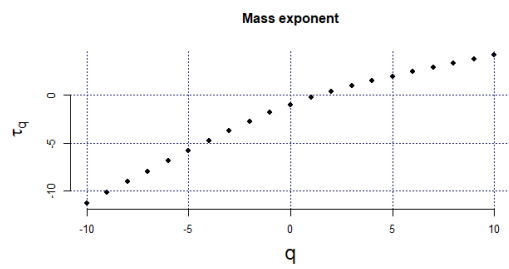
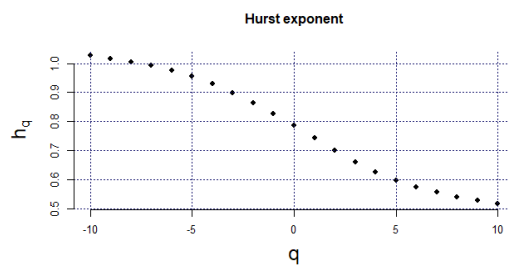
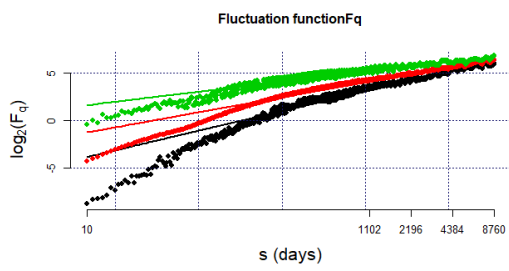
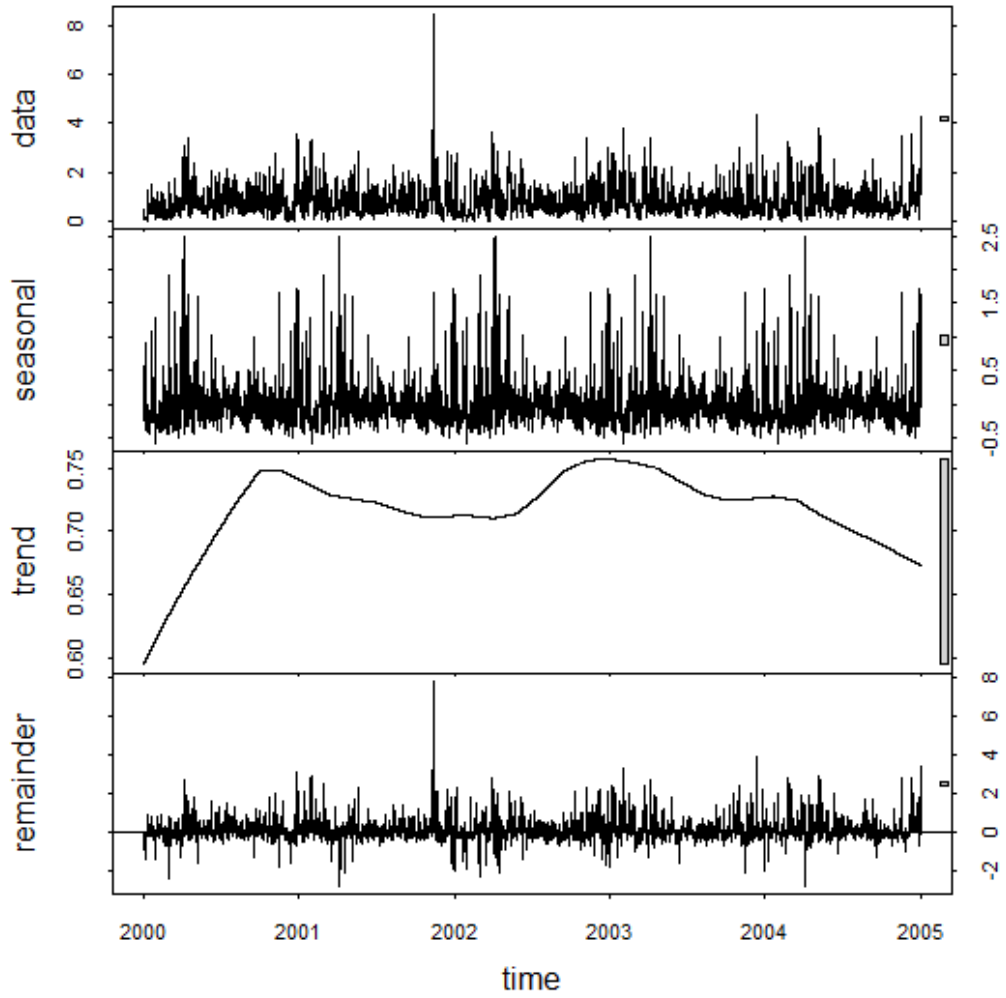
## BOYA SIMAR 2096120





Hq(q=2)	0.73
W	0.7084377
A	1.296011945
Alfa0	0.83
Alfa1	0.4301137
Alfa2	1.1385514

**BOYA SIMAR 2101079**

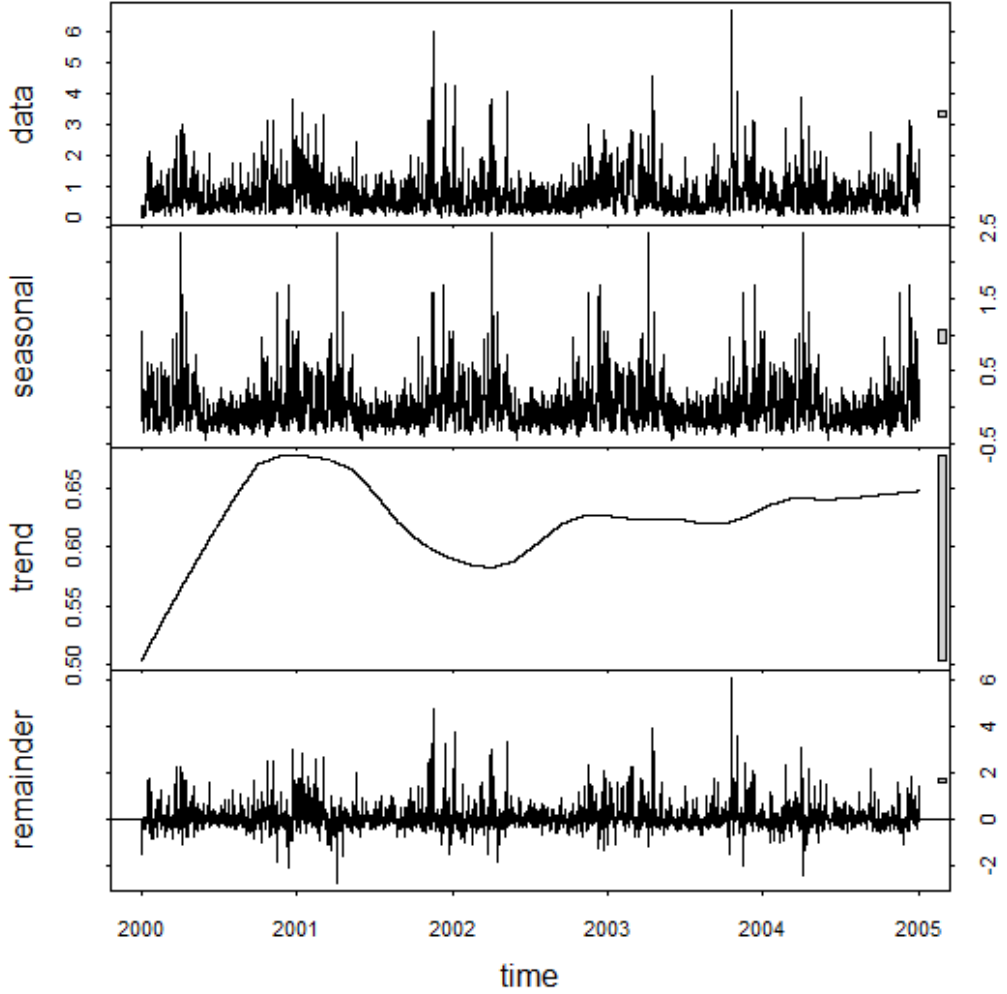


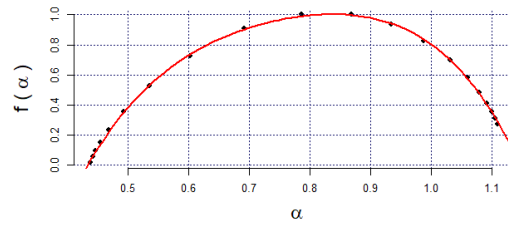
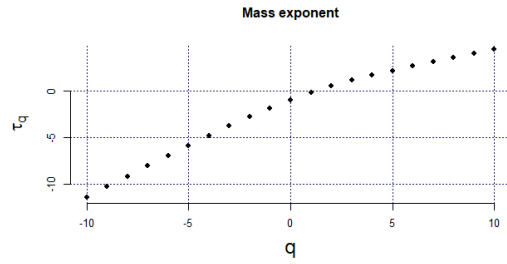
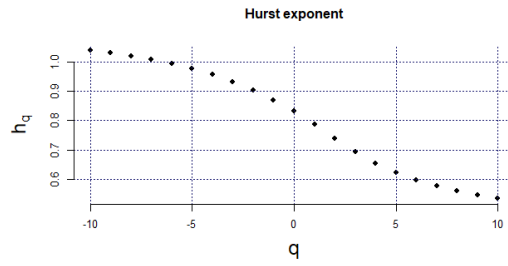
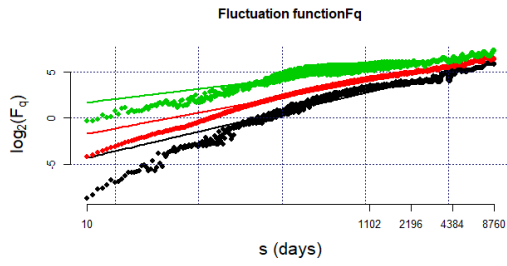
$H_q(q=2)$	0.7005
W	0.7199421

A	1.09610895
---	------------

**BOYA SIMAR 2102129**

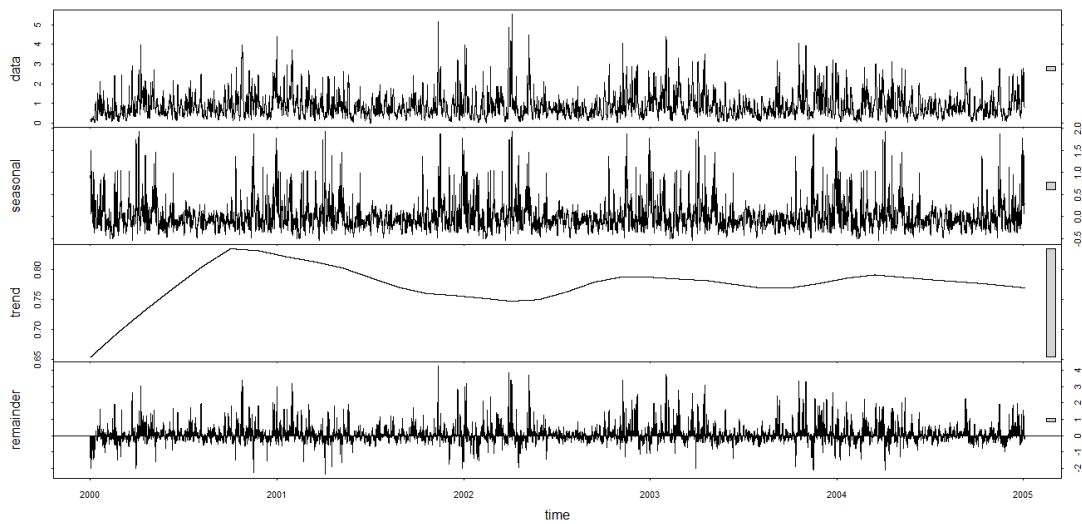
2102129

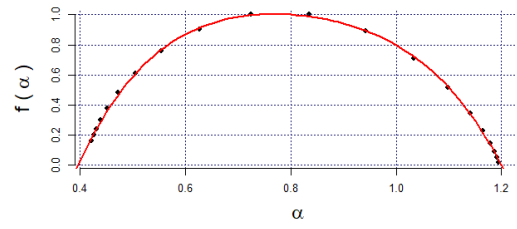
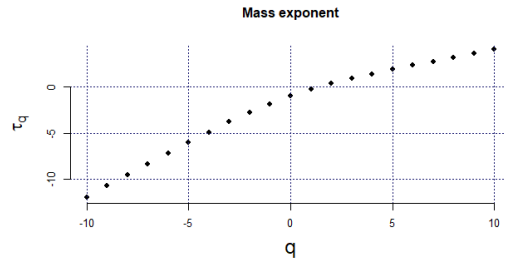
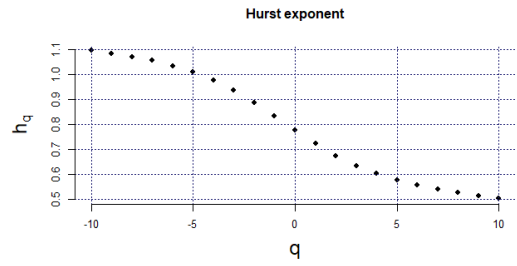
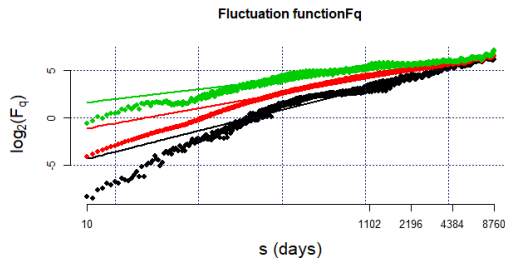




$Hq(q=2)$	0.7401
W	0.7125836
A	1.325536981

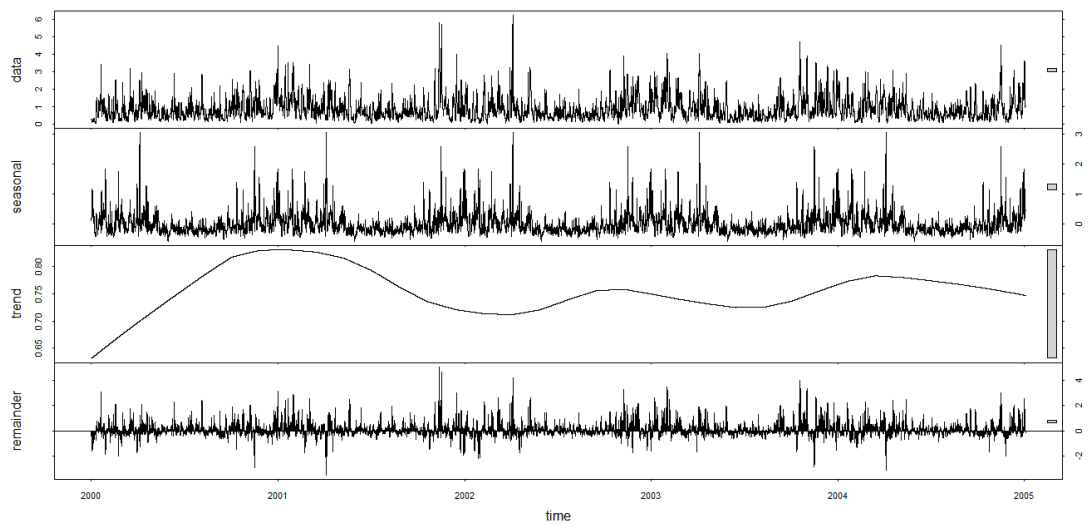
## BOYA SIMAR 2108108

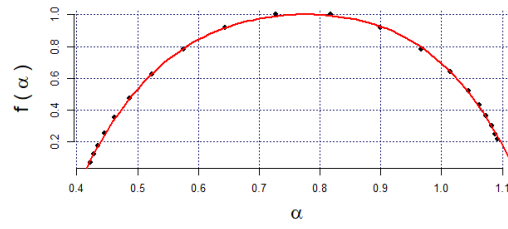
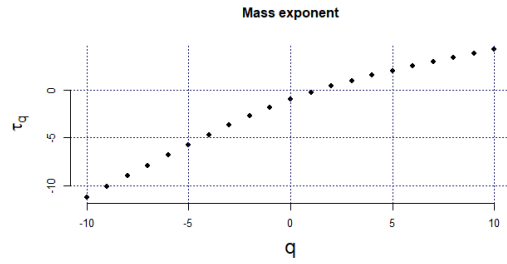
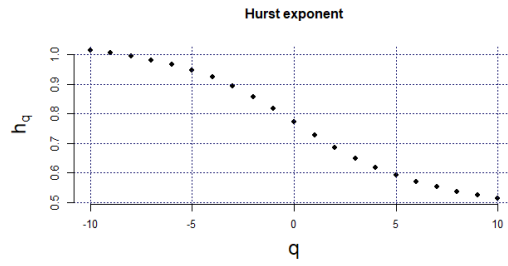
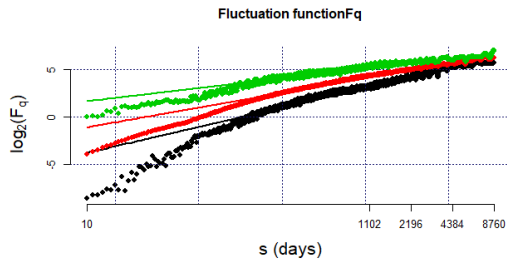




Hq(q=2)	0.6755
W	0.8036723
A	0.870400319
Alfa0	0.77
Alfa1	0.3960070
Alfa2	1.1996793

## BOYA SIMAR 2109115

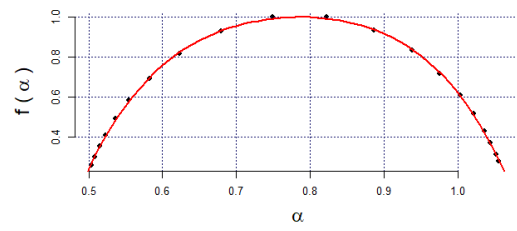
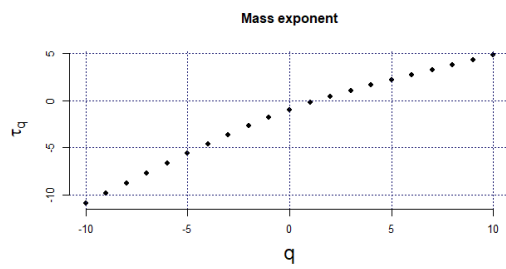
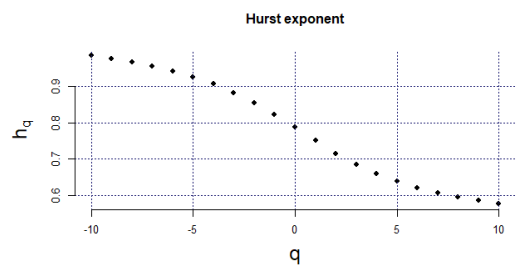
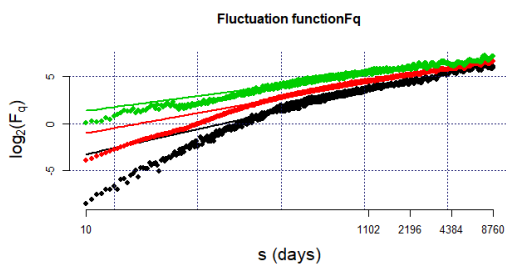
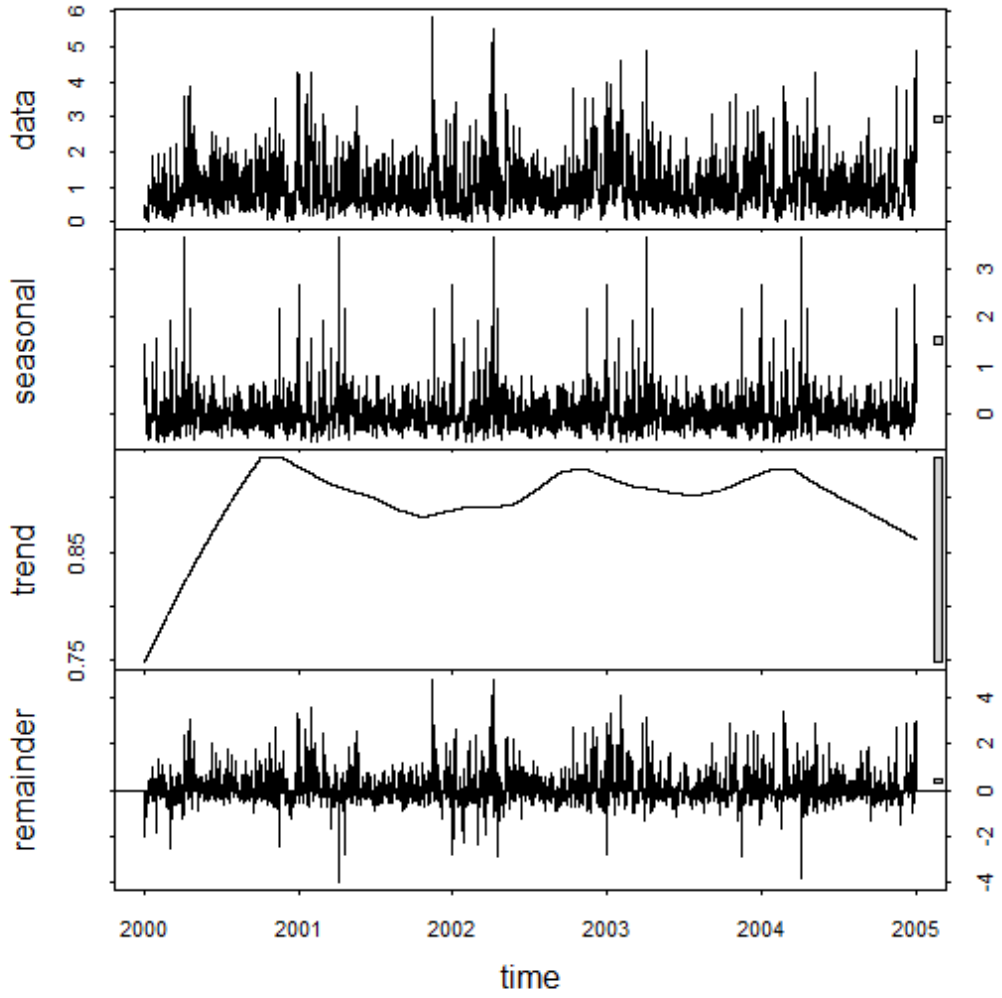




$Hq(q=2)$	0.6859
W	0.711321
A	1.074998797
Alfa0	0.78
Alfa1	0.4114845
Alfa2	1.1228055

**BOYA SIMAR 2120084**

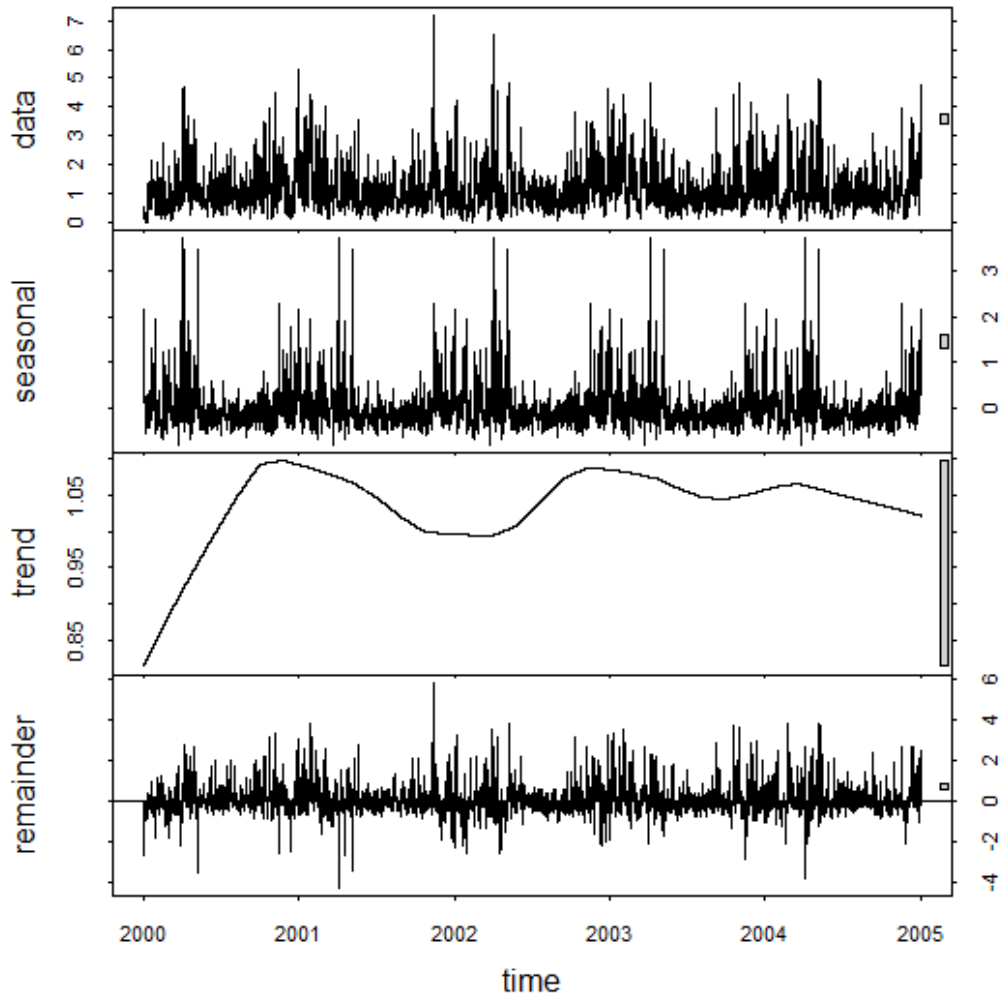


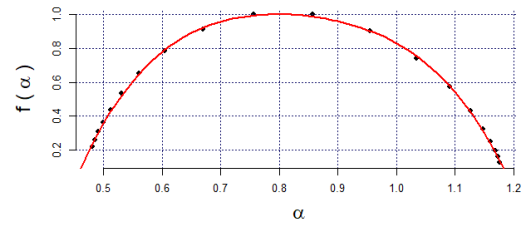
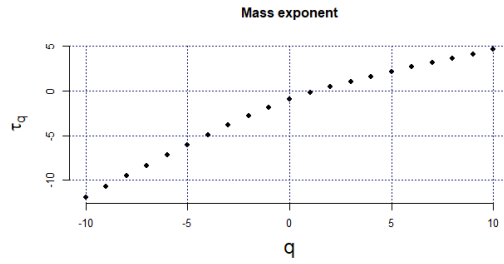
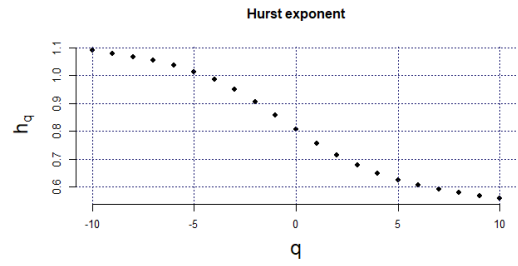
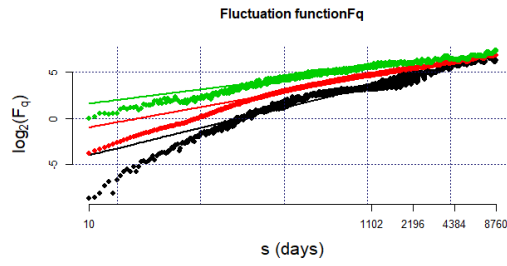


$H_q(q=2)$	0.79
W	0.6187

A	1.064695679
---	-------------

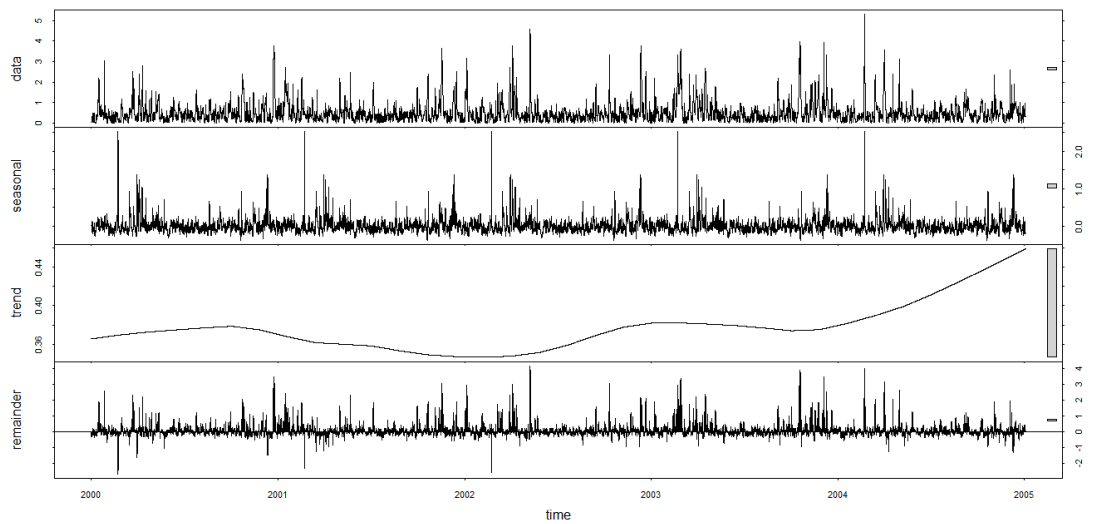
**BOYA SIMAR 2120096**

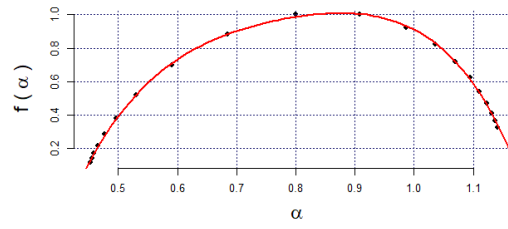
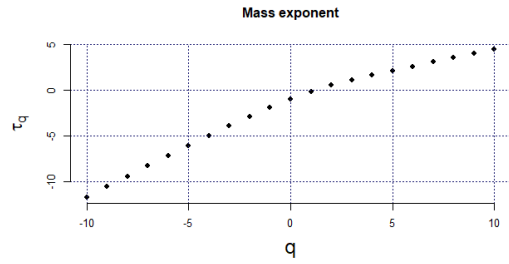
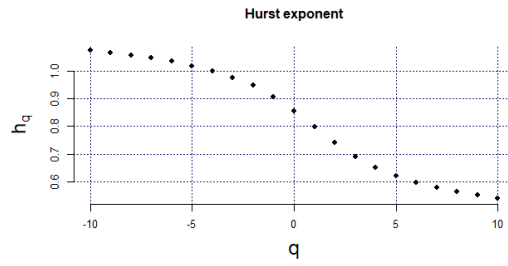
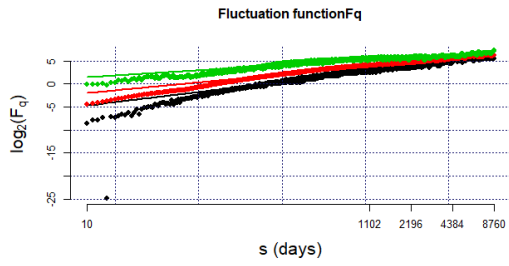




$Hq(q=2)$	0.713
W	0.7462497
A	0.8835267

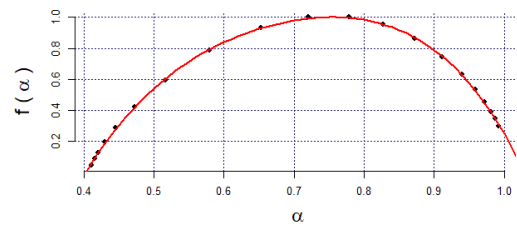
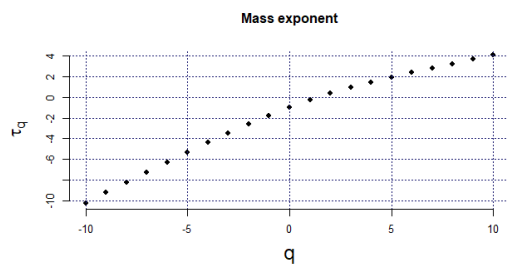
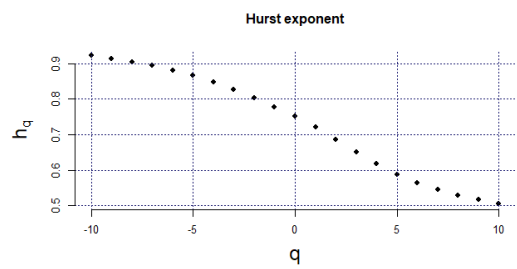
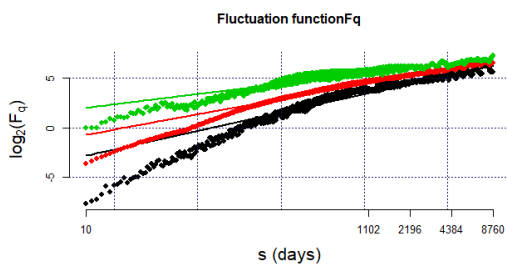
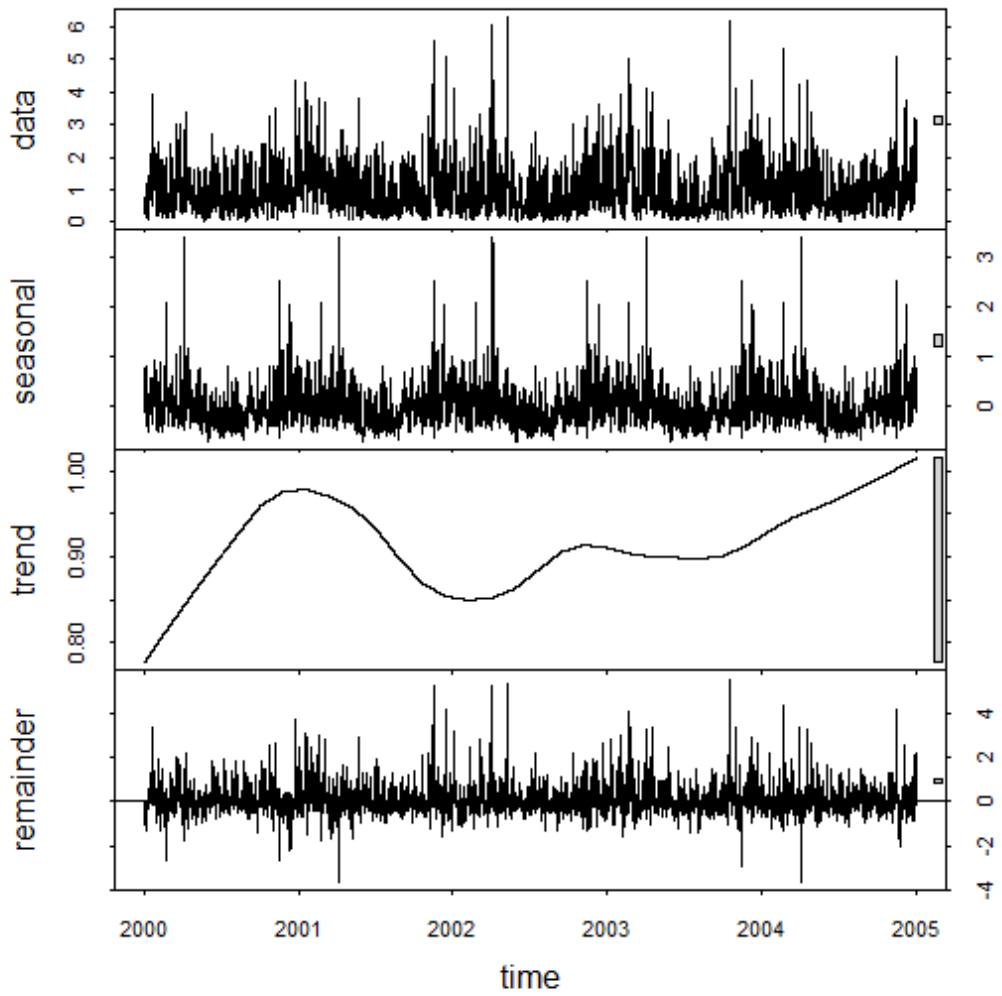
## BOYA SIMAR 2121154





$Hq(q=2)$	0.7417
W	0.7504145
A	1.465734542
Alfa0	0.88
Alfa1	0.4339226
Alfa2	1.1843371

**BOYA SIMAR 2128143**



$Hq(q=2)$	0.6869
W	0.6252893

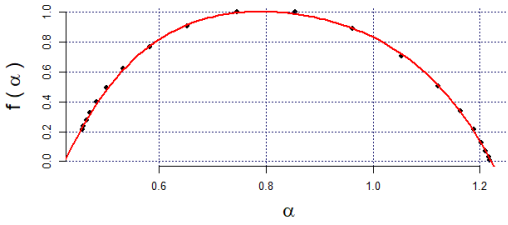
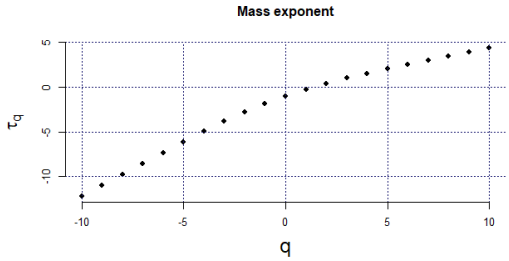
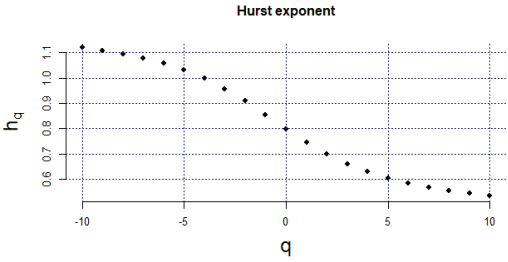
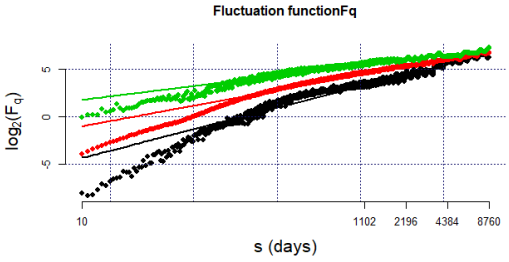
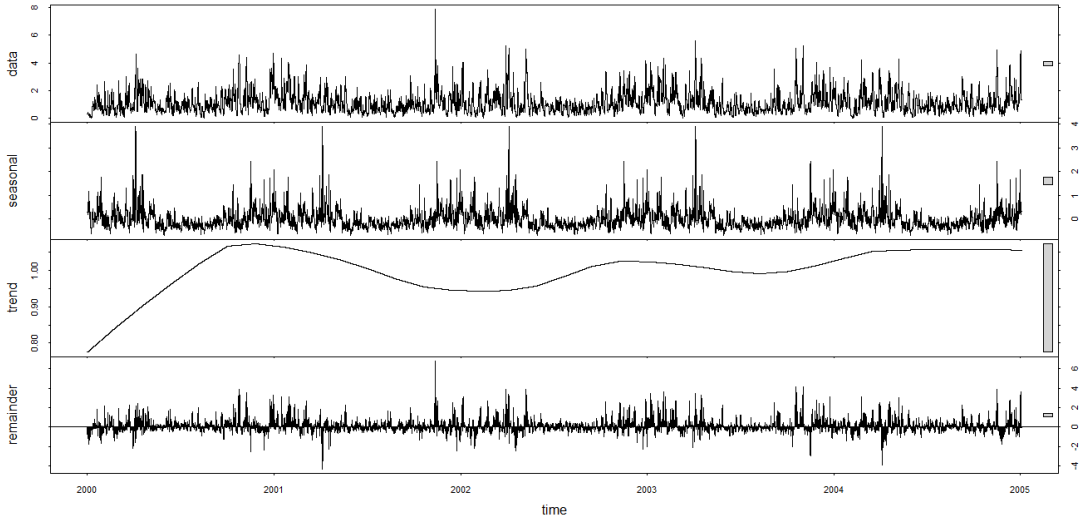
A	1.245796647
---	-------------

Alfa0=0.75

Alfa1=0.4031372

Alfa2=1.0284265

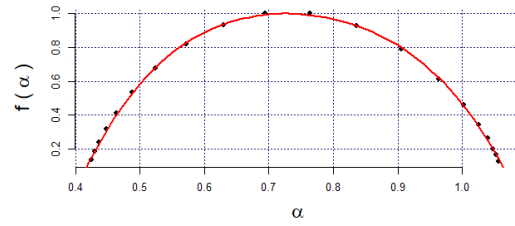
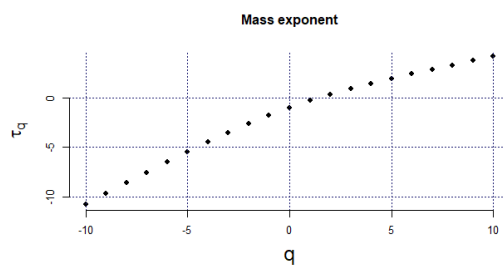
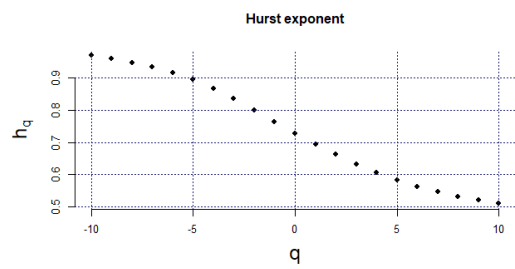
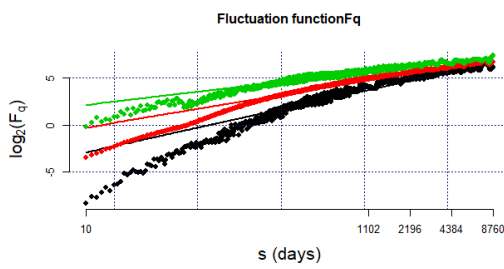
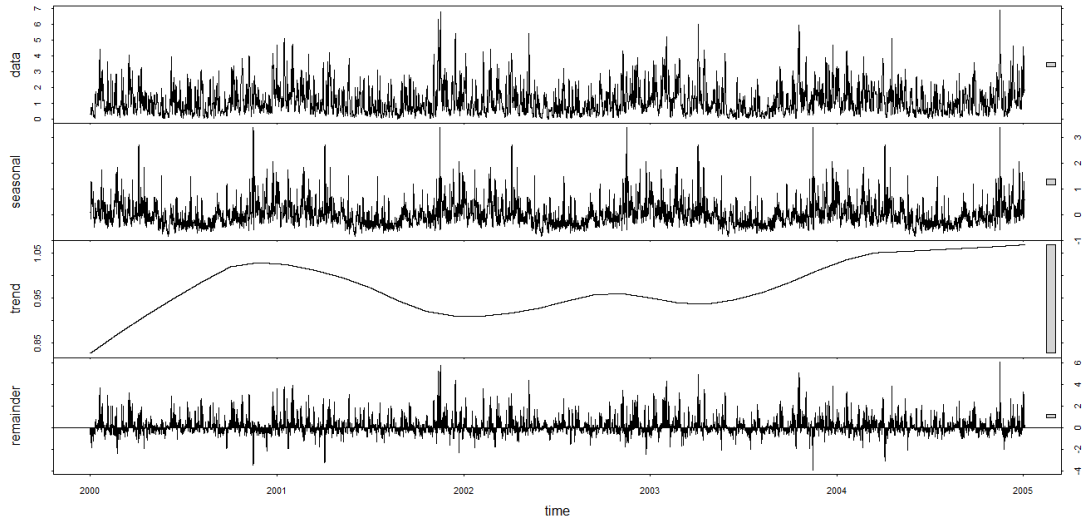
**BOYA SIMAR 2132108**



Hq(q=2)	0.6995
W	0.7981999
A	0.849495489
Alfa0	0.79

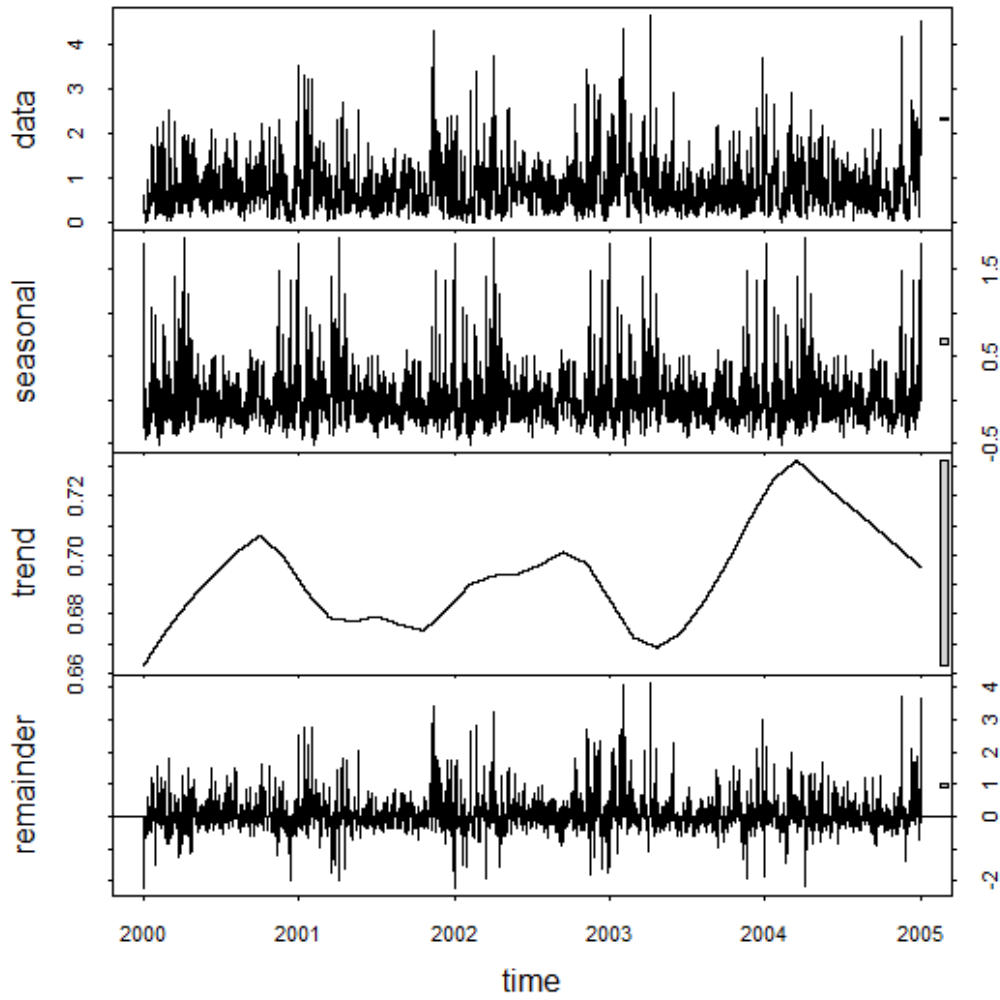
Alfa1	0.4233772
Alfa2	1.2215771

**BOYA SIMAR 2132132**



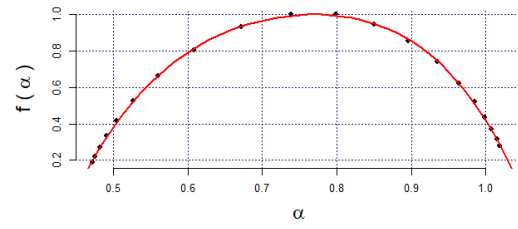
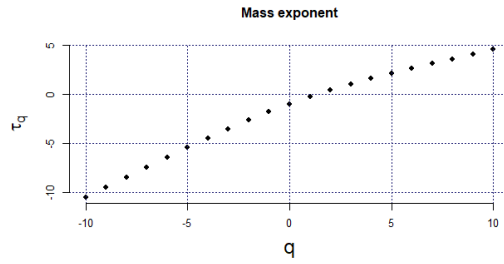
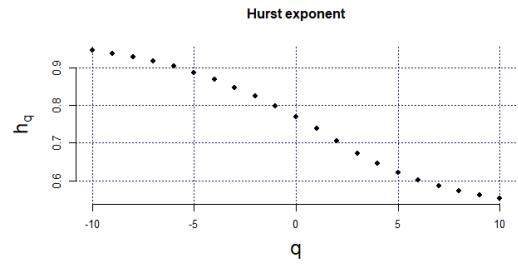
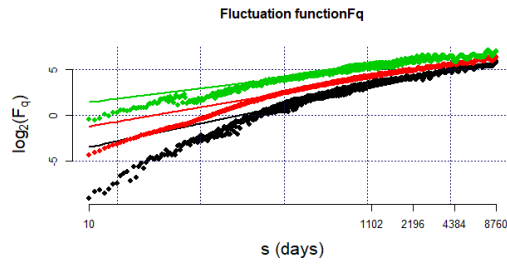
Hq(q=2)	0.6619
W	0.4488847
A	1.3602814560
Alfa0	0.73
Alfa1	0.4712980
Alfa2	0.9201827

**BOYA SIMAR 2135083**



*Ilustración 2.- Descomposición STL de la serie temporal de la boya*



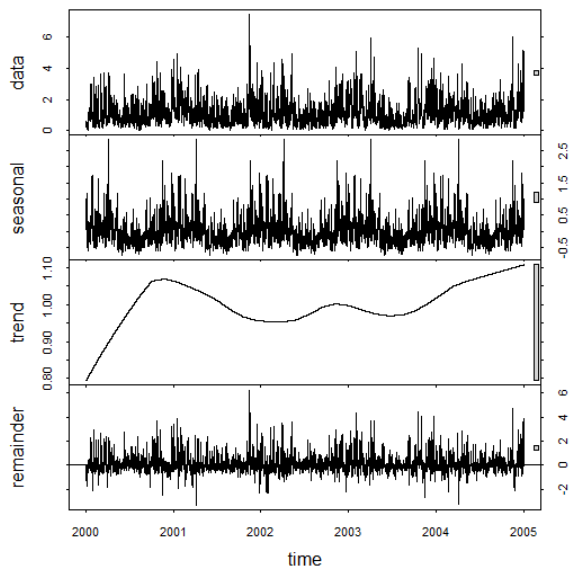


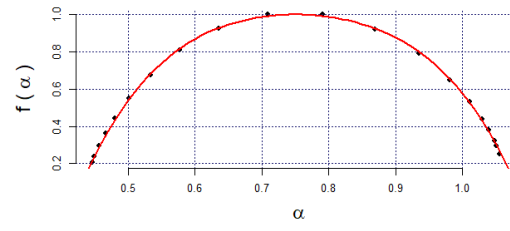
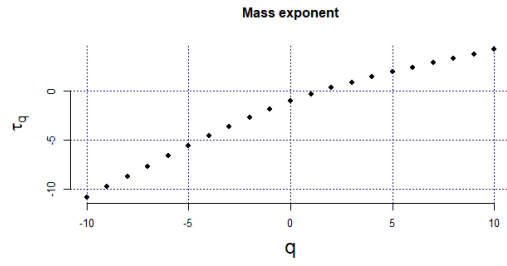
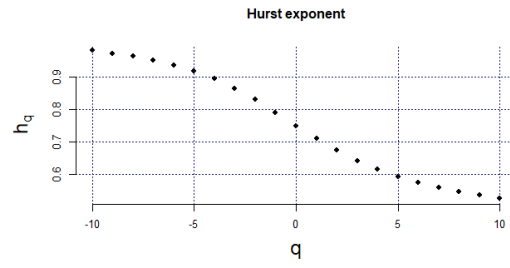
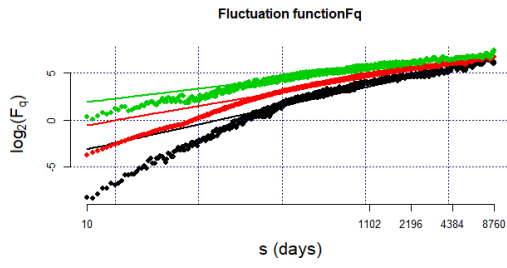
$$H_q (q=2) = 0,7386$$

$$W = 0,7343863$$

$$A = 0,986447$$

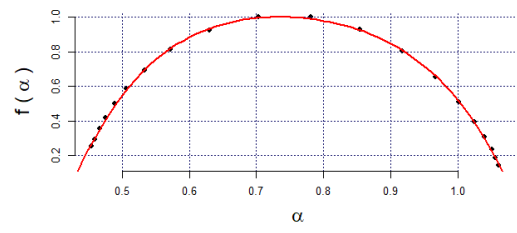
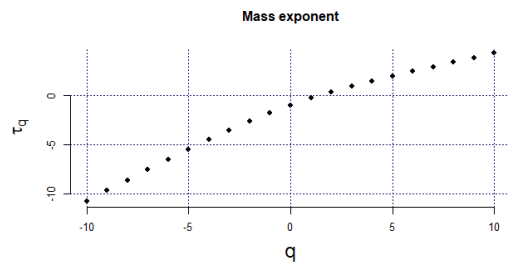
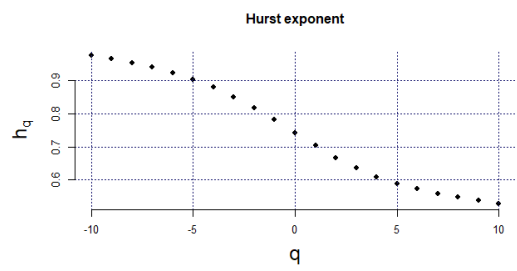
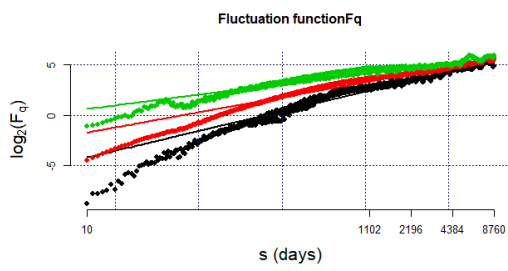
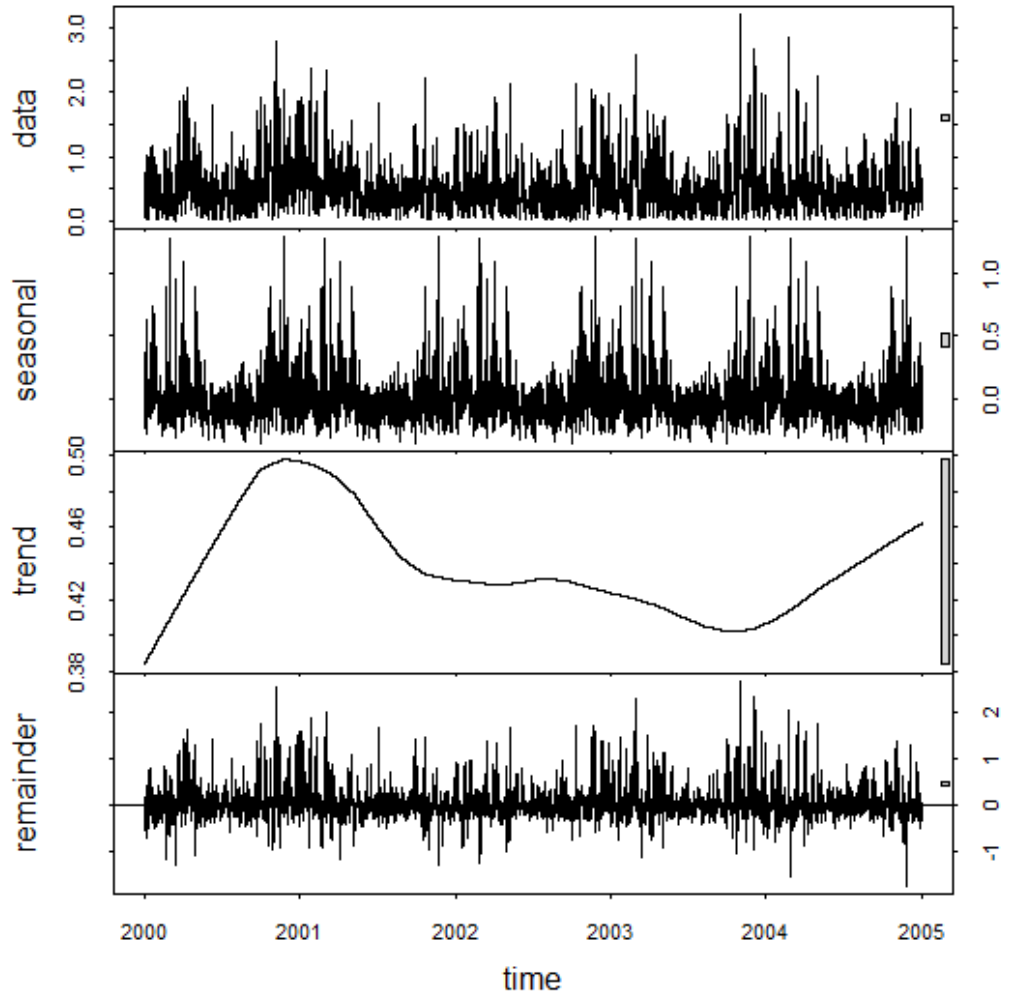
### BOYA SIMAR 2137117





$Hq(q=2)$	0.6727
W	0.6707751
A	0.97200258
Alfa0	0.75
Alfa1	0.4193741
Alfa2	1.0901492

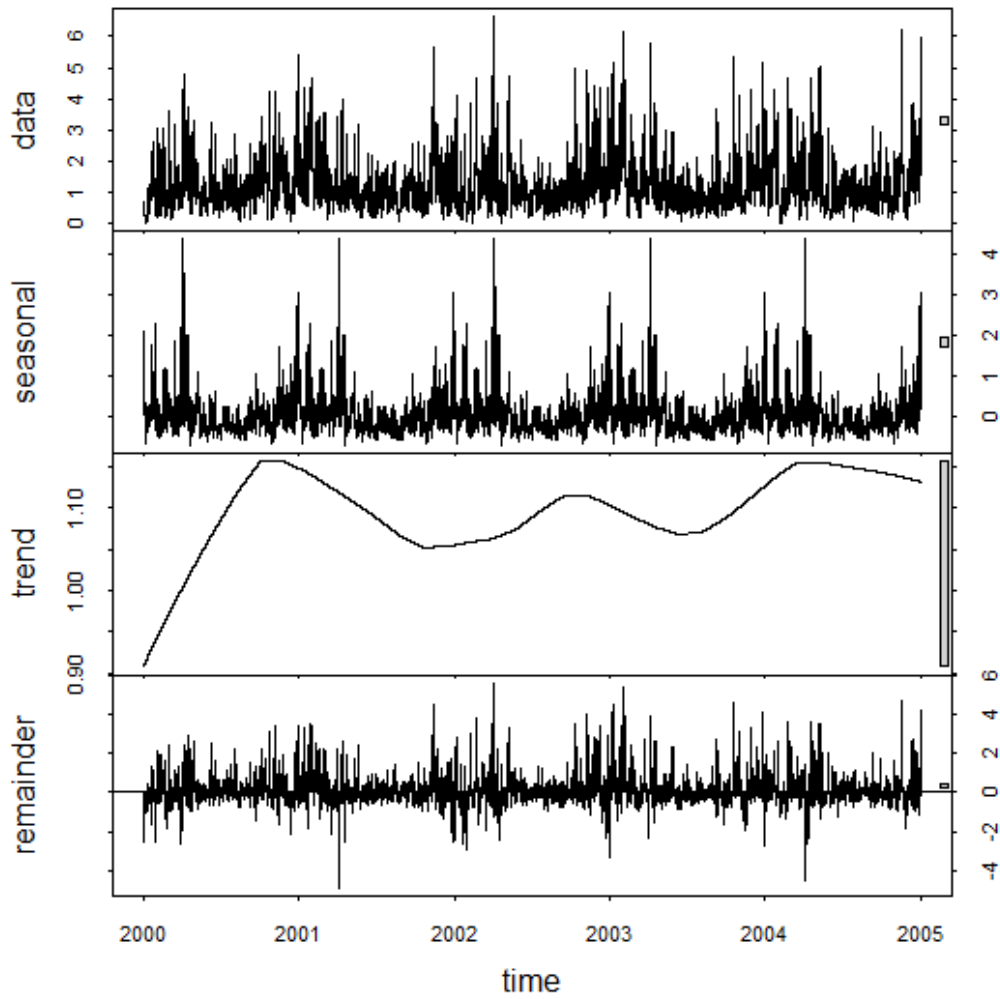
**BOYA SIMAR 2137161**

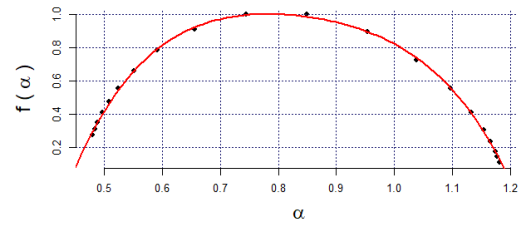
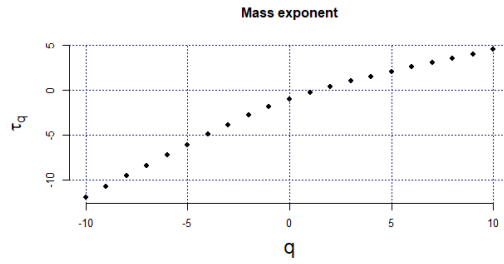
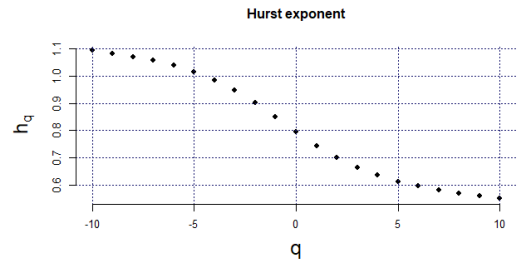
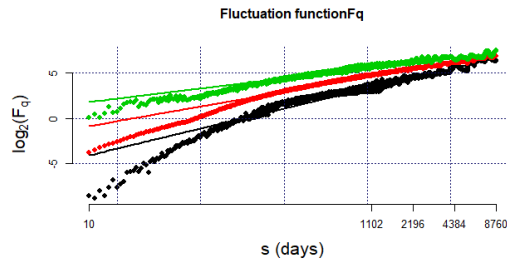


$Hq(q=2)$	0.6666
-----------	--------

W	0.6598351
A	0.877574591

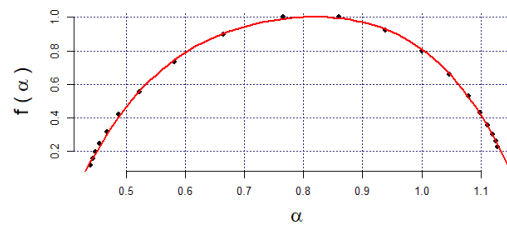
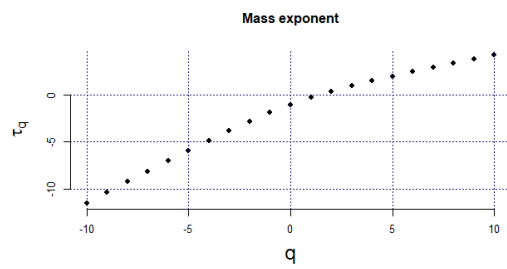
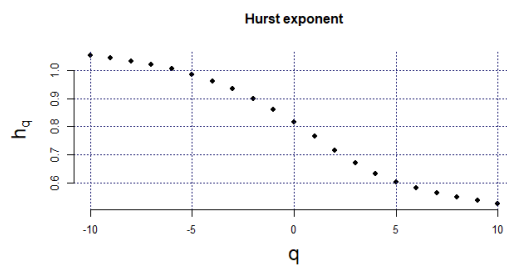
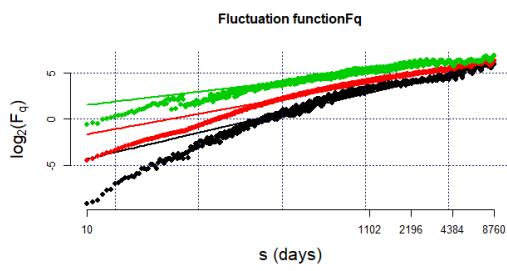
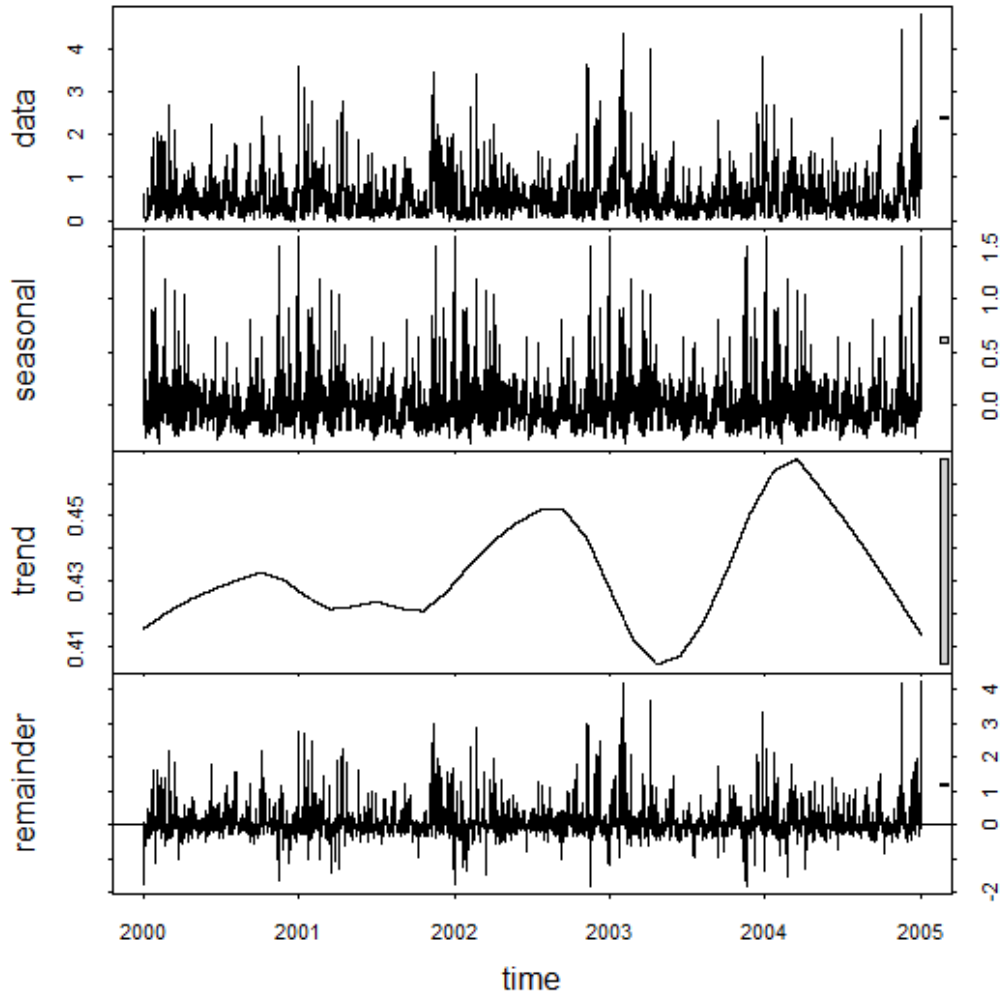
BOYA SIMAR 2144096





$Hq(q=2)$	0.6998
W	0.758633
A	0.807615721

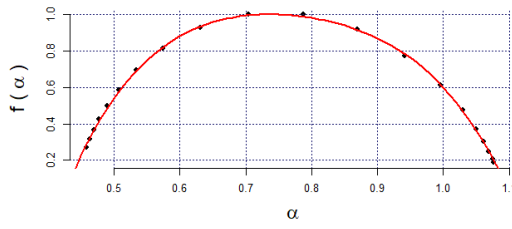
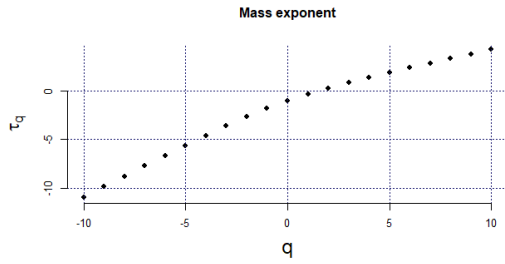
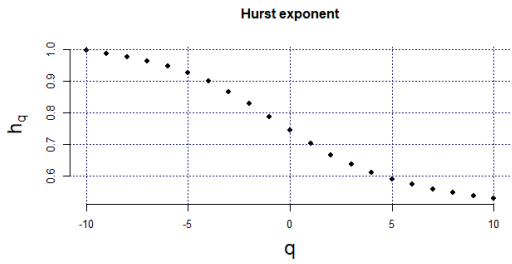
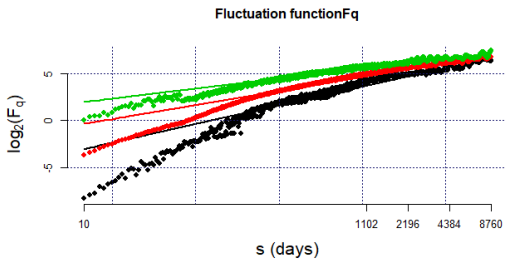
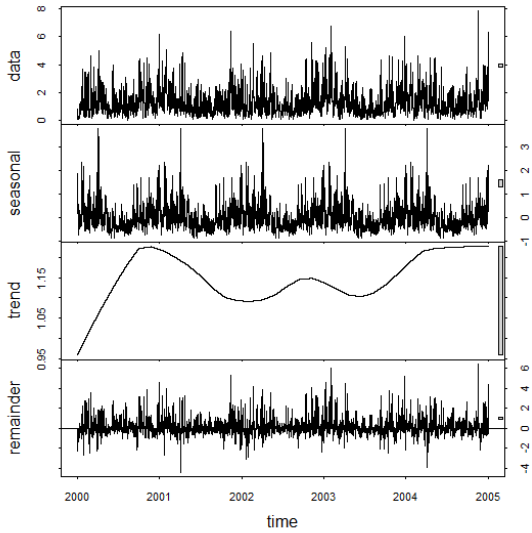
**BOYA SIMAR 2148080**



$Hq(q=2)$	0.7152
W	0.7405242

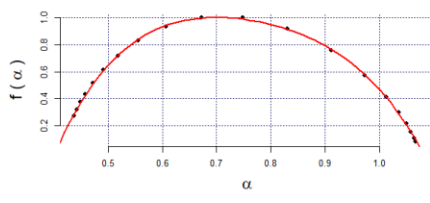
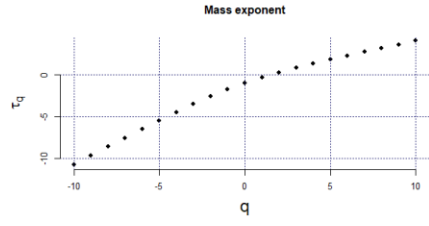
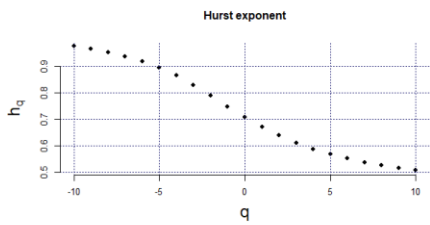
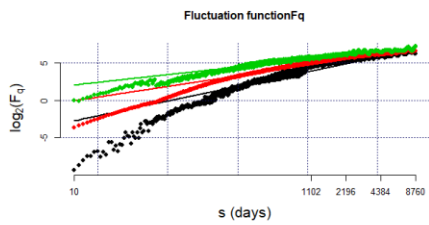
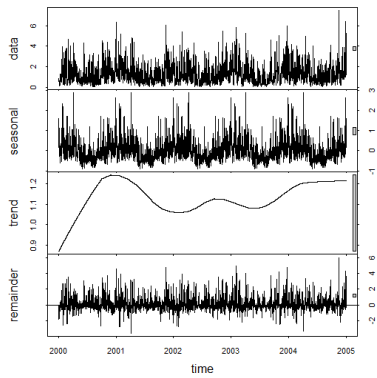
A	1.174501173
---	-------------

**BOYA SIMAR 2156108**



Hq(q=2)	0.6675
W	0.6811575
A	0.872564476
Alfa0	0.74
Alfa1	0.4225990
Alfa2	1.1037565

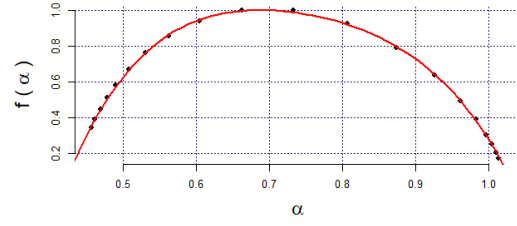
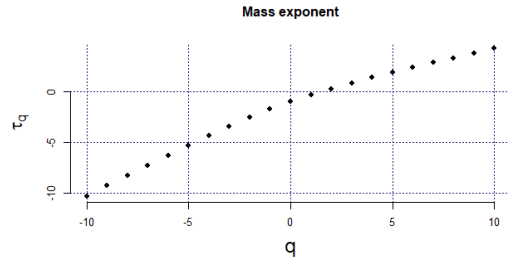
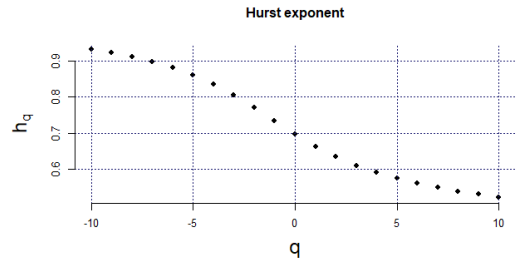
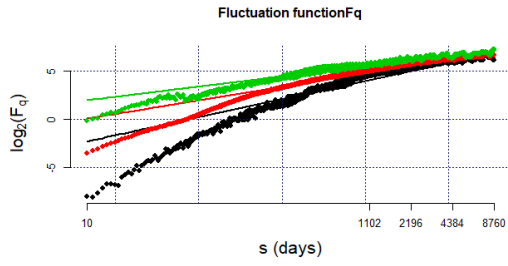
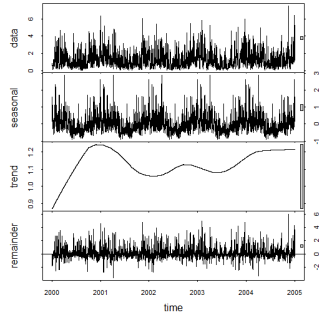
# BOYA SIMAR 2156120



$H_q(q=2)$	0.6394
W	0.6765819
A	0.783277961
Alfa0	0.7
Alfa1	0.4028216
Alfa2	1.0794035

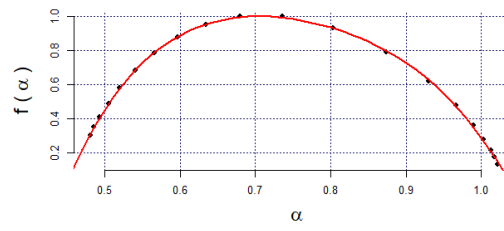
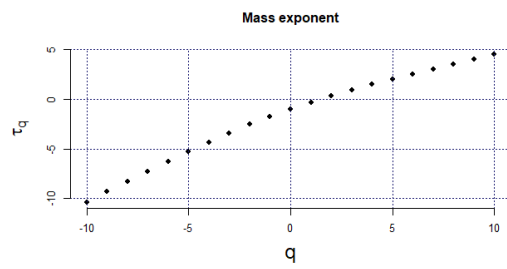
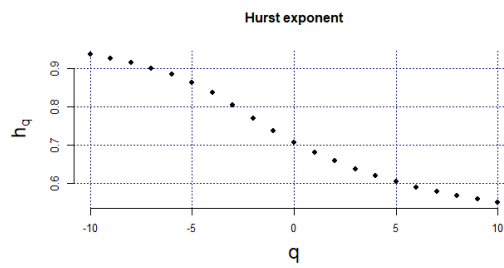
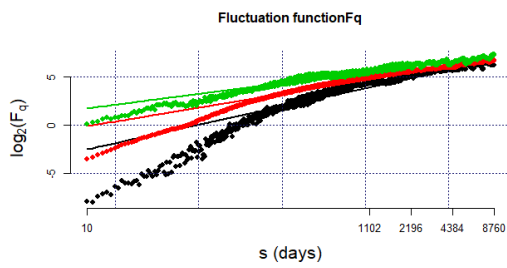
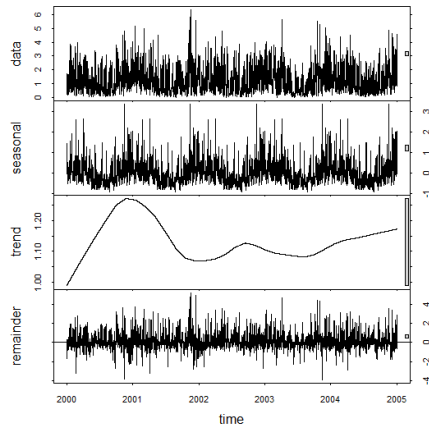
# BOYA SIMAR 2156132





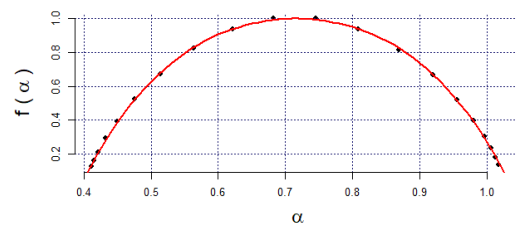
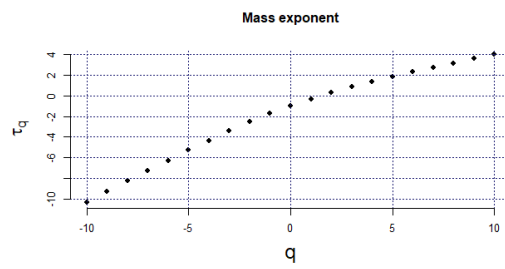
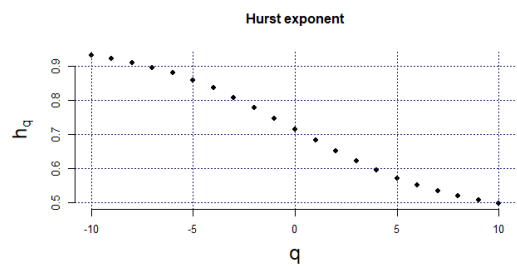
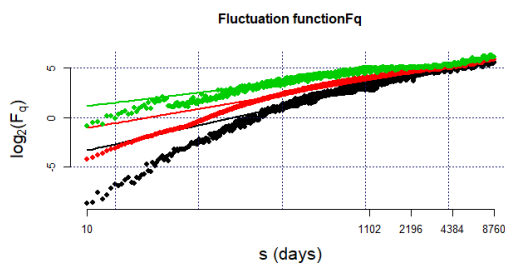
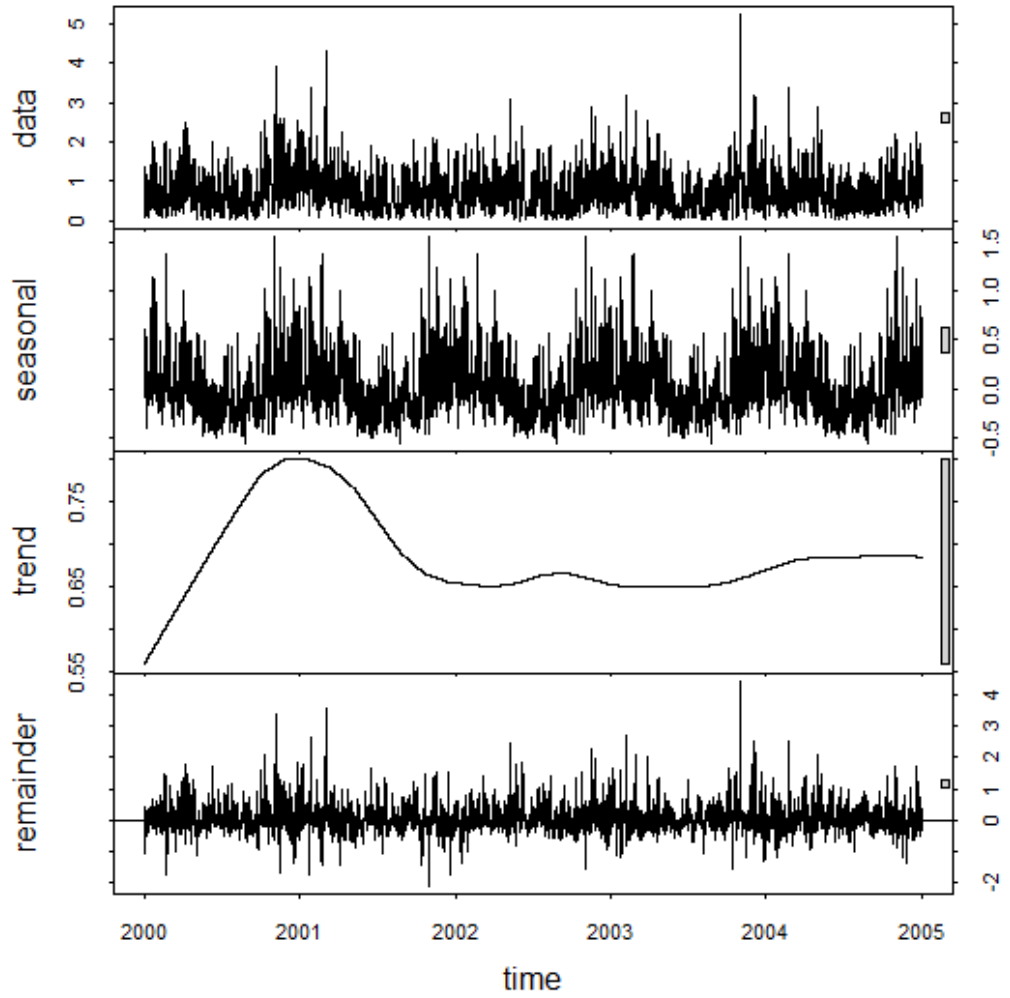
Hq(q=2)	0.6341
W	0.6196766
A	0.399002658
Alfa0	0.69
Alfa1	0.4175949
Alfa2	1.0372715

**BOYA SIMAR 2156144**



$H_q(q=2)$	0.6572
W	0.594673
A	0.74021738
Alfa0	0.7
Alfa1	0.4470504
Alfa2	1.0417234

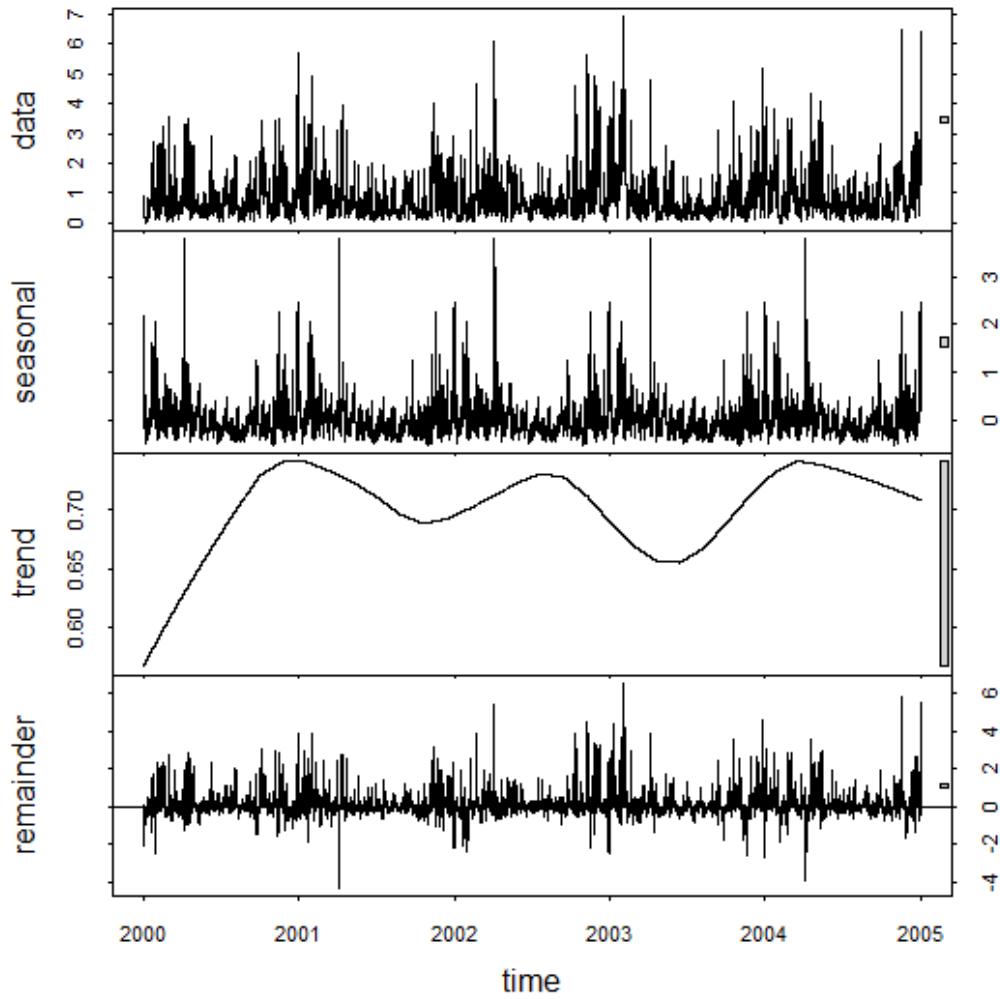
**BOYA SIMAR 2156156**

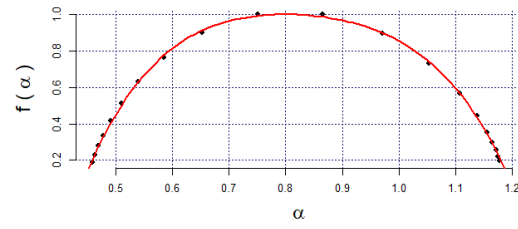
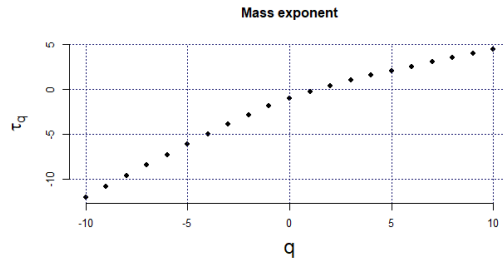
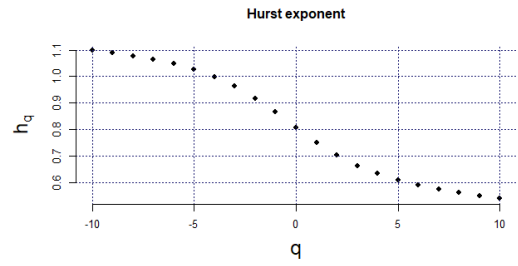
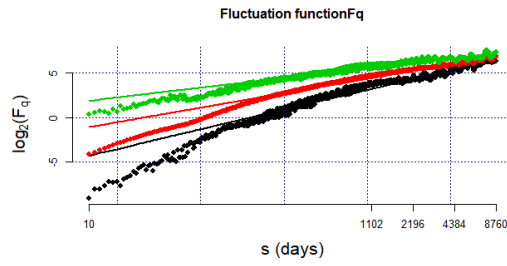


$Hq(q=2)$	0.6518
-----------	--------

W	0.6433582
A	1.029891895

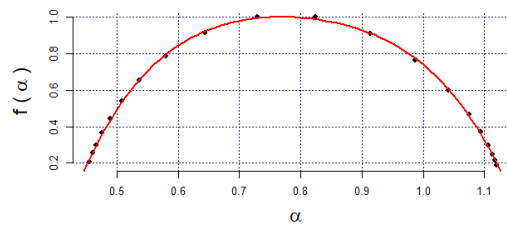
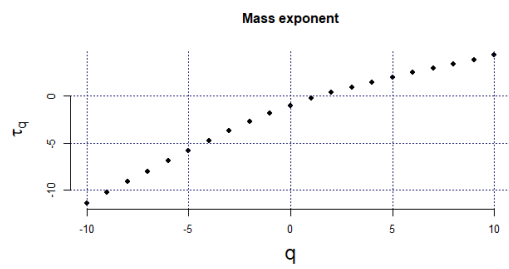
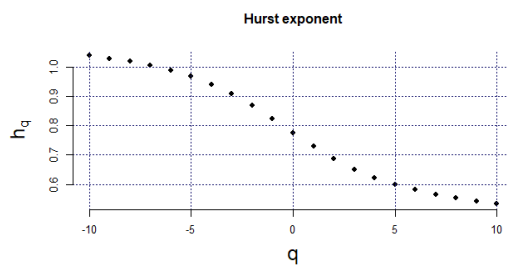
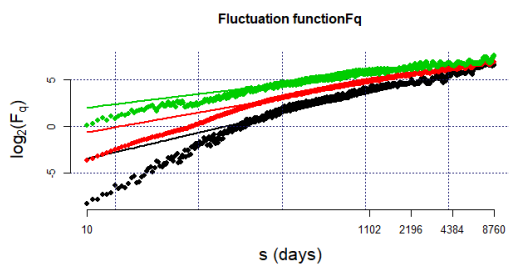
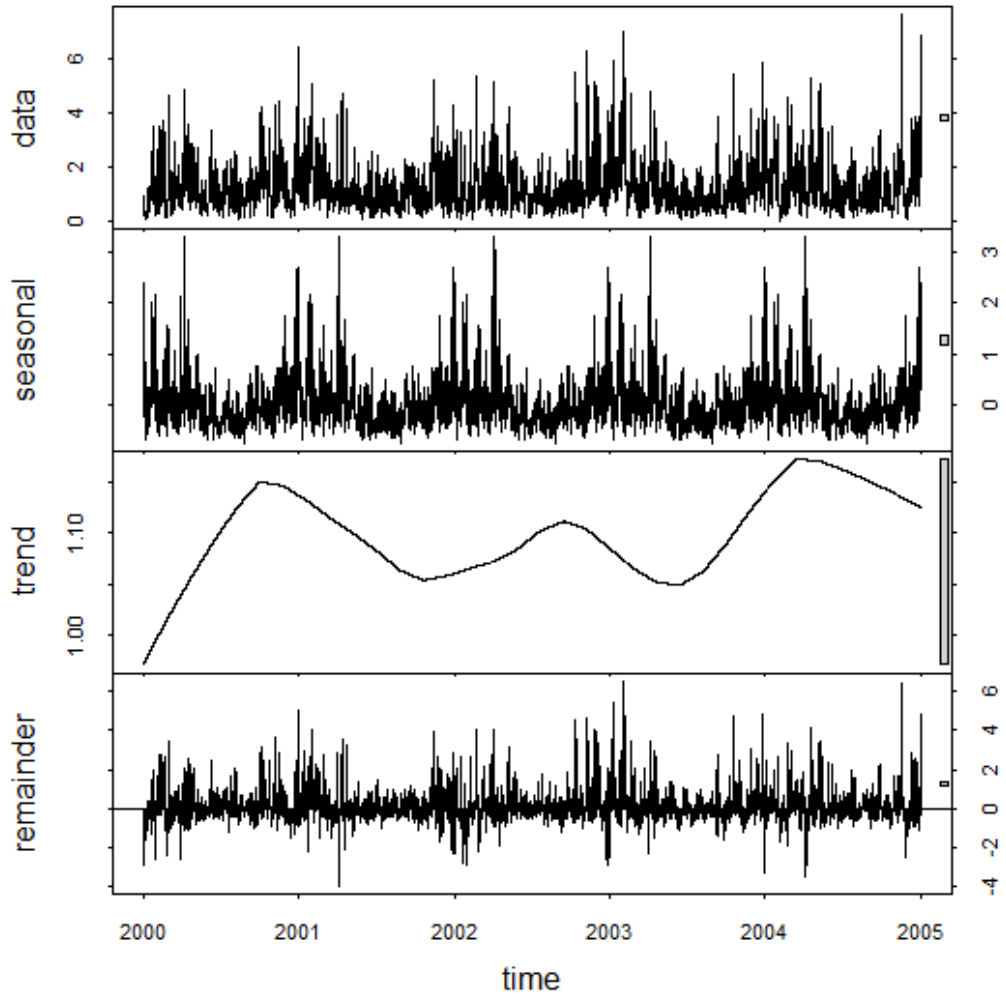
**BOYA SIMAR 2160085**





$Hq(q=2)$	0.7019
W	0.7773
A	0.901545308

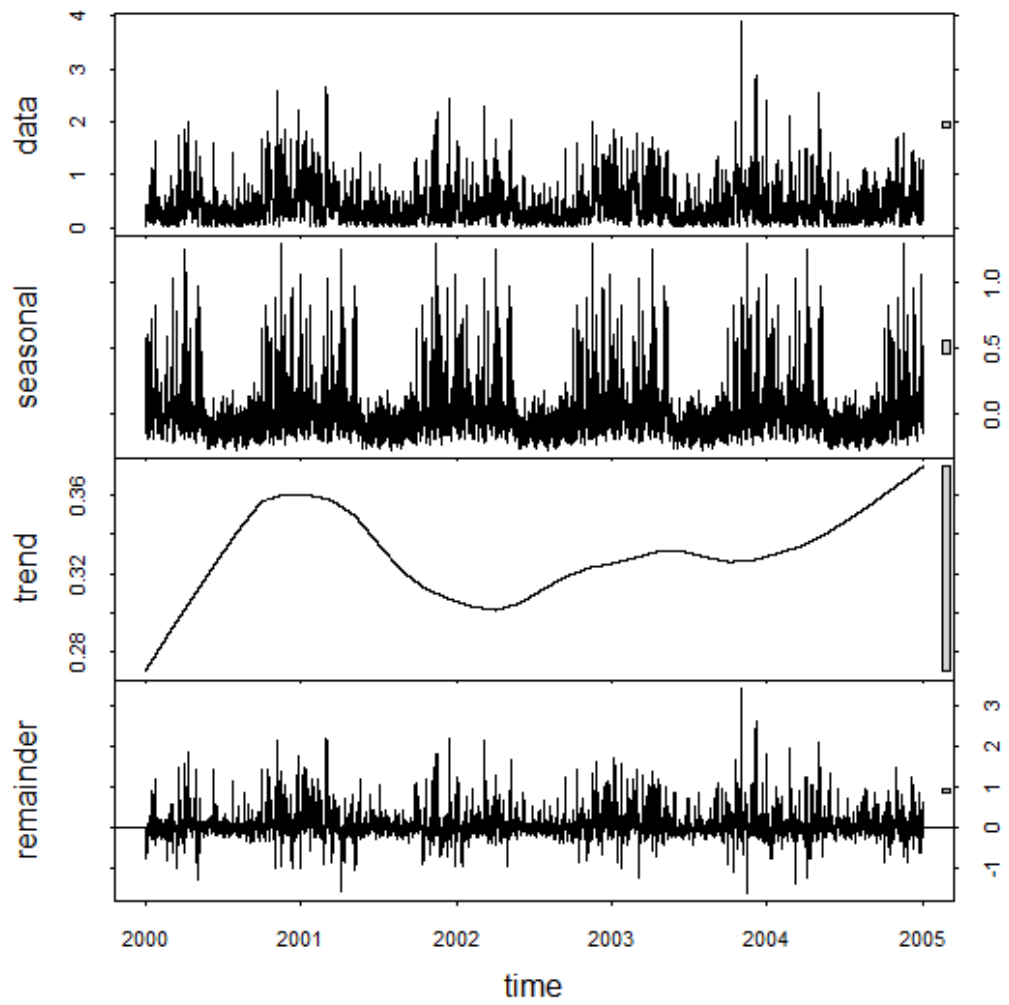
**BOYA SIMAR 2168096**

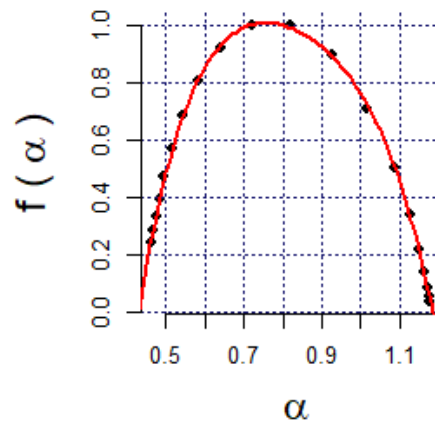
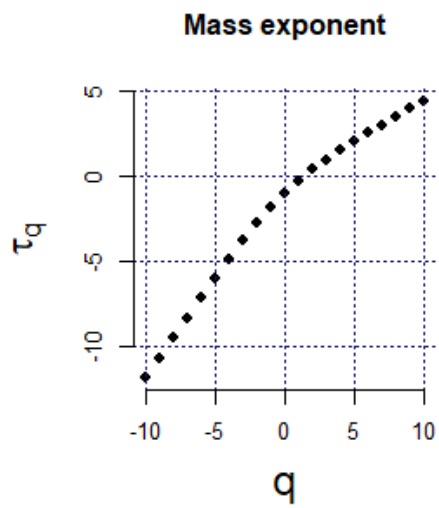
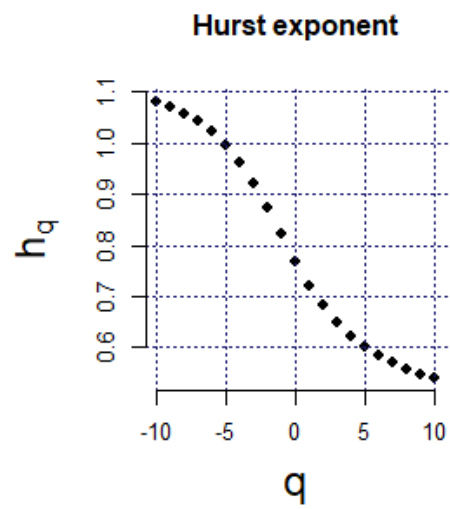
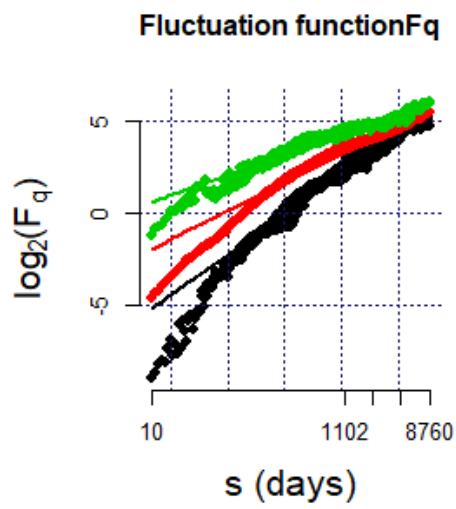


$Hq(q=2)$	0.6868
-----------	--------

W	0.7228239
A	0.907676322

**BOYA SIMAR 2168162**

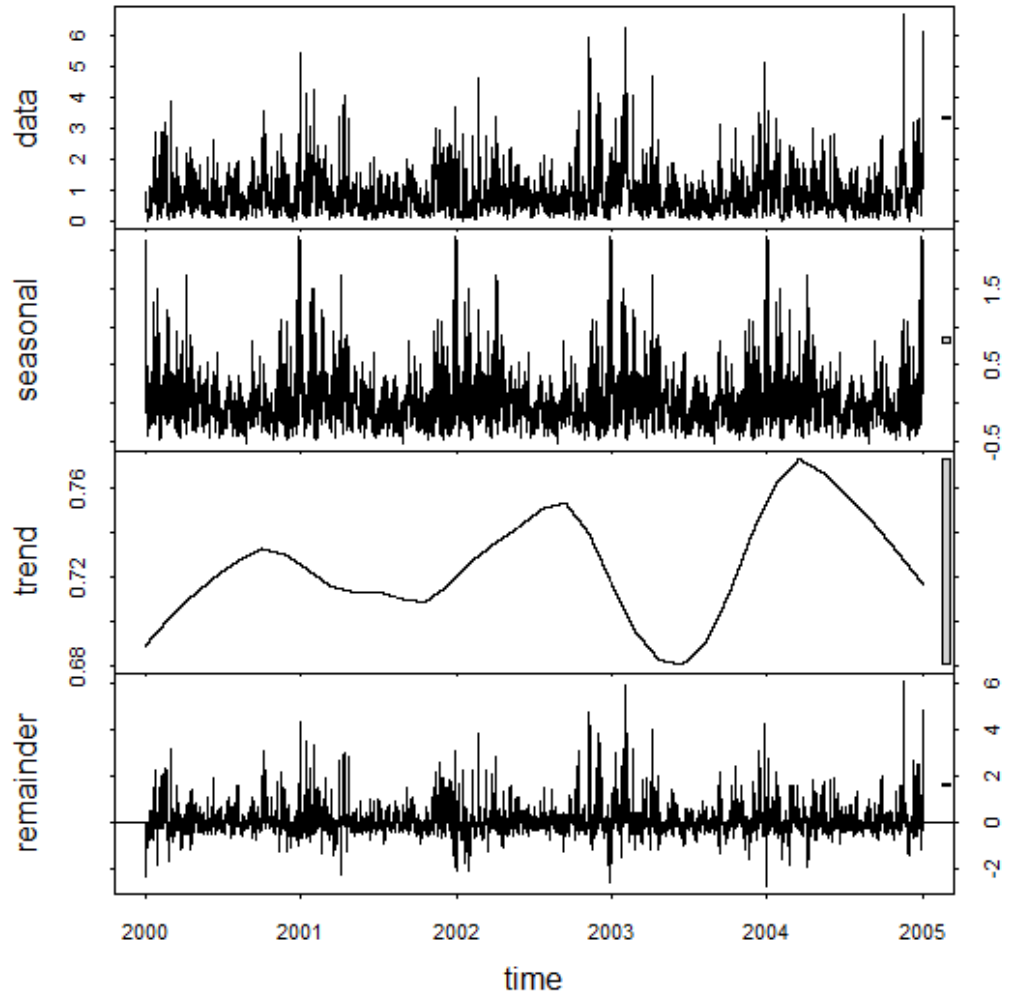




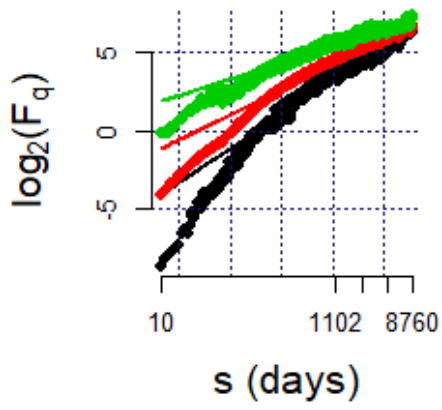
$H_q(q=2)$	0.6813
W	0.7561545
A	0.777189915

**BOYA SIMAR 2174085**

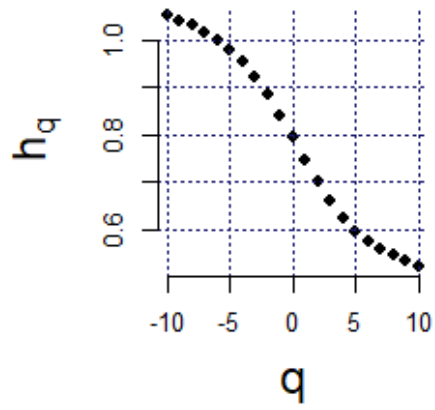




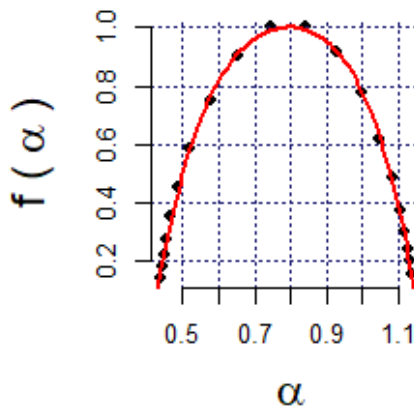
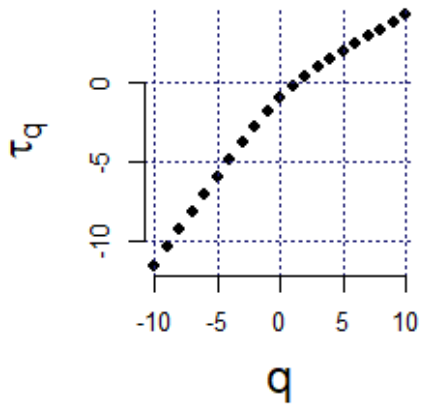
**Fluctuation function  $F_q$**



**Hurst exponent**

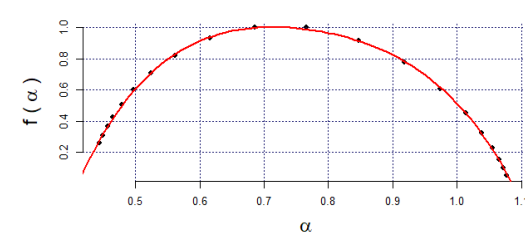
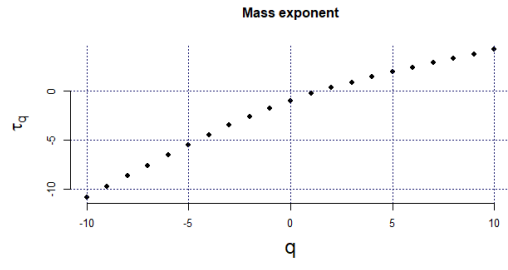
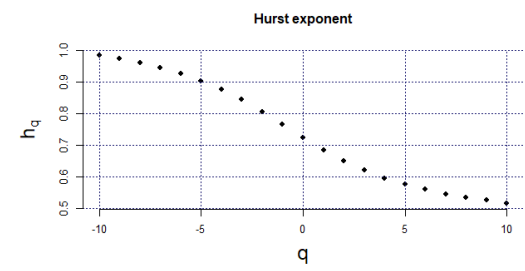
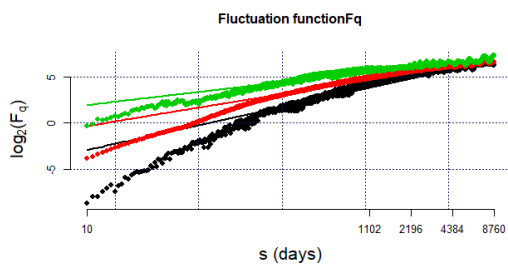
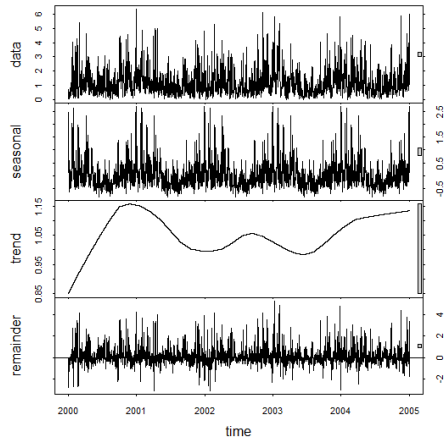


**Mass exponent**



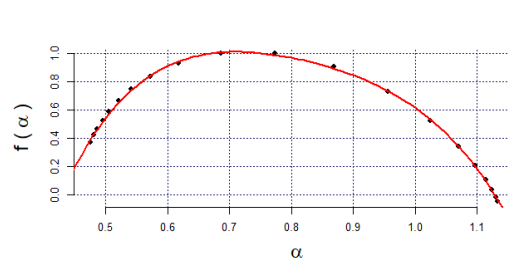
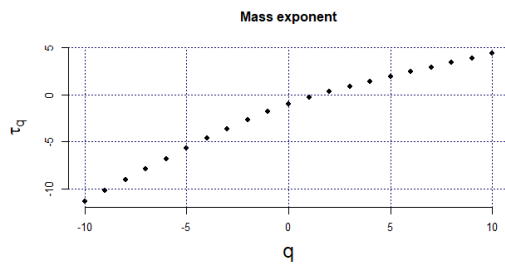
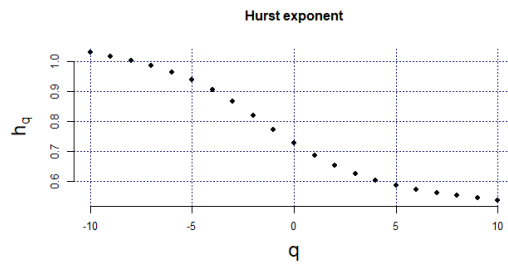
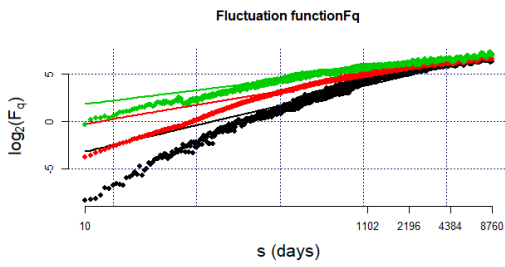
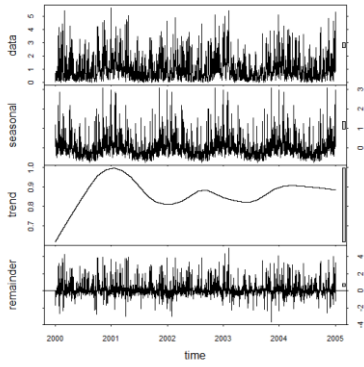
$Hq(q=2)$	0.7002
W	0.7429323
A	0.620237719

**BOYA SIMAR 2180108**



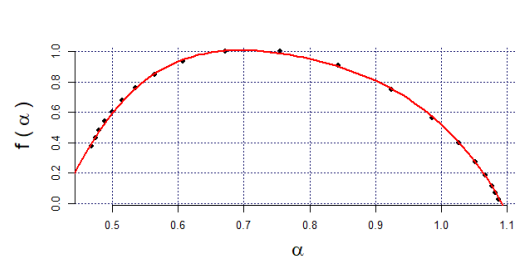
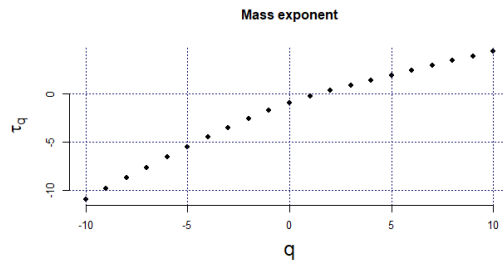
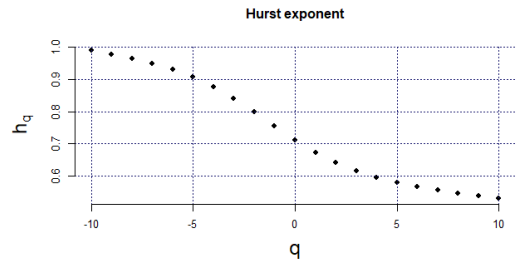
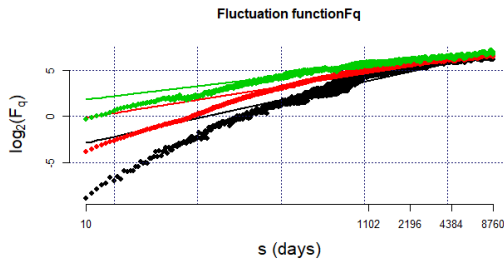
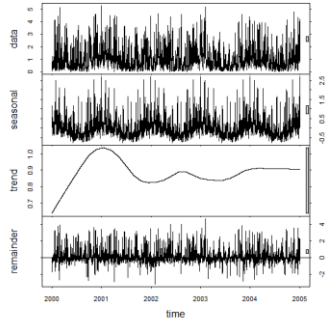
Hq(q=2)	0.6504
W	0.6744086
A	0.798912717
Alfa0	0.71
Alfa1	0.4104893
Alfa2	1.0848979

**BOYA SIMAR 2180120**



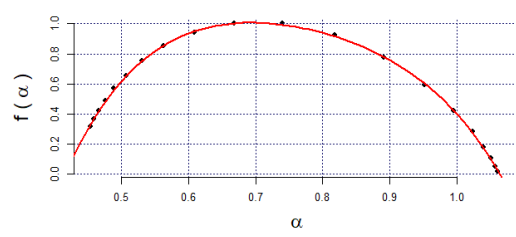
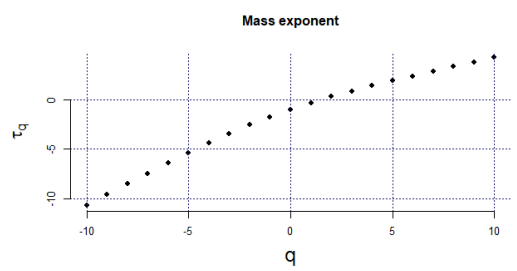
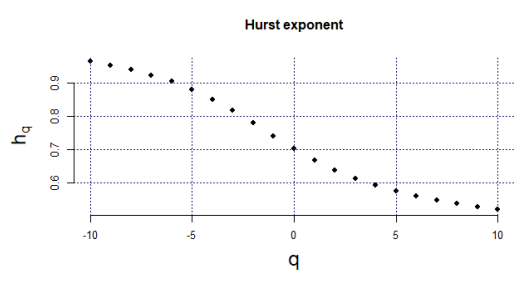
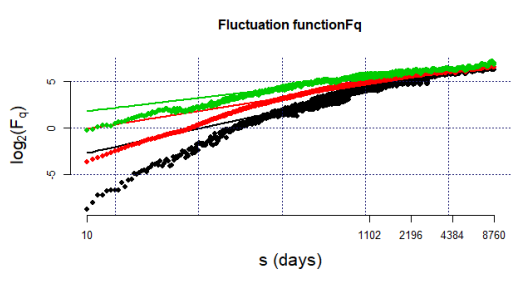
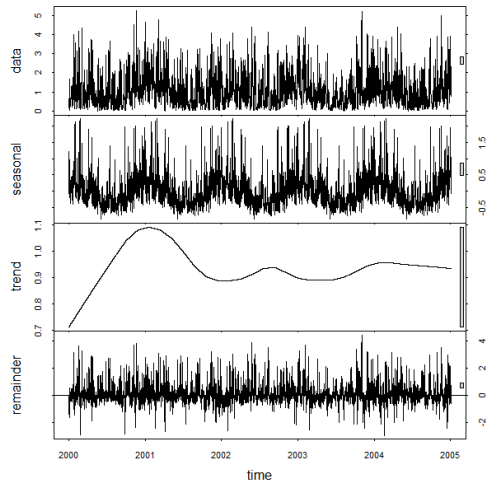
$Hq(q=2)$	0.6523
W	0.699316
A	0.675349472
Alfa0	0.71
Alfa1	0.4280990
Alfa2	1.1274150

**BOYA SIMAR 2180132**



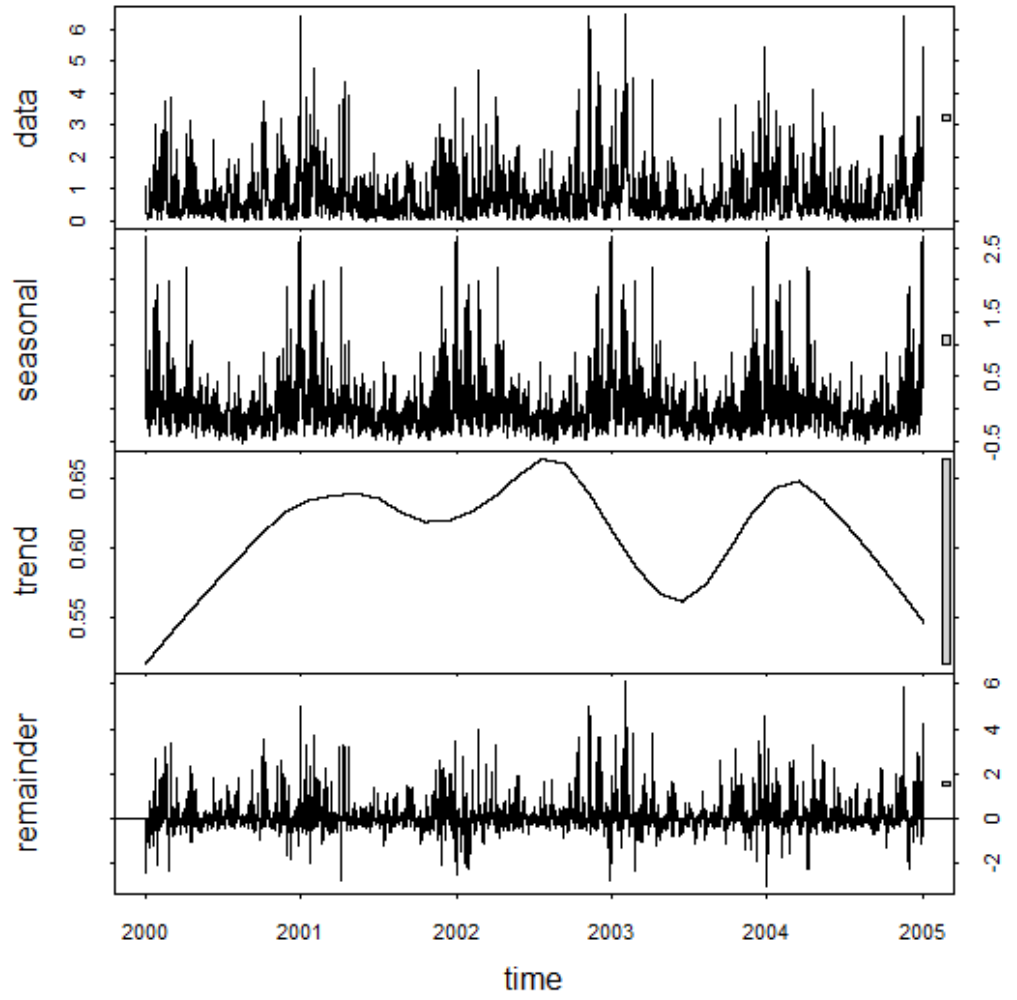
Hq(q=2)	0.6401
W	0.6700666
A	0.707006437
Alfa0	0.7
Alfa1	0.4224724
Alfa2	1.0925390

**BOYA SIMAR 2180144**

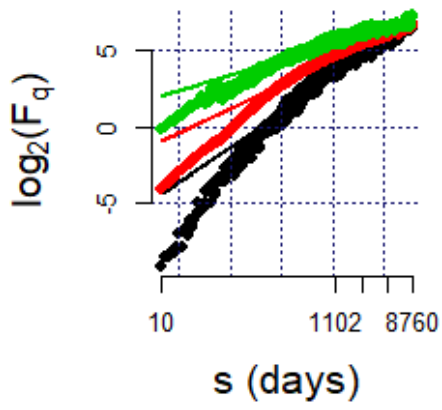


$Hq(q=2)$	0.6384
W	0.6485077
A	0.734294061
Alfa0	0.69
Alfa1	0.4154241
Alfa2	1.0639318

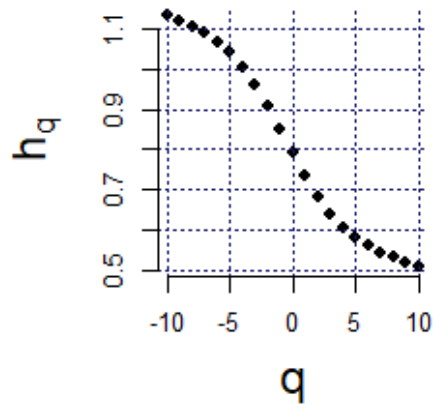
**BOYA SIMAR 2188084**



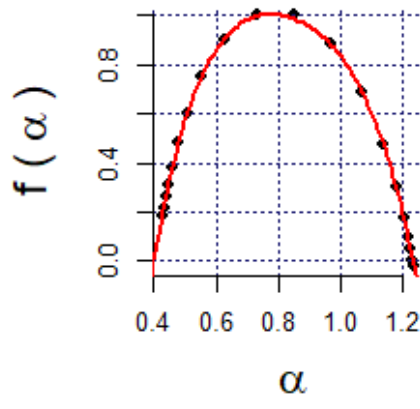
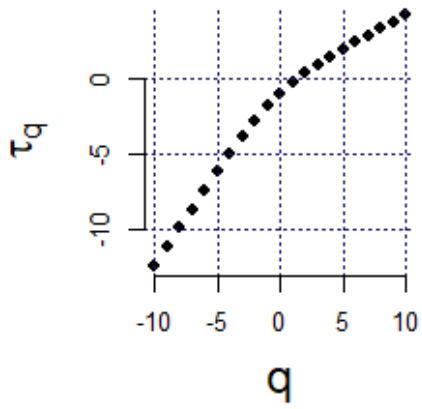
**Fluctuation function  $F_q$**



**Hurst exponent**



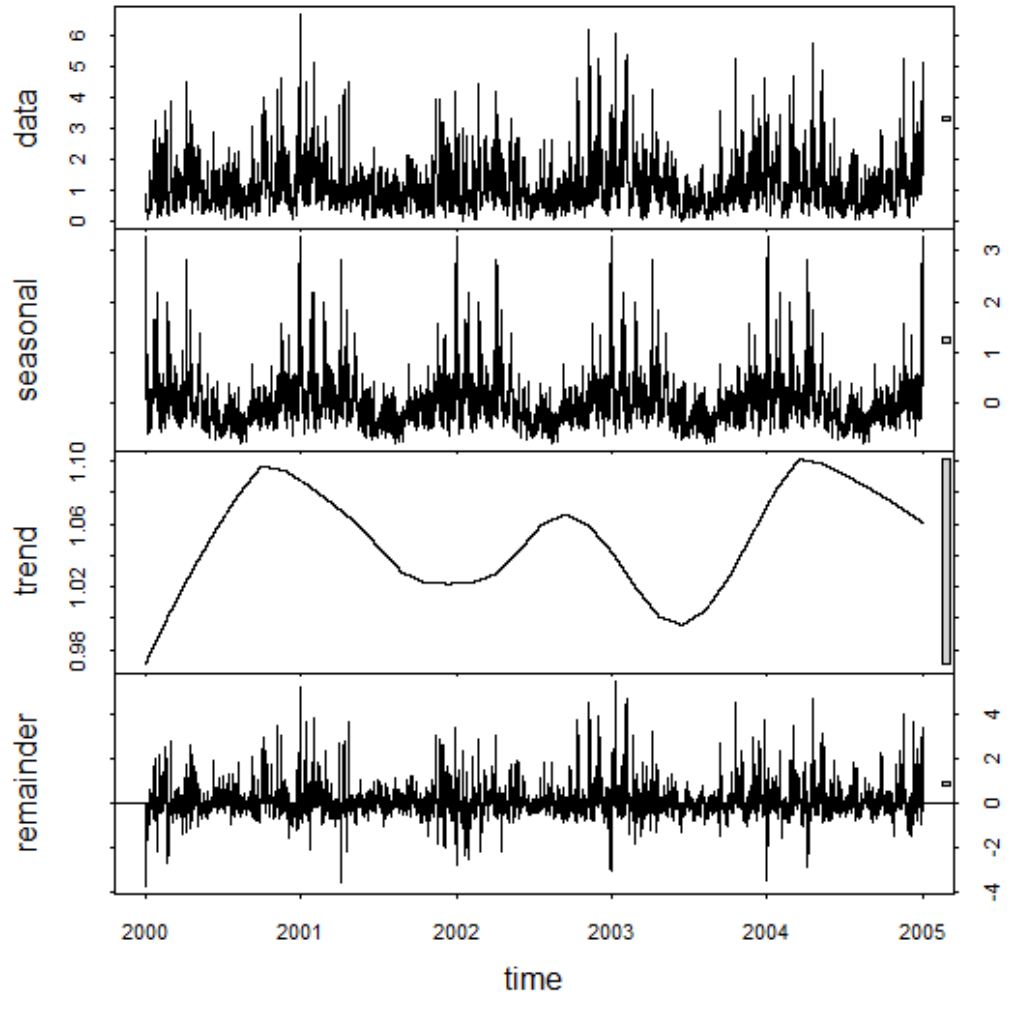
**Mass exponent**



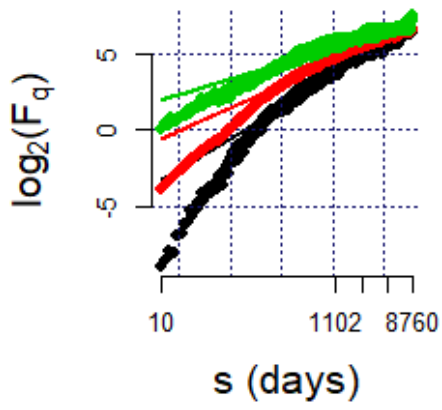
$H_q(q=2)$	0.6815
W	0.8328308
A	0.511653989

**BOYA SIMAR 2192096**

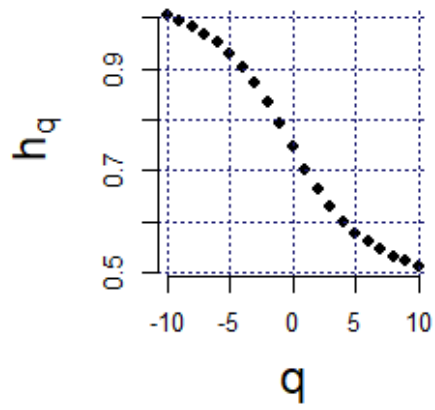




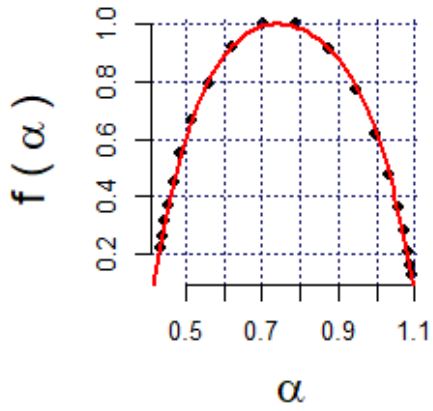
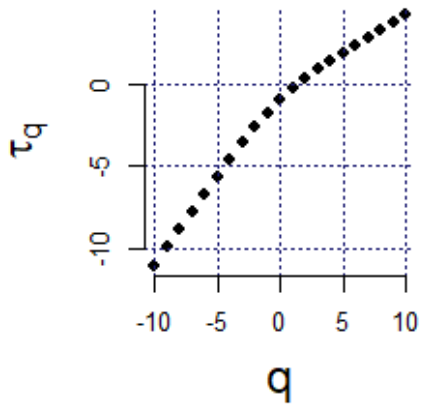
**Fluctuation function  $F_q$**



**Hurst exponent**

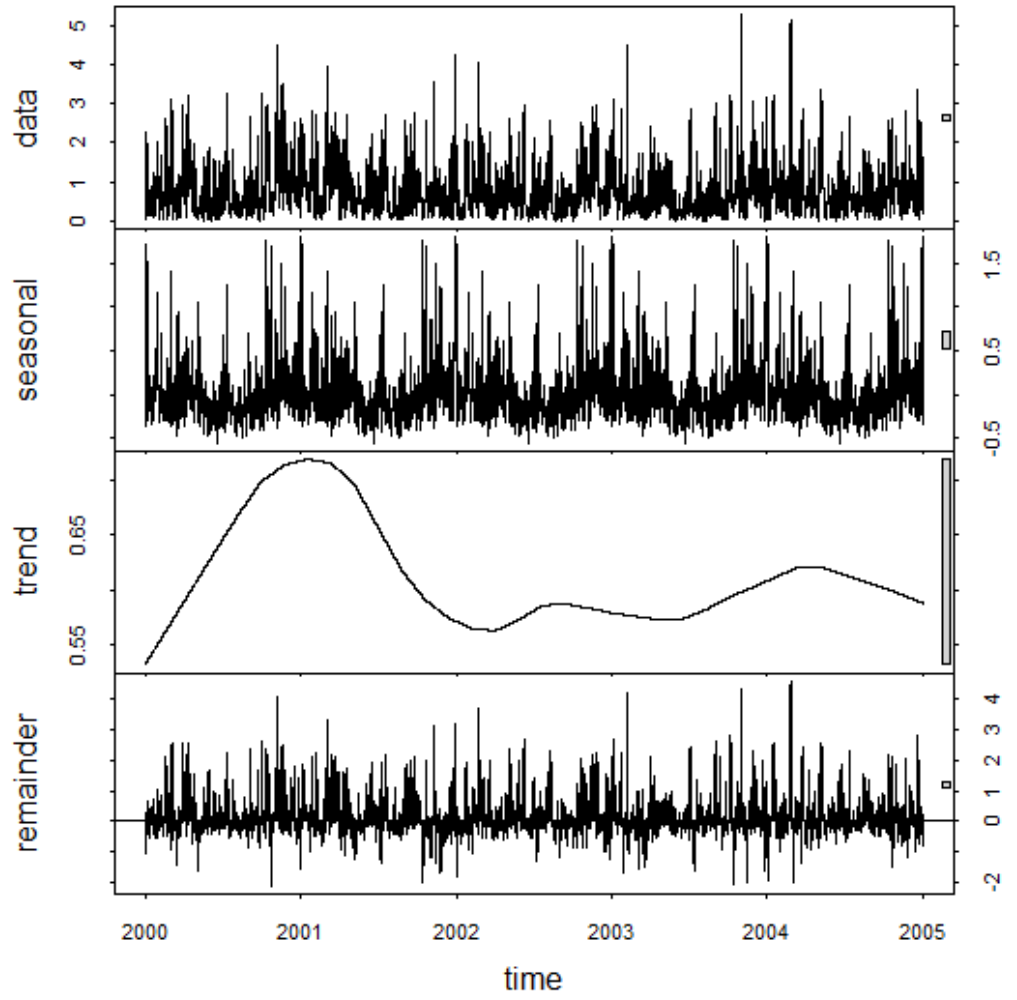


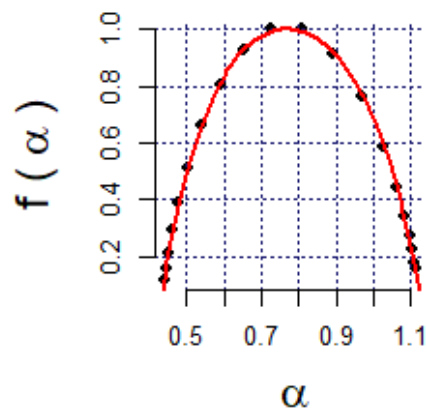
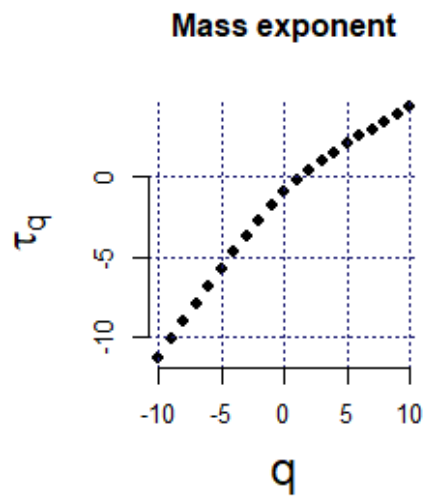
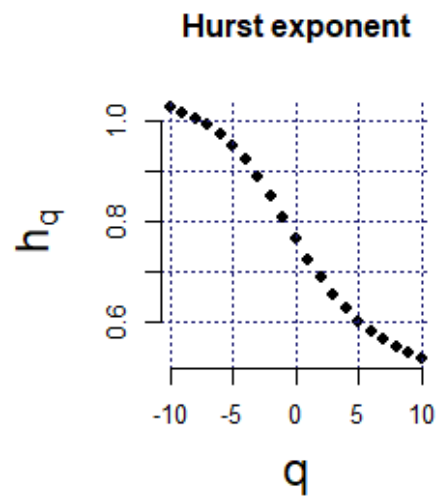
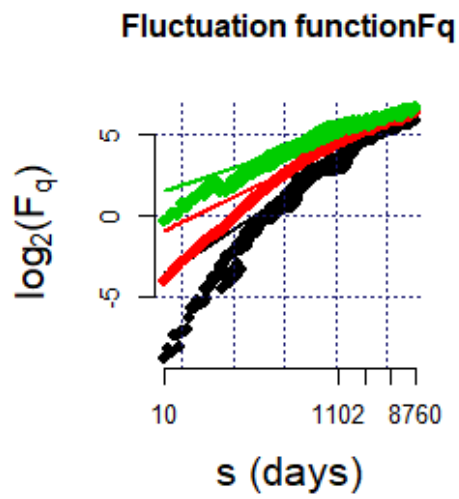
**Mass exponent**



$H_q(q=2)$	0.6621
W	0.7039264
A	0.908236745

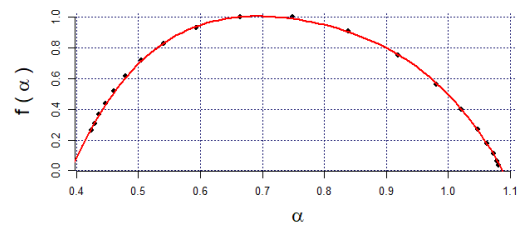
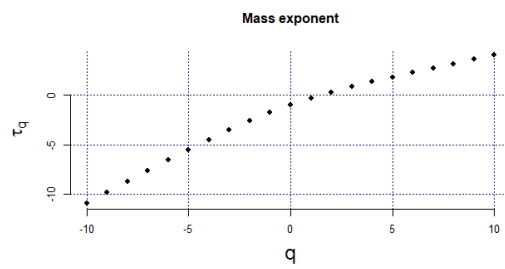
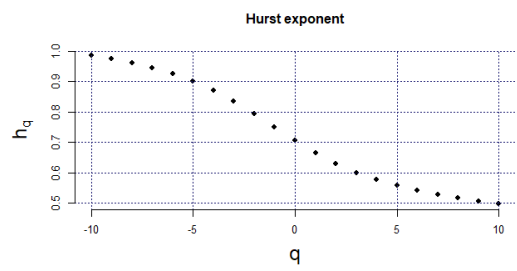
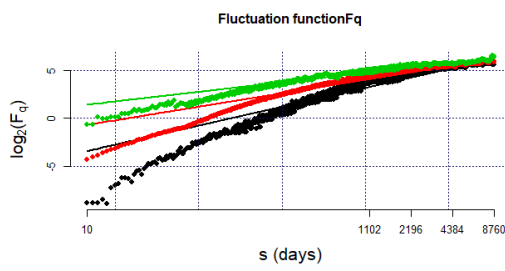
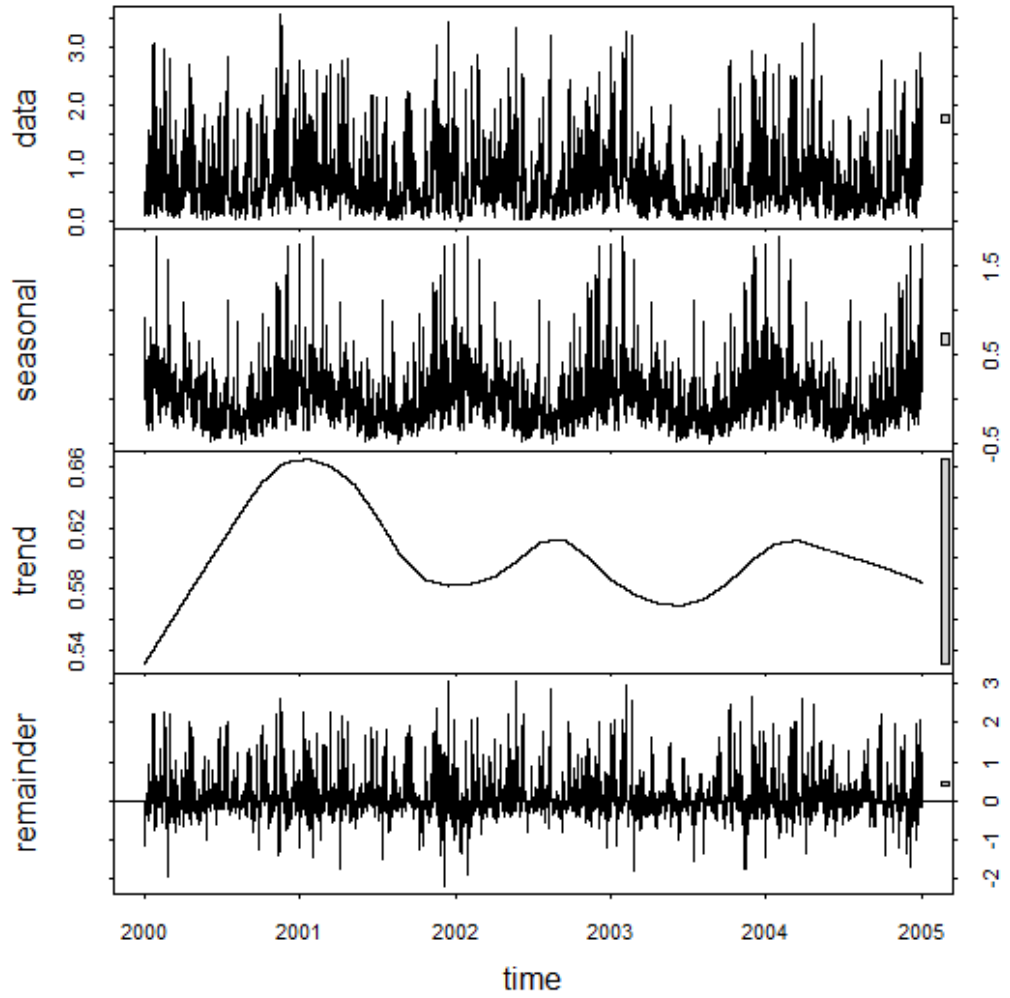
**BOYA SIMAR 2192168**





$H_q(q=2)$	0.689
W	0.7096046
A	0.943608866

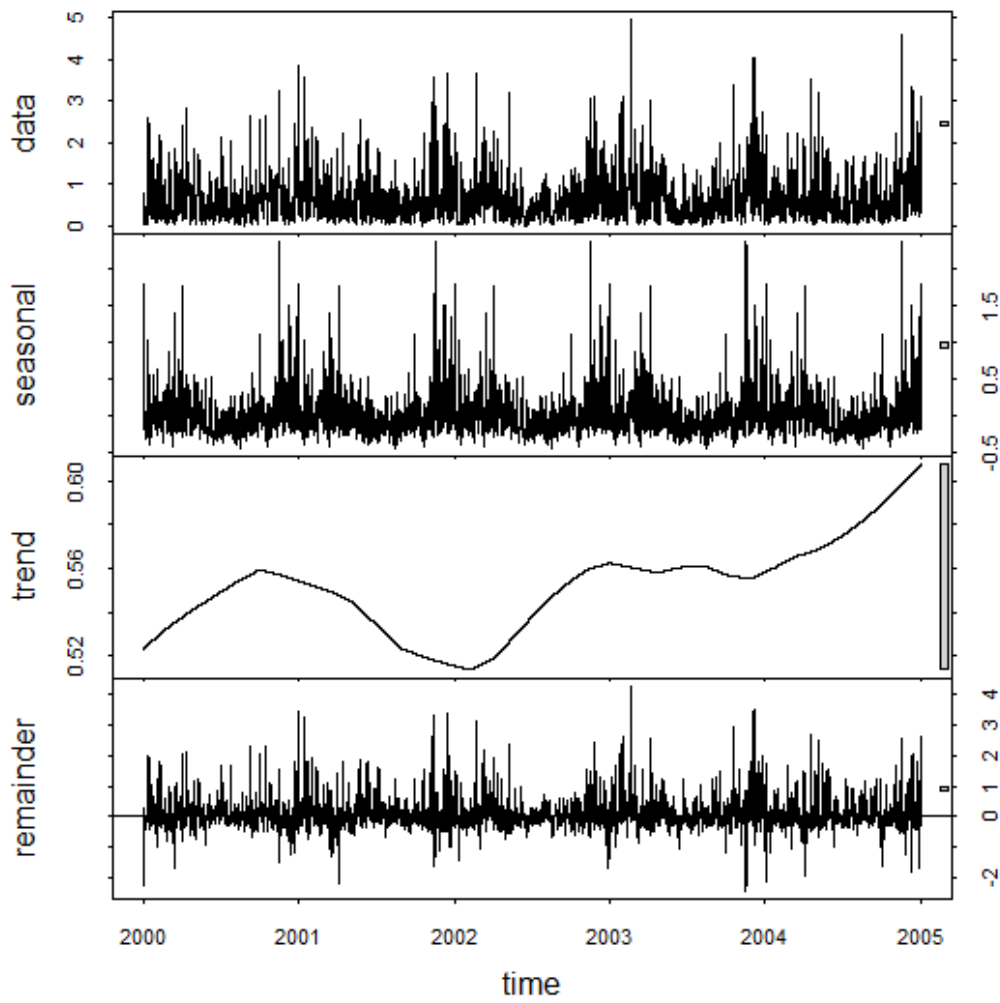
**BOYA SIMAR 2194136**

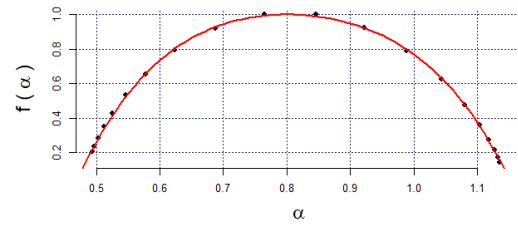
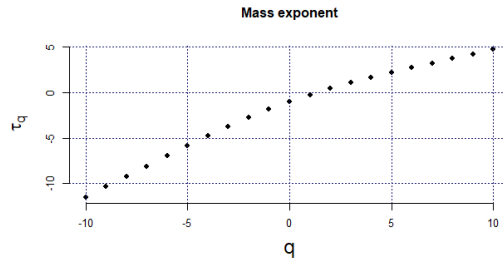
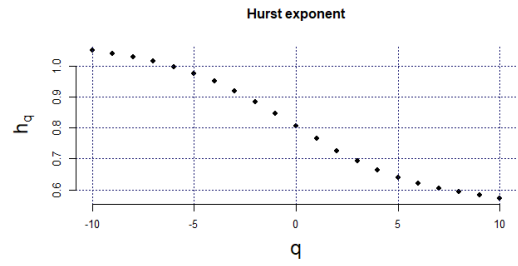
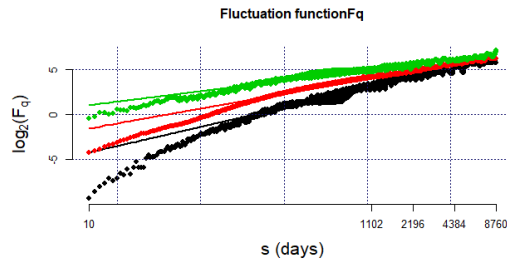


$H_q(q=2)$	0.6283
W	0.6978135

A	0.751736452
Alfa0	0.69
Alfa1	0.3905418
Alfa2	1.0883553

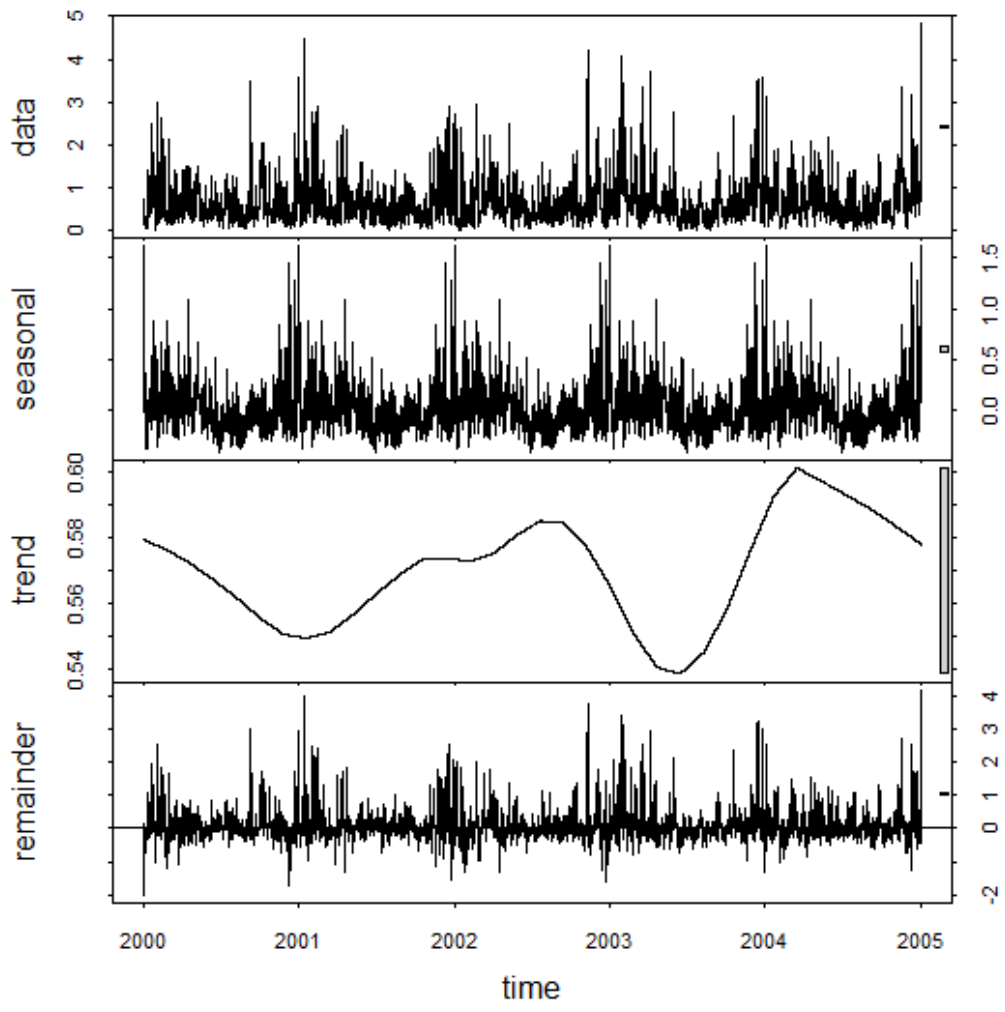
BOYA SIMAR 2202132



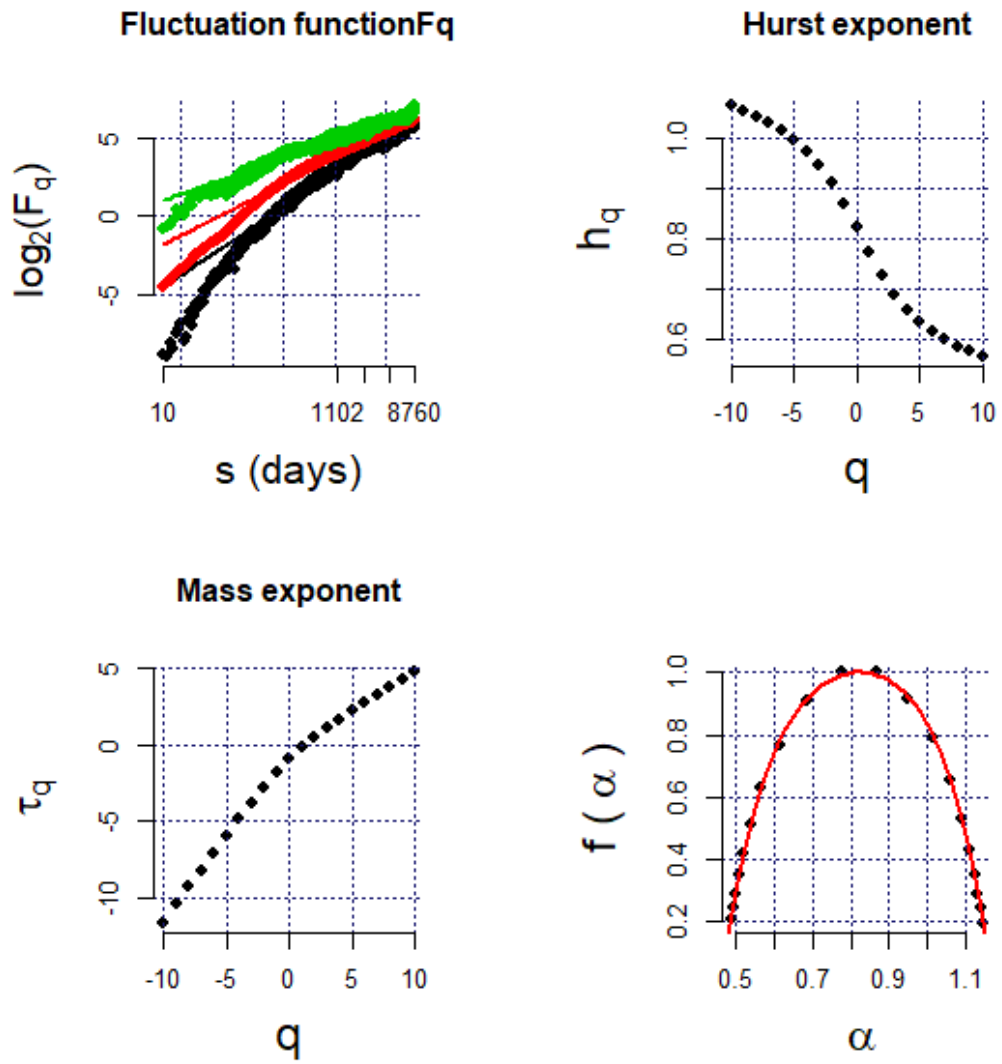


Hq(q=2)	0.7262
W	0.6916884
A	0.940959821
Alfa0	0.8
Alfa1	0.4646757
Alfa2	1.1563641

**BOYA SIMAR 2204088**

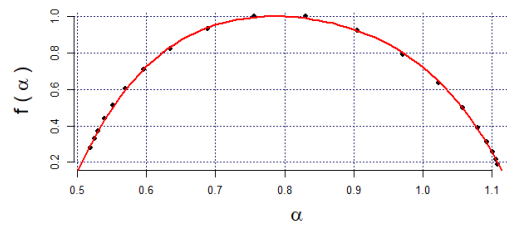
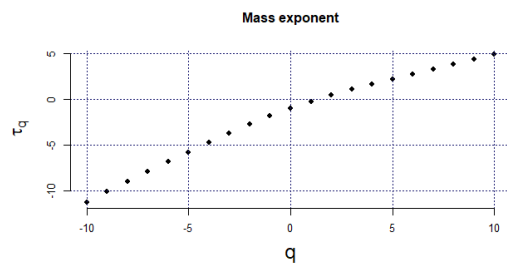
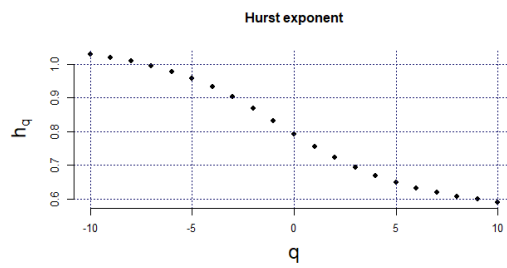
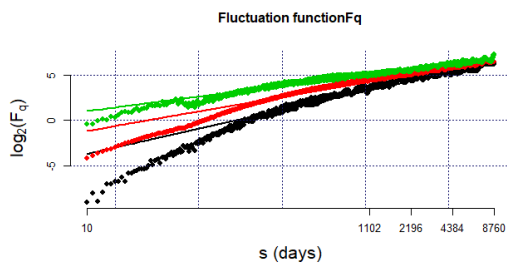
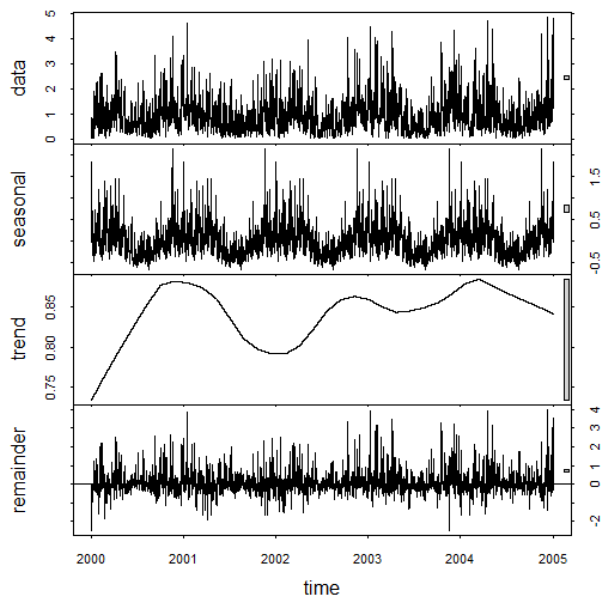






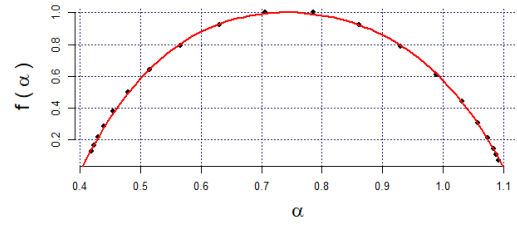
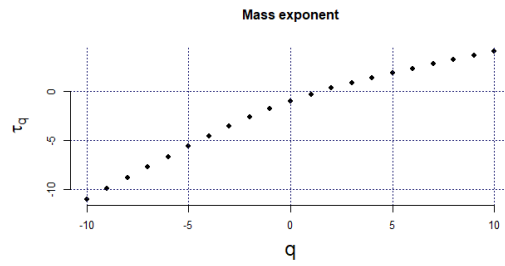
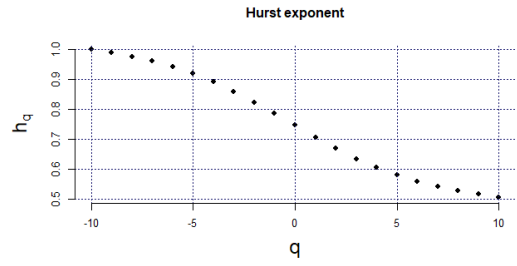
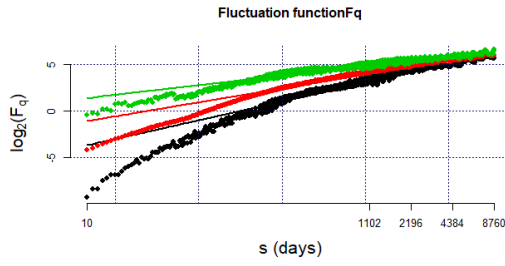
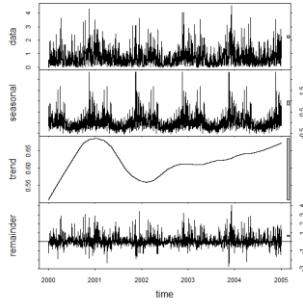
$Hq(q=2)$	0.7295
W	0.7110702
A	1.026518264

BOYA SIMAR 2204108



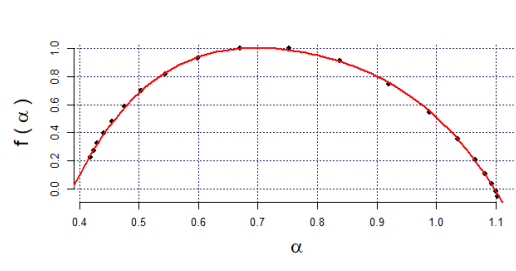
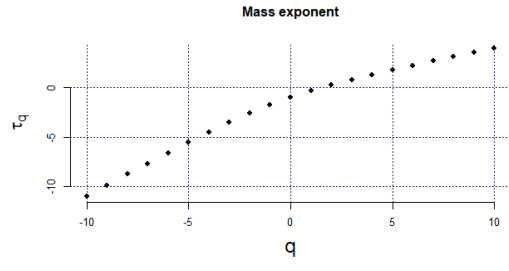
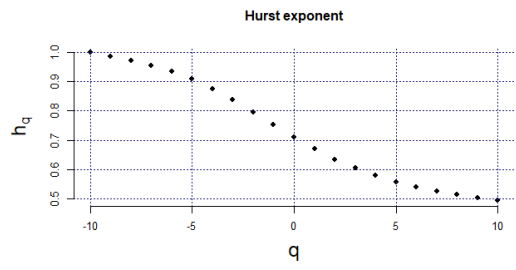
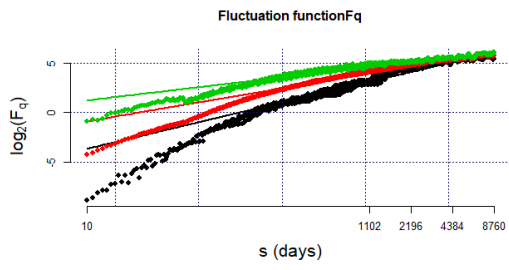
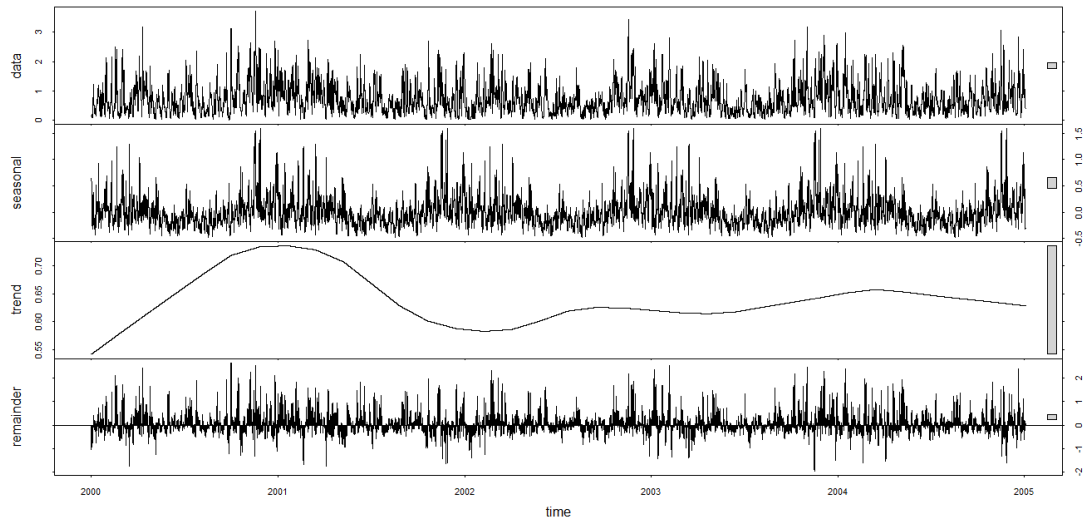
Hq(q=2)	0.722
W	0.6506756
A	0.837479607
Alfa0	0.78
Alfa1	0.4834375
Alfa2	1.1341131

**BOYA SIMAR 2204144**



Hq(q=2)	0.6685
W	0.703299
A	0.933818919
Alfa0	0.74
Alfa1	0.4003385
Alfa2	1.1036840

**BOYA SIMAR 2204156**



Hq(q=2)	0.6343
W	0.708848
A	0.786108804
Alfa0	0.7
Alfa1	0.3880192
Alfa2	1.0968672