

T-757

### ÁREAS SIN RECETA

Ana Belén Petro Balaguer \* – Ana Belén Montoro Medina \* – Francisco Gil Cuadra\*\*  
anabelen.petro@uib.es – ana.montoro@uib.es - fgil@ual.es

(\*) Universidad de las Islas Baleares (España) – (\*\*) Universidad de Almería (España)

Núcleo temático: V. Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: T

Nivel educativo: Primaria

Palabras clave: Medida, Áreas, Geoplano, Aritmetización

#### Resumen

*¿Qué significa el concepto de área? ¿Qué dificultades encuentran nuestros alumnos en las fórmulas de las áreas de figuras planas? ¿Es necesario memorizarlas todas? ¿Es posible su comprensión en lugar de su memorización? ¿Por qué la primera fórmula de área que se proporciona es la del cuadrado? ¿Cómo nos pueden ayudar los materiales manipulativos en el aprendizaje significativo de estas fórmulas?*

*En este taller pretendemos trabajar la construcción de las fórmulas de áreas de las figuras planas de forma significativa. Para ello, y con la ayuda del geoplano y del uso de diferentes figuras planas, intentaremos seguir una breve secuencia didáctica donde la base de las fórmulas será un triángulo equilátero. Esto permitirá darse cuenta de que las fórmulas dependen de la unidad elegida para medir y aprehender las dificultades en las que se encuentran nuestros alumnos durante su aprendizaje. Haremos hincapié en que las estrategias de composición y recomposición de figuras para obtener fórmulas deberían ser las herramientas básicas en la medida del área, entendiendo esta como el pavimento de una superficie con una figura dada (unidad). Además se trabajará la búsqueda de regularidades numéricas en una sucesión de números, conectando así Álgebra y Medida.*

La mayoría de las personas recuerdan haber trabajado el cálculo de áreas en sus clases de matemáticas, generalmente en los últimos cursos de primaria y durante la secundaria. Pero si preguntamos qué es el área de una figura cualquiera, casi todas tienen dificultades a la hora de explicar este concepto, por lo que harán referencia únicamente a fórmulas para su cálculo. El área es un concepto considerado como imprescindible por la mayoría del profesorado de matemáticas y al que se le dedica tiempo y esfuerzo, pero, ¿cómo se debería trabajar este concepto?

Si consultamos el término área en el Diccionario de la Real Academia Española, nos encontramos con dos acepciones de este término:

513

- Superficie comprendida dentro de un perímetro.
- Extensión de la superficie del área expresada en una determinada unidad de medida.

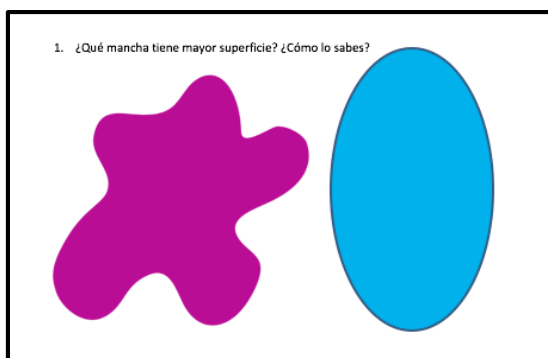
Esta doble acepción se refleja en el currículum de primaria que establece estándares evaluables relativos al cálculo de áreas en dos de los cuatro bloques de contenidos: Medida y Geometría. Así, en el bloque de Medida, encontramos diferentes estándares de aprendizaje evaluables que nos hablan de aprender a medir, a usar los instrumentos y elegir unidades adecuadas para medir las superficies. Concretamente, nos indica que los estudiantes deben ser capaces de “comparar superficies de figuras planas por superposición, descomposición y medición” (MECD, 2014). Por otro lado, en el bloque de Geometría se nombra como contenido “Perímetro y Área”, especificando que deben “comprender el método para calcular el área de un paralelogramo, triángulo, trapecio y rombo”, y ser capaces de calcular el área y perímetro del cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo, aplicándolos en planos y espacios reales, para comprender situaciones de la vida diaria. De igual forma, en los Estándares para la Educación Matemática del NCTM (Ferrini-Mundy y Martín, 2000; NCTM, 1991), en el tema de medida, nos habla de la aplicación de una variedad de técnicas y herramientas para resolver problemas relativos a la medida de longitudes y áreas, entre las cuales aparecen las fórmulas de cálculo de áreas. Ambos documentos, dejan claro la necesidad del trabajo en el campo de la medida de la magnitud de superficie.

Moreno, Gil y Montoro (2015) nos indican que:

“Trabajar las magnitudes básicas y su medida con escolares es mucho más que manejar fórmulas, memorizar un sistema estructurado de unidades o transformar unas unidades en otras. La medida de una magnitud es un proceso complejo que se inicia con la construcción de la magnitud y se completa con sus instrumentos, sus técnicas de medida y las estrategias para su estimación” (p.153).

Para establecer una base fuerte en la construcción del concepto de medida de una magnitud es necesario trabajar la comparación directa de magnitudes y crear la necesidad del uso de intermediarios cuando esta no es posible. Así, la medida surgirá como una comparación con una unidad o referente, generalmente, más pequeña que el objeto a medir, trabajando la selección de unidades adecuadas para la medida de los objetos y aprovechando cualquier oportunidad para realizar estimaciones previas a la medida. Se ha de mostrar las ventajas e inconvenientes del uso de unidades corporales y crear la necesidad del uso de unidades

estándar. Los contextos de comunicación y la historia del comercio nos pueden ayudar a mostrar el porqué de su aparición. Por último, destacar la importancia de la utilización de instrumentos de medida usuales y el carácter aproximado de la medida (Moreno et al, 2014). La medida de la magnitud superficie (y volumen) cuenta, además, con una última etapa caracterizada por el uso de fórmulas que permiten calcular el área de una figura plana conociendo la longitud de algunos de sus elementos. En cambio, con demasiada frecuencia, se introduce esta etapa prematuramente, omitiendo la etapa de comparación por superposición de figuras y/o por composición y descomposición (Barba y Calvo, 2014). La etapa de comparación es básica, ya que ayuda a los escolares a discriminar el tamaño de la superficie (su medida) de otras propiedades como son su forma o su perímetro (Godino, Batanero y Roa, 2002), ayudando a eliminar uno de los errores más frecuentes acerca del área, como es la confusión del perímetro y el área (Algar, Gómez, Gutiérrez-Rave y Pérez, 1991). Además, realizar actividades en las que se compare la superficie de distintas figuras construidas con una cuerda fija (mismo perímetro) y otras en las que se compare el perímetro de figuras construidas con una superficie concreta (misma superficie), trabajadas adecuadamente ayuda a trabajar la concepción errónea de las figuras que tienen mayor superficie tienen mayor perímetro, y por tanto, que comparar el perímetro de una figura plana es una estrategia inadecuada para conocer qué figura tiene mayor superficie (Olmo, Moreno y Gil, 1989).

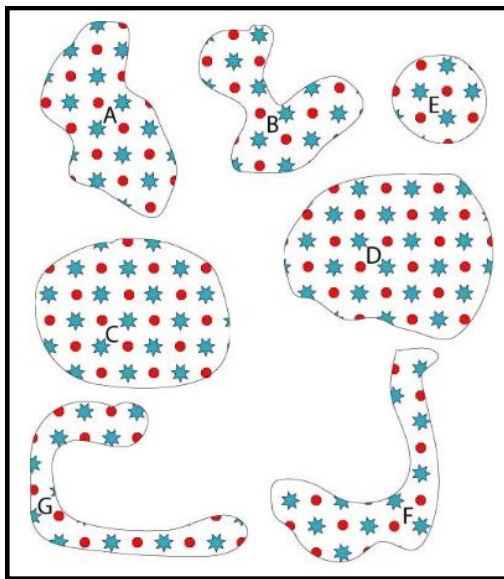


**Figura 1. Actividad 1: Comparación de superficies.**

Por tanto, en nuestro taller, empezaremos con dos actividades en las que trabajaremos la comparación y la ordenación de diferentes figuras. En la primera actividad (Figura 1) se

pretende que los asistentes al taller comparen la superficie de dos figuras, una figura irregular y un óvalo de aproximadamente la misma superficie. La comparación visual no permite obtener una conclusión, lo que nos llevará a la superposición de las dos figuras. Los asistentes dispondrán de tijeras para poder recortar estas figuras y realizar la superposición.

En la segunda actividad del taller (Figura 2), extraída de la página web de Nrich (Wallpaper, 1997-2017), los asistentes dispondrán de una serie de figuras irregulares y deberán ordenarlas de menor a mayor superficie. Estas figuras tienen dibujados en su interior un patrón de puntos y estrellas, que ayudará a introducir la idea de unidad, para poder avanzar en la elección y uso unidades.



**Figura 2. Actividad 2: Ordenación de figuras según su superficie.**

Extraída de Nrich (<http://nrich.maths.org/4964/note>)

Posteriormente debemos reforzar el concepto de “Medida del área” como el pavimento de una superficie con una figura dada (unidad). Por tanto, el primer paso en esta etapa debe ser hacer consciente a los asistentes (en su momento, a los alumnos) de qué figuras nos pueden servir para pavimentar, sin dejar agujeros y sin superponerse. Así, podrían trabajarse el cálculo de la superficie de objetos utilizando folios, post-it, azulejos... Con ellas, se trabajará el concepto de superficie y su medida directa, haciéndose evidente la utilidad del uso de

fórmulas para el cálculo indirecto de la medida de la superficie, dada la cantidad de tiempo y esfuerzo que simplifica. En cambio, cuando en la enseñanza se limita su uso al empleo de fórmulas estamos privando al alumno de la percepción del sentido de las fórmulas, además de no darle la oportunidad de manipular la magnitud antes de medirla. (Segovia, Castro y Flores, 1996).

En definitiva, acordamos con Godino *et al.* (2003) cuando afirma que:


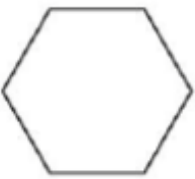
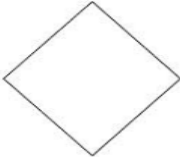
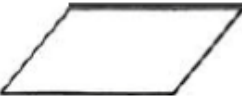
“Es recomendable que los niños no usen nunca las fórmulas sin que hayan participado en el desarrollo de dichas fórmulas. El desarrollo de las fórmulas por los propios niños es una actividad mucho más importante y significativa que la introducción de números en tales fórmulas. Pero en cualquier caso los alumnos deben comprender previamente el rasgo o característica de los objetos cuyo tamaño se mide mediante las fórmulas (longitudes, perímetros, áreas y volúmenes)” (p. 383).

Como dicen Castro, Flores y Segovia (1997), “con actividades de recubrimiento del plano podemos llegar con los alumnos a la conclusión de que entre las figuras que recubren el plano resaltan dos: el triángulo equilátero y el cuadrado” (p. 25).

En el taller propondremos el desarrollo de las fórmulas de diferentes polígonos, utilizando como unidad de superficie el triángulo equilátero. De esta forma, los asistentes experimentarán otra forma de aprender este contenido y se enfrentarán a las dificultades propias de los alumnos. Por tanto, en la tercera actividad se les pedirá que, usando el geoplano triangular o papel isométrico, descubran las fórmulas de las áreas de los polígonos de la Tabla 1 usando como unidad el triángulo equilátero. Con esta actividad se pretende trabajar los procedimientos usuales de medida de superficie: *cuadricular* la superficie; descomponer la figura en otras de las que se sabe calcular el área; recortar y mover partes de la figura para componer otra de la que se sabe calcular el área; y componer otra figura que contiene a la dada, de la que se sabe calcular su área y la de los trozos sobrantes (Carrillo *et al.*, 2016).










La idea al realizar esta actividad es que los asistentes detecten las dificultades que han tenido ellos al obtener las fórmulas para comprender las dificultades de sus alumnos, que compartan estrategias e ideas que puedan trasladar a su alumnado y comprendan la dependencia de las fórmulas en función de la unidad. Además, analizaremos la secuencia de aprendizaje propuesta en esta actividad y la adaptaremos para utilizarla en el aula de primaria y secundaria en el aprendizaje de las fórmulas estándar.

Por último, ayudándonos de geoplanos cuadrangulares y la actividad 2, introduciremos una actividad de búsqueda de patrones que consiste en descubrir la Fórmula de Pick (Tabla 2). Otro aspecto importante en la trayectoria de enseñanza-aprendizaje de la magnitud superficie es el uso de instrumentos, que hemos trabajado en las últimas actividades del taller ya que, como nos indica Godino *et al* (2002), el geoplano y las hojas isométricas se pueden considerar como “reglas de medir áreas”. Debemos tener en cuenta, como nos indican Barba y Calvo (2015), que combinar los geoplanos manipulativos (para experimentar), los de papel (para registrar las soluciones) y los virtuales (para compartir las soluciones) es la mejor experiencia que podemos ofrecer a nuestros alumnos, y es lo que se intenta hacer en nuestro taller.

Figura	Justificación	Fórmula
 Triángulo equilátero		
 Hexágono regular		
 Rombo		
 Romboide		

Rectángulo		
------------	--	--

**Tabla 1. Actividad 3: Búsqueda de fórmulas para el cálculo de superficies de polígonos usando como unidad el triángulo equilátero.**

Figura	Puntos interiores	Puntos frontera	Área
	0	4	1
	0		
			
	0		
	0		
	1	4	2
	1		
	1		
	1		
	1		
	2	6	4
	2		
	2		
	2		
	2		



## Tabla 2. Actividad 4: Fórmula de Pick.

### Referencias bibliográficas

- Algar, C., Gómez, M.J., Gutiérrez-Ravé, A., y Pérez, A. (1991). *Área de figuras planas*. [http://www.ugr.es/~sevimeco/documentos/edu\\_multimedia/area](http://www.ugr.es/~sevimeco/documentos/edu_multimedia/area) Consultado 10/04/2017.
- Barba, D. y Calvo, C. (2014). Algunas actividades para hablar de medida. *Suma* 77, pp. 77-84.
- Barba, D. y Calvo, C. (2015). Manipular, representar y describir figuras planas. *Suma* 79, pp. 85-92.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., Climent, N., Montes, M. A., Escudero, D.I. y Flores, E. (2016). *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación matemática*. Madrid. Ediciones Paraninfo.
- Castro, E., Flores, P. y Segovia, I. (1997). Relatividad de las fórmulas del cálculo de superficie de figuras planas. *Suma* 26, pp. 23-32
- Ferrini-Mundy, J. y Martín, W.G. (Eds.) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, NCTM.
- Godino, J.D., Batanero, C. y Roa, R. (2002). Medida de las magnitudes y su didáctica para maestros. En Godino J.D. (Ed.), *Matemáticas y su didáctica para maestros* (pp. 607- 692). Granada, España: Proyecto Edumat - Maestros.
- MECD (2014). Real Decreto 126/2014 de 28 de Febrero, por el que se establece el currículo básico de Educación Primaria. *BOE* nº 52, 1 de Marzo de 2014.
- Moreno, M.F., Gil, F. y Montoro, A. B. (2015) Sentido de la medida. En L. Rico y P. Flores. (Eds.) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria* (pp. 145-168). Madrid: Síntesis.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla, SAEM THALES.
- Olmo, M. A. del, Moreno, M.F. y Gil, F. (1989). *Superficie y volumen: ¿algo más que el trabajo con fórmulas?*. Madrid: Síntesis.
- Segovia, I., Castro, E. y Flores, P. (1996). El área del rectángulo. *UNO* 10, pp. 63-77.
- Wallpaper (1997- 2017). Nrich - *Enriching mathematics*. <http://nrich.maths.org/4964/note> Consultado 10/04/2017.