

Avances en Matemática Educativa. Investigación en el Aula.

La Entrevista Clínica: Opción Para Indagar El Aprendizaje De Límites Y Continuidad

María Inés Ortega Árcega, José Trinidad Ulloa Ibarra, David Zamora Caloca
majjua9@hotmail.com, jtulloa@hotmail.com, david.zamora@uan.edu.mx
Universidad Autónoma de Nayarit. México

Resumen

La entrevista clínica es utilizada en la investigación en matemática educativa, con la finalidad de profundizar en el conocimiento de las razones por las cuales los estudiantes toman decisiones cuando participan en una propuesta didáctica alternativa y cuestionarles si fue o no interesante o motivante para aprender matemáticas, en este caso, sobre el tema límites y continuidad. La investigación se desarrolló con estudiantes de licenciatura en matemáticas de la Universidad Autónoma de Nayarit (UAN) y para la entrevista se seleccionó a cuatro estudiantes con diferente nivel de conocimientos. En este artículo se reporta el análisis de las entrevistas, además de interpretaciones orientadas hacia algunos aspectos empleados en el diseño instruccional como fue el uso de videos, el trabajo colaborativo y el programa WinPlot.

Palabras clave: Entrevista Clínica, Límites, Continuidad, Winplot,

Introducción

El diseño instruccional aplicado incluyó un cuaderno de trabajo que se integran las actividades, 2 DVD integrados con 28 videos digitales explicativos del concepto de límites y continuidad y actividades diseñadas con el software WinPlot, se incluyeron situaciones tendientes a destacar el trabajo conceptual sobre el operativo, con la finalidad de que alumno se apropiara de conceptos de límite y continuidad los resultados de la propuesta reflejan que es una buena alternativa didáctica para propiciar aprendizajes, lo que se corroboró con el

análisis de los instrumentos de evaluación (Pantoja, López, Ortega, Hernández, 2014).

El concepto de límite se incorpora en la estructura cognitiva del estudiante de manera significativa (Ausubel, Novak, J. y Hanesian, 2005; Ballester, 2002), mediante los acercamientos analítico, numérico, verbal y gráfico, porque cuando el estudiante desarrolla las actividades de aprendizaje diseñadas con base en tales representaciones, se facilita darle significado a los desarrollos algebraicos (Núñez, 2002).

Martínez, Montero y Pedrosa (2001) afirman que el software de matemáticas se orienta al cálculo simbólico, la visualización por medio de gráficas, a la representación de un objeto matemático en formas diferentes, a la expresión de la interrelación entre diferentes objetos matemáticos, por ejemplo, la relación entre áreas y tangentes, a utilizar la heurística para el planteo de conjeturas y/o la comprensión de conceptos, al modelado de situaciones y al desarrollo habilidades metacognitivas, situaciones que se incluyeron en el estudio tendientes a destacar el trabajo conceptual sobre el trabajo operativo, con la finalidad de que alumno se apropie del concepto de límite y continuidad sobre la operatividad del cálculo de límites que se aplica tradicionalmente en el aula.

Una vez puestas en escena las actividades y recopilada la información, se realizó la entrevista a los alumnos seleccionados con promedio de calificación alto, medio y bajo, obtenido en el examen de conocimientos, con la finalidad de cuestionar sobre el interés por la propuesta, los contenidos aprendidos, los videos digitales empleados, el software WinPlot y el trabajo colaborativo.

Entrevista clínica (EC)

De acuerdo a Cobb (1986, citado en Singh, 2000), la EC es un medio por el cual el investigador tiene la oportunidad de cuestionar al alumno sobre por qué desarrolló tal o cuál procedimiento evidenciado en la solución planteada a un problema y que no se plasmó en su escrito. Es una herramienta con el potencial

para revelar los conocimientos adquiridos o no, por el alumno, y se ha consolidado como un instrumento para la obtención de datos, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Ginsburg, 1997 citado en Zazkis y Hazzan, 1999)

La EC utilizada frecuentemente en estudios relacionados con la educación matemática (Filloy y Rojano 1984; López y Mota, 2003; Figueras, Cortina, Alatorre, Rojano & Sepúlveda, 2008; Concepción y Dueñas, 2013), es parte de la metodología adoptada para este estudio, con la premisa de que es un medio para recuperar los procesos cognitivos desarrollados durante el estudio. Se indagó específicamente en dos aspectos: el primero en el desarrollo de pensamiento empleado por los estudiantes en la solución del examen de conocimientos, en el que se tomó en cuenta la explicación y justificación del porqué realizó los procedimientos para cada ítem. El segundo, orientado al interés y preferencia por los medios y materiales y el trabajo colaborativo, incluidos en la puesta en escena de la propuesta didáctica. La EC se integró de cinco preguntas generales relacionadas con las respuestas al examen final, al interés por el trabajo colaborativo y al gusto por los videos digitales y el software WinPlot.

Síntesis del estudio

La fase experimental fue llevada a cabo con catorce alumnos del Tronco Básico de Área (TBA) de primer semestre que cursan la asignatura de Cálculo Diferencial, que de acuerdo a lo analizado en el proceso de selección, distan mucho de un manejo aceptable de conocimientos previos requeridos para el aprendizaje de límites y continuidad (Ortega, Pantoja, Mendoza, 2011; Pantoja, *et al*, 2014). Fueron ocho las sesiones de la fase experimental y estuvieron centradas en el desarrollo de las actividades de los estudiantes, quienes mostraron interés por ejemplo, el trabajo con el software WinPlot gustó a los estudiantes por su simplicidad para manipular las funciones, la facilidad para

hacer tablas de valores y por sus gráficas ilustrativas de funciones continuas y discontinuas.

Análisis de las Entrevistas

El análisis de la entrevista se centró en las respuestas que más aportan a la discusión del tema, desde el punto de vista de los investigadores, así que se hace una exploración detallada, en la que se pretende evidenciar el proceso cognitivo que el alumno siguió en la solución del examen y en los comentarios sobre la propuesta didáctica.

Análisis de la pregunta 1

E: Quisiera saber tu opinión acerca del examen, las dificultades que enfrentaste a la hora de resolverlo y cómo las enfrentaste. ¿Cuál fue tu estrategia? Veo que tienes por escrito la solución de los límites de la pregunta uno, pero me llama la atención que al llegar al límite trigonométrico no hayas escrito el desarrollo que utilizaste ¿podrías comentarla?

***A 1:** Fue por deducción, resolví todo ese bloque de ejercicios sólo me faltó el trigonométrico al ver único inciso que quedaba libre (de relacionarlo con la respuesta correcta) supuse que esa sería la respuesta. No tuve idea de cómo se resolvía.*

***A 2:** Primero me sentí muy nerviosa y cuando me siento nerviosa, regularmente se me olvidan las respuestas, así es que estuve resolviendo, empecé por resolver todo lo que sabía y dejar hasta lo último las cosas que se me hacían difíciles.*

mmmm bueno pues en sí, al resolver todos los problemas de ese bloque de ejercicios, el límite trigonométrico fue el único que me quedaba por resolver, así es que relacione la única respuesta que me quedaba libre, creo que obligue el resultado, siento que no lo razoné, esos temas de senos y cosenos fue lo que se me hizo más difícil en la clase, los límites

trigonométricos al momento de resolverlos se me olvidó todo, totalmente lo de límites trigonométricos quise resolverlo con el uno especial pero no me acorde. (Se refiere al video de límites especiales).

A 3: *La verdad me confundí mucho en esa, llegue al resultado correcto porque resolví todos y, ese me sobró y lo acomode en el inciso que hacía falta rellenar, no lo resolví de acuerdo a un procedimiento.*

Parece que no tuvieron dificultades en los ejercicios propuestos en el examen, pero con el límite trigonométrico, por un lado responden correctamente por eliminación, por ser la única respuesta que quedaba en el examen de selección múltiple y no porque hayan empleado su conocimiento para solucionar el límite, y por el otro, que el diseño del examen les condujo a seleccionar la respuesta correcta, en ambos casos son situaciones anómalas y ajenas al desempeño del estudiante y son causas atribuibles al profesor.

Análisis de la pregunta 3

E: En la pregunta 3 del examen, se te pide transformes la función $f(x)$ en función continua. Veo un procedimiento, multiplicas por el conjugado, factorizas y reduces pero me gustaría escuchar qué le pasó a la función, ¿por qué hiciste eso?

A 1: *Al sustituir el valor de uno en la función, me percaté de que se me daba $0/0$ es decir una indeterminación, es por ello que racionalicé y me dio el valor de $\frac{1}{2}$, lo sustituí en la función y no se indeterminó, ese valor hizo que la función se hiciera continua en ese punto, es decir, al iniciar el ejercicio en la función había un hueco, el $\frac{1}{2}$ hizo que se rellenara ese hueco, se remueve la discontinuidad.*

A 2: *Como la función es discontinua, busqué la forma de hacerla continua y solo sustituí el valor que me daban como opción, es decir en $\frac{1}{2}$, en la función y así comprobé que en ese punto la función no se indeterminaba,*

es decir, se hacía continua. Solo por intuición vi que el un medio ($\frac{1}{2}$) que me daban como opción de respuesta al sustituirlo en la función no se me indeterminaba, supe que ese sería el resultado.

A 3: *Por qué se indeterminaba con el uno, y tenía que hacerla por el conjugado del numerador y así salió. Púeess hicimos que la indeterminación en 1 pasará por $\frac{1}{2}$ (resultado obtenido) para hacerla continua.*

El enunciado de la pregunta 3 dice “seleccionar la opción que transforma la función discontinua $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ en una función continua” y se le brindan cuatro elecciones. A partir de sus respuestas, se afirma que sus razonamientos son adecuados, porque identifican a $x=1$ como el valor que indetermina la función, además de que señalan que al multiplicar por el conjugado y simplificar encuentran el valor del límite y es la que seleccionan como respuesta.

Análisis de la pregunta 5

E: ¿Cuál fue la estrategia para resolver la pregunta 5?, ¿Cómo le hiciste?

A 1. *La estrategia para resolver el problema fue graficando, de acuerdo a las gráficas me daba una idea de dónde más o menos se presentaba una discontinuidad.*

A 2: *Ese tema también se me hizo muy complicado, discontinuidad infinita y salto finito. La estrategia que usé fue la de primero hacer los dibujos, los bosquejos de la gráfica, así me iba guiando y pues..... los demás los hice por lógica, imaginando cómo serían las gráficas de las funciones, me ayudó mucho practicar en WinPlot, así me di cuenta de las formas de las funciones, los errores que tuve fue en las gráficas de valor absoluto. Estaba tan nerviosa que no recordé la forma de sus gráficas y tampoco pude graficar tabulando por el tiempo, es que sí estaba muy*

nerviosa por el examen.

A 3: *Me confundió que dijera “x mayor o igual que cero” ($x \geq 0$) y “x menor que cero” ($x < 0$). Yo dije no tiene continuidad y me confundí, la forma de resolver para algunas fue graficando y me ayudó mucho, la que me saqué mal no la grafiqué, solo intuí que ese sería el resultado.*

Son tres tipos de funciones las que se pidió analizar en la pregunta 5, sobre el tipo de discontinuidad, tema que regularmente se trata de manera superficial, pero las actividades planeadas sobre la consulta de los videos explicativos y el trabajo con el WinPlot, han sido de ayuda al estudiante para la comprensión de este tema, aunque no arrojan mucha información las respuestas. En el caso de los alumnos 1 y 2, recurren a la parte gráfica como ayuda para emitir sus respuestas, acercamientos que se incluyeron en el estudio con los videos y con el WinPlot.

Preguntas abiertas o de por qué

Estas preguntas son generales y se pensaron para que el alumno describiera los conceptos matemáticos incluidos en el estudio, a saber: límite, asíntota y continuidad.

E. Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas y continuidad.

A 1: *Límites; lo primero que se me viene a la cabeza, lo primero que pienso es a lo que se aproxima un valor, lo máximo que se pueda acercarse. Asíntotas; lo primero que pienso es la discontinuidad.*

A 2: *Límite: funciones, derivadas, gráficas en la cual podemos expresar el acercamiento de un número, aproximaciones. Asíntotas: son líneas que me hacen regiones donde puedo encontrar un límite. Continuidad: Cuando un límite no es interrumpido, cuando es continuo va seguido.*

E: Quisieras agregar algo más.

Pues, se me hizo muy interesante la clase, así como usted la dio, en un principio yo estuve en contra de los videos porque me dije: yo no quiero videos yo ocupo la explicación de la maestra, pero conforme fue transcurriendo las clases me di cuenta que cuando veía los videos en mi casa y después llegaba a clase entendía mejor la clase. Por los videos me daba noción del tema que veríamos y reafirmaba más mis conocimientos los videos me hicieron razonar y me hicieron independiente del maestro, yo era una chava que dependía mucho de los maestros y ahora ya no, trato de ser más independiente.

A 3: *Límite: Es cuando una función tiene un límite o sea va a llegar a un cierto punto, pero no lo va a tocar; se acerca a ese número, pero no lo toca. Asíntotas son rectas que cortan al eje de las x o de las y , son asíntotas verticales u horizontales; Continuidad; una gráfica que es continua.*

El concepto de límite se clasifica como uno de los más difíciles de aprender en matemáticas, así que, a priori se sabía que no les resultaría fácil expresarlo, tal y como sucedió, pero es de apreciarse sus respuestas a su nivel y con su lenguaje. En este mismo sentido sucede con las asíntotas y con la continuidad.

E: Por último ¿te gustó la forma de trabajo?, ¿los videos?, ¿el winplot?, ¿el trabajo en equipo?

A 1: *Sí, todo me gustó, sobre todo el WinPlot porque a partir de mis respuestas o resultados, yo comprobaba con WinPlot para ver si era correcto, comprobaba mis resultados y a partir de eso, me daba cuenta si está mal o bien, el trabajo en equipo me ayudó mucho, pues también aprendía mucho cuando trataba de explicarles algo.*

A 2: *Para mí, la verdad me gustó mucho la forma de dar su clase, el WinPlot me ayudó mucho, porque podía ver cómo era el límite, no lo vi*

como cuentas, como fórmulas, lo vi físicamente, a muchas personas nos ayuda mucho el ver lo que hacemos; con respecto al equipo, también me gustó mucho porque compartimos ideas, conclusiones, aparte nos explicábamos unos con otros, y así como lo hicimos al interior del equipo, también al exterior con otros equipos discutíamos las ideas. Sentí como si todo el grupo fuéramos un equipo me divertí mucho.

A 3: *Si, lo único que no me gustó mucho fueron los videos porque no se entendía, además, iba muy rápido, me gustó mucho el trabajo en equipo, porque todos nos ayudamos, porque lo que yo no sabía, algún compañero lo sabía y me lo explicaba, nos ayudamos mucho entre sí, además de que era muy divertido.*

Los alumnos no se acostumbran al uso del video digital como un auxiliar para el aprendizaje, porque en la propuesta se planeó que los consultaran en casa y en grupo, con la finalidad de que se apropiaran de los conocimientos previos de límites, pero en clase, se les preguntó si habían cumplido con esta actividad; la respuesta general fue que no, así que se tuvieron que ver en clase con el auxilio del profesor. El WinPlot si les gustó y algo muy importante, desde el aspecto cualitativo y que no se propicia en el aula, es que manifiestan una satisfacción por la forma de la puesta en escena de la propuesta.

Análisis de la entrevista al alumno 4

E: El alumno a la hora de la entrevista guardó silencio por un tiempo, ni idea. Bueno, ¿Puedes decirme la estrategia que usaste para resolver el inciso d?

A 4: *Para sacar el límite teníamos que hacer según la variable la que no conocemos que tenga mayor exponente lo dividíamos entre ese... el número.*

E: ¿Qué problema se te complicó más? y ¿Cuál fue la estrategia?

A 4: *A mí lo que se me complicaron fueron las asíntotas oblicuas ejercicio*

número 3,

E: Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas, y continuidad.

A 4: *Límite pues según yo es un punto límite, es una función donde llega a un punto que..... Asíntotas son para dividir regiones, la recta que pasa cerca de una función pero no lo toca. Continuidad son las funciones continuas y las funciones continuas son funciones infinitas.*

E: Quisieras agregar algo más

A 4: *No.*

E: Por último ¿Te gustó la forma de trabajo?, ¿Los videos?, ¿El WinPlot?, ¿El trabajo en equipo?

A 4: *A mí lo que me gustó fue trabajar en el WinPlot y lo que no me gustó fueron los videos porque no les entendía.*

La entrevista con el alumno 4 deja muchas dudas sobre el estudio, por el contraste tan marcado con las aportaciones de los tres primeros entrevistados. Aunque en la fase experimental el profesor tuvo cuidado de que todos los alumnos trabajaran de manera individual y colaborativa, este alumno refleja un pobre aprendizaje de límites, que de no ser por la entrevista clínica que se les aplicó a los cuatro estudiantes, el profesor pensaría que la propuesta es un éxito, situación que no coincide con los comentarios del estudiante.

Conclusiones

La entrevista clínica es una buena opción para indagar de manera directa el sentir del estudiante, como por ejemplo, la satisfacción por haber logrado aprendizaje o su malestar por no resolver alguna pregunta del examen. De la misma forma, es un medio para escudriñar sobre aspectos que por lo regular en el aula son olvidados, que influyen en el comportamiento de los alumnos, sobre

todo en la enseñanza de las matemáticas, ya que al profesor le es muy difícil considerar qué valores del ser humano influyen de manera notable sobre el aprendizaje.

La entrevista clínica permitió saber que la tecnología los motivó, que el trabajo colaborativo promovió el aprendizaje social, que los videos digitales a unos les produjo satisfacción, mientras que a otros no les interesó, que el software WinPlot es una buena herramienta para aprender.

Con respecto del examen, la entrevista clínica permitió indagar los procesos cognitivos que el estudiante desarrolló en las actividades planteadas, así como del conocimiento adquirido sobre los conceptos de límite y continuidad:

- Atención especial merecen los límites trigonométricos, ya que en el aula son relegados a segundo plano, así que no es novedad el hecho de que los alumnos no los puedan solucionar;
- La propuesta fue de su agrado y describen verbalmente el límite, desde su pobre manejo del lenguaje, pero se nota que plantean argumentos válidos para defender su conocimiento sobre límites y continuidad.

Con respecto a los videos, en un principio les gustaron y se notaban motivados, pero de viva voz, los alumnos argumentaron que no los entienden, por lo que se sugiere consultarlos con el profesor, quien puede manipular el video y responder las dudas generadas en ese momento. La situación es que los videos se construyeron con la finalidad de que el alumno adquiriera conocimientos previos al tema, y así, la discusión en clase se enriquezca, porque de lo contrario, al inicio de un tema nuevo, es un poco incierto que el alumno pueda participar activamente en las discusiones.

Se afirma que los valores son aspectos muy importantes cuando se incluye en el diseño instruccional, la motivación para aprender es uno de los primeros valores a promover en el aula, al igual que la honestidad, la puntualidad y el respeto.

Referencias bibliográficas

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (2005). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Ballester, A. (2002). *El aprendizaje significativo. Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula*. Recuperado de http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf. Depósito Legal: PM 1838-2002. España.

Concepción, M. D. , Dueñas, A. (2013). La entrevista clínica, un recurso para analizar los procesos cognitivos del aprendizaje del álgebra. *Actas del VII CIBEM Instituto Superior de Investigación y Docencia para el Magisterio, Escuela Normal Manuel Ávila Camacho*. ISSN 2301-0797.

Figueras, O., Cortina, J. L., Alatorre, S., Rojano, T., & Sepúlveda, A. (Eds.). (2008). *Mathematical Ideas: History, Education, and Cognition*. International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX. Vol. 3. México: CINVESTAV-UMSNH. Recuperado de <http://www.pme32-na30.org.mx>. ISSN 0771-100X.

Filloy, E y Rojano, T. (1984). From an arithmetical to an algebraic thought (A clinical study with 12-13 year olds). *Proceedings of the Sixth Annual Meeting of Psychology of Mathematics Education-North American Chapter*, Wisconsin University, Madison, EUA. págs. 51-56.

López y Mota, A. D. (2003). *Volumen 7: Saberes Científicos, Humanísticos y Tecnológicos (Tomo I)*. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A. C. México: GRUPO IDEOGRAMA EDITORES. ISBN: 968-7542-28-4. Recuperado de http://www.comie.org.mx/doc/portal/publicaciones/ec2002/ec2002_v07_t1.pdf.

- Martínez, R. D., Montero, Y. H. y Pedrosa, M. E. (2001). La computadora y las actividades del aula: Algunas perspectivas en la educación general básica de la provincia de Buenos Aires. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 3 (2). ISSN: 1607-4041. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol3no2/contenido-vidal.html>.
- Núñez, J. (2002). *Representación de superficies con WinPlot*. Recuperado de: http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XI/nuniez_jacobo.pdf.
- Ortega, M. I., Pantoja, R., Mendoza, S. (2011). Límites y continuidad en un ambiente para aprendizaje con video digital y Winplot en la Universidad Autónoma de Nayarit. *Revista Fuente* Año 3, No. 8. ISSN 2007 – 0713. Recuperado de <http://fuente.uan.edu.mx/publicaciones/03-08/10.pdf>.
- Pantoja, R., López, A., Ortega, M. I, Hernández, J. C. (2014) Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite: Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 91-110. ISSN: 1815-0640.
- Singh, P. (2000). Understanding the Concepts of Proportion and Ratio Constructed by Two Grade Six Students. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 43, No. 3, pp. 271-292 Published by: Springer. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/3483152>.
- Zazkis, R., Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Education. Research: Choosing the Questions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (4). ISSN 0364-0213.