

## Potencial Educativo De La Aritmética Mapuche En Chile

Sonia Salas<sup>1</sup>, Juan D. Godino<sup>2</sup>

### Resumen

Este escrito da cuenta de uno de los aspectos tratados en nuestra investigación sobre la matemática del pueblo Mapuche en Chile, específicamente, la aritmética Mapuche. El objetivo es analizar las tareas matemáticas propuestas por las orientaciones curriculares en matemáticas para la Educación Intercultural Bilingüe (EIB), teniendo en cuenta la descripción morfosintáctica y el análisis de la estructura morfo-matemática de los números en castellano y mapunzugun. Nuestro análisis se centra en los conflictos semióticos que supone un aprendizaje descontextualizado que no considera el conocimiento matemático de origen del estudiante mapuche presente en sus prácticas matemáticas cotidianas. Los principales resultados dan cuenta de la existencia de la aritmética mapuche, reconocidas por la institucionalidad y las potencialidades educativas de la numeración en mapunzugun. Concluimos este estudio con una reflexión crítica sobre el complejo escenario del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar en contexto mapuche, la que evidencia la necesidad de articular dos saberes matemáticos que confluyen en el aula de matemática en los primeros niveles de la educación obligatoria. Al mismo tiempo, planteamos preguntas abiertas a futuras investigaciones desde la didáctica de las matemáticas, que requieren herramientas teóricas que permitan diseñar propuestas didácticas para una adecuada articulación entre la matemática escolar y la matemática mapuche.

**Palabras clave:** Etnomatemática; Educación intercultural bilingüe; Números en mapunzugun; Análisis morfosintáctico; Análisis morfo-matemático; Conflictos semióticos.

### Abstract

---

<sup>1</sup> Máster en Didáctica de la Matemática. Corporación Municipal Quilpué. Chile. Email: sbsalass@gmail.com

<sup>2</sup> Doctor por la Universidad de Granada. Granada. España. Email: jgodino@ugr.es

This paper gives an account of one of the aspects dealt with in our research on the mathematics of the Mapuche people in Chile, specifically, Mapuche arithmetic. The aim is to analyze the mathematical tasks proposed by the curricular guidelines in mathematics for Bilingual Intercultural Education (EIB), from the morpho-syntactic description and analysis of morpho-mathematical structure of the numbers in Spanish and Mapuzugun. Our analysis focuses on the semiotic conflicts involving a decontextualized learning, which does not consider the mathematical knowledge of origin of mapuche students, present in their daily mathematical practice. The main results account for the existence of mapuche arithmetic, recognized by institutions and the educational potential of numbering in mapuzungun. We conclude this study with a critical reflection on the complex stage of teaching and learning process of mathematical school in mapuche context, which evidence the need to articulate two mathematical knowledge components that converge in the mathematics classroom on the first levels of compulsory education. At the same time, we pose questions open to future research from the didactics of mathematics, which require theoretical tools that allow designing didactic proposals for an appropriate articulation between the school mathematics and mapuche mathematics.

**Keywords:** Ethnomathematics; Intercultural bilingual education; Mapuzugun numbers; Morpho-syntactic analysis; Morpho-mathematical analysis; Semiotic conflicts.

## **Introducción**

En este escrito exponemos uno de los análisis realizados en nuestra investigación sobre la matemática del Pueblo Mapuche en Chile en el marco de la actual Educación Intercultural Bilingüe (EIB). Tratamos de mostrar el potencial educativo del sistema de conteo en mapuzugun, a partir de la descripción y análisis morfosintáctico y morfo-matemático de la numeración en mapuzugun y castellano (Salas, Godino y Oliveras, 2015). La comparación de sus regularidades e irregularidades nos ha permitido una reflexión crítica sobre la propuesta didáctica de las orientaciones curriculares en matemáticas para la EIB.

En Salas (2014) reportamos la existencia de la aritmética mapuche con características análogas a la aritmética escolar. Para este análisis nos planteamos como interrogante ¿Cómo se incorpora el conocimiento matemático mapuche en las orientaciones curriculares en matemática para la EIB? El objetivo es, “analizar las actividades propuestas por las orientaciones curriculares en matemática para la EIB identificando conflictos semióticos en las actividades propuestas para primer año básico”.

Nos apoyamos en el enfoque teórico de la etnomatemática para describir parte de la antropología cultural matemática de este pueblo (Vithal y Skovsmose, 1997). En relación a los conflictos semióticos que supone un aprendizaje de la matemática escolar descontextualizado y distante del conocimiento matemático de origen del estudiante mapuche, nos apoyamos en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) y las aportaciones de la semiótica de Ernest (2006).

### **Antecedentes teóricos y metodológicos**

La etnomatemática ha apoyado a diversos pueblos indígenas a redescubrir su historia y conocimientos, incluyendo en ello las diferentes maneras de contar, medir, ordenar, etc., es decir, diferentes maneras de hacer matemática (D'Ambrosio, 2000, p. 439). Para este estudio nos centramos en dos de las facetas de la etnomatemáticas descritas por Vithal y Skovsmose (1997), la antropología cultural matemática y las relaciones entre etnomatemática y educación matemática.

Nuestro estudio cualitativo, exploratorio descriptivo, desde el enfoque etnomatemático y sociocultural, abordamos el significado y significante de las palabras numéricas y su interpretación aritmética en un juego de lenguaje en el contexto cultural en que se plantean las prácticas matemáticas (Salas, Godino y Oliveras, 2015).

Las prácticas matemáticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución (Godino y Batanero, 1994). Estos

autores conciben las *instituciones* como comunidades de prácticas, e incluyen en ellas a las culturas, grupos étnicos y contextos socioculturales. Nuestro estudio se ajusta a esta visión antropológica de la relatividad socio-epistémica de los sistemas de prácticas, de los objetos emergentes de las mismas y los significados del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino Batanero y Font, 2007). Presentamos el análisis crítico, a priori, de una de las actividades propuestas en las Orientaciones Curriculares en matemáticas para EIB y planteamos posibles conflictos semióticos en el aprendizaje de la matemática escolar, en la que participan a lo menos dos sistemas de prácticas con sus propios sistemas semióticos. Desde el punto de vista de la semiótica, podemos observar los sistemas de prácticas institucionales para el proceso de construcción de signos, su lectura e interpretación en contexto escolar mapuche, donde tienen lugar sus usos. Entendiendo que el foco principal de la semiótica está *“sobre la actividad comunicativa en matemáticas usando signos. Esto implica tanto la recepción y comprensión de signos vía escuchar y leer, y la producción de signos vía hablar y escribir o dibujar”* (Ernest, 2006, p. 69); en este reporte damos cuenta de los tres componentes planteados por Ernest (2006) presente en los sistemas semióticos: un conjunto de signos que pueden ser escritos, hablados o dibujados; luego hay un conjunto de reglas para producir las señales que contienen los signos y finalmente hay un conjunto de relaciones entre los signos.

## **Resultados**

### **Potencial educativo de la numeración en mapunzugun.**

En Salas (2014) quedó manifiesto que los programas de estudio de lengua mapunzugun y las orientaciones curriculares en matemática para la EIB, hacen uso de la numeración mapuche. Sin embargo, el currículo de matemática oficial y los libros de textos no incluyen el conocimiento matemático del pueblo mapuche.

Ahora y por razones de espacio, sólo exponemos el análisis de los numerales entre once y veinte, como vemos en la figura 2, en castellano y mapunzugun. Comparamos sus estructuras para inferir posibles conflictos semióticos en el aprendizaje de la matemática escolar en los primeros niveles de la educación básica y el potencial educativo de la numeración en mapunzugun.

El Rakin, sistema de conteo mapuche, es de base decimal y a partir del diez incorpora dos potencias de diez para referirse a las centenas y a las unidades de mil. Es así como los números en mapunzugun son: 1 kiñe, 2 epu, 3 küla, 4 meli, 5 kechu, 6 kayu, 7 regle, 8 pura, 9 aylla, 10 mari, 100 pataka, 1000 waragka.

Número	Castellano	Interpretación aritmética	Número	Mapunzugun	Interpretación aritmética
1	Uno	1	1	Kiñe	1
2	Dos	1 + 1	2	Epu	1 + 1
3	Tres	2 + 1	3	Küla	2 + 1
4	Cuatro	3 + 1	4	Meli	3 + 1
5	Cinco	4 + 1	5	Kechu	4 + 1
6	Seis	5 + 1	6	Kayu	5 + 1
7	Siete	6 + 1	7	Regle	6 + 1
8	Ocho	7 + 1	8	Pura	7 + 1
9	Nueve	8 + 1	9	Aylla	8 + 1
10	Diez	9 + 1	10	Mari	9 + 1

**Figura 1.** Características morfosintácticas y morfo-matemáticas de los números del 1 al 10.

Como vemos en la figura 1 el ámbito numérico de 1 a 10 en ambas lenguas es más bien equivalente y se podría interpretar como una traducción de un lenguaje a otro. Sin embargo, a partir del 11 podemos apreciar diferencias notables como veremos en la figura 2.

Número	Castellano	Interpretación aritmética	Número	Mapunzugun	Interpretación aritmética
11	Once	1 + 10	11	Mari kiñe	10 + 1
12	Doce	2 + 10	12	Mari epu	10 + 2
13	Trece	3 + 10	13	Mari kùla	10 + 3
14	Catorce	4 + 0	14	Mari meli	10 + 4
15	Quince	5 + 10	15	Mari kechu	10 + 5
16	Dieciséis	10 + 6	16	Mari kayu	10 + 6
17	Diecisiete	10 + 7	17	Mari regle	10 + 7
18	Dieciocho	10 + 8	18	Mari pura	10 + 8
19	Diecinueve	10 + 9	19	Mari aylla	10 + 9
20	Veinte	2(10) ó 10 + 10	20	Epu mari	2(10)

**Figura 2.** Características morfosintácticas y morfo-matemáticas de los números del 11 al 20.

La figura 3 muestra un resumen de las distintas palabras y segmentos de palabras utilizadas en castellano para nombrar los números del 1 al 10.

Digito / Lenguaje	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Castellano	uno on	dos do ve	tres tre	cuatro cator	cinco quin	seis	siete	ocho	nueve	diez ce dieci inte
Mapunzugun	kiñe	epu	kùla	meli	kechu	kayu	regle	pura	aylla	mari

**Figura 3.** Palabras y segmentos de palabras en castellano y mapunzugun para nombrar los número entre 1 y 10.

En la figura 2 y 3, se aprecian las potenciales dificultades a que se enfrenta un estudiante mapuche de primer año básico, cuando deben aprenden a contar en castellano, de manera intransitiva y transitiva (Cid, Godino y Batanero, 2003), y además asociar esas palabras al símbolo numérico que lo representa, sin entender el sistema de código de este lenguaje. Sin embargo, en la numeración en mapunzugun podemos advertir que su regularidad en la formación sintáctica lo hace un sistema de fácil comprensión y asociación al lenguaje simbólico matemático del número. Si bien es un sistema oral, cabe señalar que el valor de una cifra se relaciona con la ubicación de la palabra, por cuanto su estructura es aditiva como podemos apreciar en las figuras 2.

Estas características regulares pueden ser consideradas un potencial recurso educativo. Considerando que en este contexto la noción de lengua asume un rol fundamental en el proceso de aprendizaje de la matemática escolar de los estudiantes.

En castellano, entre los cardinales 10 y 20 hay cuatro maneras diferentes de nombrar 10, tres maneras distintas para referirse a 2, dos maneras para nombrar el 1, 3, 4 y 5. Cambia de ubicación la palabra que identifica las unidades de primer y segundo orden, pero la yuxtaposición no cambia, es decir, se anteponga o suceda al diez se debe adicionar. La posición de la palabra numérica no se condice con la ubicación posicional del dígito desde el 11 al 15 y obviamente el 20. Cuando nos referimos a estos cardinales en palabras, en su estructura no se aprecia el valor posicional. El "0", símbolo esencial del sistema de numeración posicional, que tanto les cuesta adquirir a los estudiantes en primer año, cuando se enfrentan al aprendizaje de la decena, no está presente en la estructura sintáctica en castellano; esto puede explicar algunos hechos didácticos que observamos en las aulas de matemática en educación básica. También, puede ocurrir que el estudiante interprete el segmento "ce" como "0", ya que es más cercano, literalmente, a la palabra "cero" que a "diez".

En cambio, en la numeración oral en mapunzugun, ver figura 2, las palabras numéricas se asocian de manera literal al símbolo numérico del cardinal e incluso se puede asociar al valor posicional en cuanto a la ubicación de la palabra y la yuxtaposición que ello representa. La yuxtaposición es clara, la presencia del 10 es explícita y no introduce nuevas palabras ni segmento de palabras, como vemos en la figura 3. En la cultura del pueblo mapuche existe la voz para referirse a la ausencia de objetos concretos "ñielay". Esta voz puede ayudar a comprender la ausencia de unidades de primer y segundo orden, si este conocimiento se articula adecuadamente. Estos antecedentes muestran su potencial educativo.

De acuerdo con Ernest (2006) en nuestra descripción y análisis de la numeración mapuche: un conjunto de signos que pueden ser escritos, hablados o dibujados, la numeración oral en mapunzugun. Luego hay un

conjunto de reglas para producir las señales que contienen los signos, que en el caso de la numeración mapuche podemos nombrar algunos, como: los principios para contar correctamente, la puesta en correspondencia de cada elemento de un conjunto con los elementos de otro conjunto, vale decir la coordinabilidad; principio aditivo y multiplicativo, base diez,... Finalmente hay un conjunto de relaciones entre los signos, como la relación de biyección, puesto que a cada palabra numérica le corresponde sólo y sólo un elemento contado, la relación entre las palabras numéricas les ha permitido formar las expresiones numéricas mayores a mari (diez) y cuyo significado institucional en su contexto es contar y llevar registro de los acontecimientos.

Exponer la comparación de ambas prácticas discursivas y el análisis realizado, nos permite suponer a priori, que en la actuación de los estudiantes al enfrentarse al aprendizaje de la matemática escolar, emergen conflictos semióticos que dificultan su aprendizaje del conocimiento mapuche y del conocimiento escolar. En el siguiente apartado profundizamos más esta idea.

### **Números mapuches en las Orientaciones curriculares para la EIB**

A continuación exponemos la primera actividad propuesta por las orientaciones curriculares en matemáticas para la EIB en primer año básico. Nuestro currículo de matemáticas establece los estándares mínimos a alcanzar por todos los estudiantes en los distintos niveles educacionales en todo el territorio nacional, sin distinción de raza, credo, nivel socioeconómico ni ningún otro tipo de excepción. Sin embargo, en el caso de la EIB, existe un documento específico de matemática 'Orientaciones Curriculares para EIB', el que conjuga de alguna manera la propuesta didáctica del programa oficial de matemática para la educación básica y el contexto cultural en que se implementará esta enseñanza.

Al inicio de las actividades que propone este documento, encontramos la actividad genérica 1 que plantea (...) *El profesor pide a los niños que nombren a coro las partes de su cuerpo, en ambas lenguas (una cabeza, dos orejas, cinco dedos etc.).* (Ministerio de Educación, 2005, p.139). Esto indica



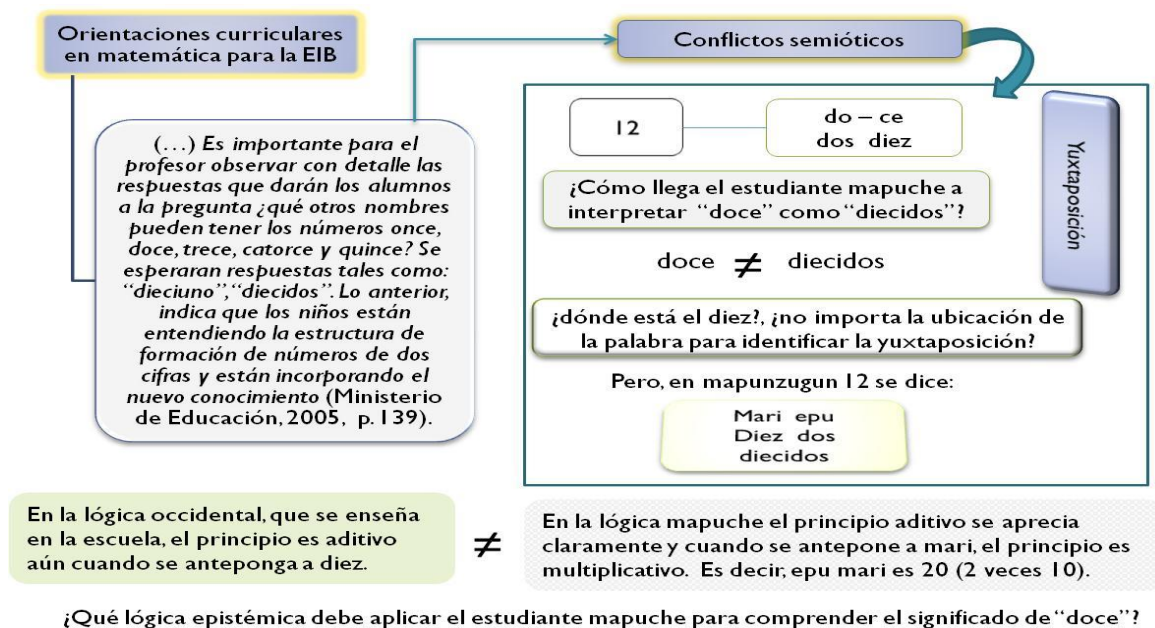
un primer encuentro entre ambas culturas matemáticas, asumiendo que los estudiantes ingresan a 1º año básico bilingües con un conteo intransitivo en castellano y mapuzugun. Luego, en la misma actividad, sugiere la introducción del concepto “cero”, sustentado en algo concreto y para ello propone.

*(...) El profesor agrupa a los niños y niñas de a tres y les nombra algún número, en ambas lenguas. Lo escribe en la pizarra, pidiéndole que lo representen con los dedos de sus manos. Si pedimos un número menor que 3, uno o dos niños no aportan dedo, con lo que expresamos la idea de que un niño no aporta nada, introduciendo el concepto de cero, sustentado sobre algo concreto (Ministerio de Educación, 2005, p.139).*

Este párrafo manifiesta el aprendizaje del cero como dígito que representa la ausencia de algo, sin embargo, creemos que en el tratamiento del cero debe haber un análisis didáctico matemático más profundo de cómo incorporar su simbología en el conocimiento matemático mapuche, ya que de acuerdo a su cosmovisión existe la palabra “ñielay” para indicar la ausencia de objetos concretos (Ministerio de Educación, 2005, p.139) y tenían una forma de registro que indicaba tal ausencia con un sistema de nudos.

En relación a este problema de las palabras para nombrar los números, se plantea al docente:

*(...) Es importante para el profesor observar con detalle las respuestas que darán los alumnos a la pregunta ¿qué otros nombres pueden tener los números once, doce, trece, catorce y quince? Se esperaran respuestas tales como: “dieciuno”, “diecidos”. Lo anterior, indica que los niños están entendiendo la estructura de formación de números de dos cifras y están incorporando el nuevo conocimiento (Ministerio de Educación, 2005, p.139).*



**Figura 4** Análisis, a priori, de conflictos semiótico

En la figura 4 podemos apreciar la distancia epistemológica entre el conocimiento matemático mapuche y escolar (Quintriqueo y Torres, 2013). Además, apreciar los conflictos semióticos que conlleva el primer encuentro de los estudiantes mapuches con la matemática escolar. Esta orientación curricular no considera que los números entre el “once” y “quince” en su oralidad y escritura castellana son irregulares y no se aprecia en ellos, explícitamente, la existencia del “diez” más la unidad. Para un adulto puede resultar fácil identificar que “do” es dos y “ce” es diez y, por tanto, doce y diecidos se refieren al mismo símbolo numérico 12. Pero para un niño de 5 o 6 años, no es tan obvio. Más aún, si viene con un conocimiento de su cultura de origen, que le dice que “mari epu” es 12 porque mari es 10 y epu es 2, entonces se tiene  $10 \text{ (mari)} + 2 \text{ (epu)} = 12 \text{ (mari epu)}$  y se aprecia literalmente la presencia de 10 y 2. Entonces, si el docente pregunta ¿de qué otra manera podemos nombrar “mari kiñe”, “mari epu”?, es más probable que la lógica epistémica mapuche le permita al estudiante asociar “mari epu” a “diez y dos” o “diecidos”.

Los matemáticos han convenido que el segmento “ce” representa al 10, pero podría ser que el estudiante asociara el agregado “ce” a “cero”, por estar más cerca de su escritura literal. En este caso, se perdería la yuxtaposición de la

adición en la formación del “doce” y no se comprendería que estamos frente a  $10 + 2$  y no al  $2 + 0$ , como podría interpretarse literalmente la palabra doce. Complejo escenario, ya que la relación del símbolo numérico y la palabra, requiere de una abstracción en la comprensión de la formación sintáctica de esa palabra y la relación con el signo que representa. Entonces, el aprendizaje “intransitivo” del número (Cid, et al., 2003) no asegura que estén comprendiendo la estructura morfo-matemática, si no ha habido una adecuada articulación entre “mari kiñe” y “diez y uno”, para luego llevarlos a la palabra “once”.

Asignar significado al aprendizaje de los sistemas de signos para incorporarlos a su cognición como objeto, supone establecer una función semiótica (Godino, Batanero y Font, 2007). En el ejemplo, vemos la disparidad de significados en dos sistemas de prácticas institucionales diferentes, mapuche y escolar. Entonces, ¿Cómo construye el significado personal el estudiante?

### **Conclusiones**

Ha quedado en evidencia la complejidad de aprender la matemática escolar en contexto mapuche. Esto supone para los niños un esfuerzo mayor en el aprendizaje de la matemática escolar por la complejidad semiótica que implica la comprensión de cada uno de estos sistemas de prácticas y su interacción. Por ello dejamos planteadas algunas preguntas:

- ¿Qué conflictos semióticos emergen en la actuación del estudiante mapuche en la solución de un problema matemático de conteo superior a la decena?
- ¿Qué significado atribuye el estudiante al principio de agrupamiento en mapunzugun?
- ¿Qué cambios serían necesarios en el currículo de matemáticas para articular adecuadamente el conocimiento matemático mapuche y la matemática escolar en los primeros niveles de la educación básica?

Resumiendo, aún cuando existe un reconocimiento formal de la etnomatemática mapuche, ésta no es abordada desde el punto de vista epistemológico como parte del “Kimün”, conocimiento mapuche. Por tanto, se hace necesario sistematizar el conocimiento matemático mapuche y cómo aprenden los estudiantes mapuches la matemática escolar. Más aún, si estos aprendizajes implican una re-significación y adaptación a códigos ajenos a su cultura. Los sistemas de prácticas mediados por la lengua mapunzugun merecen una atención y una respuesta a la cuestión semiótica y ontológica, como lo plantean Godino y colaboradores (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011). Por lo demás, si el conocimiento matemático de nuestros pueblos originarios, forman parte de su patrimonio cultural, entonces, debe revalorarse y enseñarse en la escuela para potenciar el espíritu crítico y de reapropiación de su historia y patrimonio cultural.

**Reconocimiento:** Trabajo realizado parcialmente en el marco del proyecto de investigación, EDU2012-31869, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO, España), el Programa de Capital Humano Avanzado de la Comisión Nacional Científica y Tecnológica, CONICYT BECAS CHILE 72150172 y la Corporación Municipal de Quilpué, Chile.

## Referencias

- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. Disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- D'Ambrosio, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. *Números*, (43), 439-444.
- Ernest, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity: The case of number. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 67-101.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.

- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 247-265.
- Ministerio de Educación (2005). Orientaciones para la Contextualización de Planes y Programas para la Educación Intercultural Bilingüe NB1. Santiago, Chile.
- Quintriqueo, S., y Torres, H. (2013). Construcción de Conocimiento Mapuche y su relación con el Conocimiento Escolar. *Estudios pedagógicos*, 39(1), 199-216.
- Salas, S. S. (2014). *Etnomatemática y multiculturalidad en la educación básica en Chile. El caso de la aritmética mapuche*. Tesis de Máster. Universidad de Granada. España.
- Salas, S. S., Godino, J. D., y Oliveras, M. L. (2015). Números mapuches en el currículo de la lengua mapuzugun en la educación básica chilena. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 194-213
- Vithal, R., y Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: a critique of 'ethnomathematics'. *Educational Studies in Mathematics*, 34(2), 131-157.