T-704

ORIGAMI Y SANGAKUS: ORISANGAKUS EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

María Belén Garrido Garrido
belengarrido@gmail.com
Colegio Guadalavia(Valencia). España

Núcleo temático: V. Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Modalidad: T
Nivel educativo: Medio o Secundario
Palabras clave: Orisangaku, papiroflexia, origami, matemáticas

Resumen
La papiroflexia se puede usar como recurso para enseñar distintos conceptos matemáticos, en distintos niveles educativos. Dentro del campo de la geometría, fomenta el uso y la comprensión de distintos conceptos geométricos. Aprovechando el concepto del reto matemático planteado en los problemas japoneses "sangaku" se proponen actividades "ORISANGAKU": Construcción de figuras de papiroflexia y la resolución de problemas geométricos basados en ellas.
Los asistentes al taller, dirigidos por la ponente, doblan distintas figuras de papiroflexia básicas no complicadas.
Durante el doblado de las figuras la ponente va explicando cómo usar el doblado de esa figura en el aula de matemáticas. También propondrá un problema basado en cada figura de papel. Para resolverlo, los dobleces hechos se han de analizar desde un punto de vista geométrico y se han de hacer distintos cálculos para llegar a la solución final. Los retos que se proponen serán de distinta complejidad y todos ellos se pueden resolver utilizando conceptos geométricos básicos.
Se pretende que los asistentes al taller constaten la utilidad de plantear retos matemáticos basados en figuras de papiroflexia y la utilidad de la utilización de esta técnica en el aula para propiciar el aprendizaje de conceptos matemáticos y el desarrollo de habilidades relacionadas.

La papiroflexia, origami en japonés, se puede usar como recurso para enseñar distintos conceptos matemáticos, tanto a niveles educativos básicos como en niveles universitarios. En el estudio de la geometría resulta una ayuda eficaz el uso de recursos, como la papiroflexia, que permite a los estudiantes generar sus propias figuras y trabajar sobre ellas distintos conceptos geométricos. En una figura de papiroflexia hay un gran componente geométrico si se considera el modo exacto y riguroso en que se debe doblar el papel.

ISBN 978-84-945722-3-4

La utilización de esta técnica en clase de matemáticas busca propiciar el aprendizaje de conceptos matemáticos y el desarrollo de habilidades relacionadas. Por esto se hace necesario que las actividades diseñadas vayan dirigidas hacia tal aprendizaje a través de la construcción, la observación, el análisis y la investigación de casos y situaciones que podrían resultar interesantes o sorprendentes para el alumno.

Sangaku: pasión por los retos matemáticos

En los templos sintoístas y budistas de Japón, durante el período Edo (1603-1867), podían observarse, suspendidas en los aleros de los tejados, multitud de ofrendas que los fieles hacían en papel o en tablillas de madera. Entre estas tablillas había algunas con figuras geométricas dibujadas en vivos colores que planteaban fascinantes problemas geométricos. Eran sangaku, término que literalmente quería decir "tablilla matemática". En la actualidad se han llegado a recuperar y clasificar 825 sangaku, la más antigua de las cuales se remonta a 1683.

Todo apunta a que se trataba de matemáticas puramente recreativas y que eran practicadas por campesinos, comerciantes o samuráis, por el puro placer de resolver un problema. La mayor parte de los problemas planteados trataban sobre geometría euclidiana y específicamente sobre círculos, elipses, esferas, figuras dentro de otras figuras y también sobre el cálculo de volumen de diversos sólidos. Una gran parte de estos problemas se pueden resolver utilizando los conocimientos sobre Geometría que se imparten en los cursos de Educación Secundaria, otros requieren matemáticas superiores.

Actividades Orisangakus

Aprovechando el concepto del reto matemático planteado en los problemas japoneses “sangaku” (tablillas de madera con figuras geométricas que planteaban fascinantes problemas geométricos en el Japón de los siglos XVII-XIX) se proponen actividades “ORISANGAKU”: Construcción de figuras de papiroflexia y la resolución de problemas geométricos basados en ellas.

Estas actividades tienen la siguiente estructura: En primer lugar, se dan a los alumnos instrucciones impresas para construir una figura doblando papel; se usan dibujos con la simbología específica de la papiroflexia y también se incluyen algunos textos explicativos.

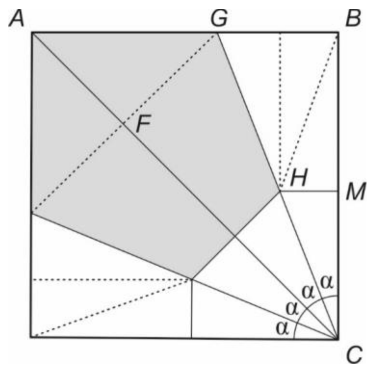
ISBN 978-84-945722-3-4

Después se propone un problema basado en la figura de papel, a modo de desafío geométrico. Para resolverlo, necesariamente se han de analizar desde un punto de vista geométrico los dobleces y se han de hacer distintos cálculos para llegar a la solución final. Los retos que se proponen pueden ser de distinta complejidad matemática desde Educación Primaria hasta nivel universitario. Existen una gran cantidad de figuras de papiroflexia muy aprovechables en Educación Primaria y Secundaria para proponer retos geométricos que puedan ser resueltos utilizando conceptos geométricos básicos y es interesante constatar que los alumnos pueden proponer distintos caminos posibles para resolver el desafío propuesto en cada orisangaku.

Un ejemplo de actividad Orisangaku

Se les entrega a los alumnos las instrucciones del Anexo para que construyan esta sencilla ave acuática a partir de un cuadrado de papel. Y se les plantea el siguiente reto: Si el papel cuadrado de partida es de 15 cm x15 cm, calcula el área del pentágono que aparece en la Figura 5 de las instrucciones.

Un camino para solucionar el reto puede ser el siguiente:



Podemos calcular el área que nos piden restando al área del cuadrado diez veces el área A_p de uno de los triángulos rectángulos pequeños, que son todos ellos semejantes al *HMC*.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Para calcular A_p tomamos como base el segmento *MC* de longitud $L/2$ y como altura el segmento *MH* de longitud $\frac{L}{2} tg\alpha = \frac{L}{2} tg 22{,}5^{\circ} = \frac{L}{2} tg \frac{\pi}{8}$.

Vemos así que $A_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{2} tg \frac{\pi}{8} = \frac{L^2}{8} tg \frac{\pi}{8}$ y por tanto, el área buscada es $L^2\left(1 - \frac{5}{4} tg \frac{\pi}{8}\right)$.

Dado que las longitudes de *AF*, *FG* y *GB* son iguales (como puede verse en la figura) para obtener $tg \frac{\pi}{8}$ nos basta con calcular la longitud del segmento *GB*, que es simplemente $\overline{GB} = \overline{AC} - \overline{FC} = L(\sqrt{2} - 1)$. Deducimos así que $tg \frac{\pi}{8} = \frac{\overline{GB}}{\overline{BC}} = \sqrt{2} - 1$ y con este resultado obtenemos inmediatamente que el área de la región coloreada es

$$L^2\left(1 - \frac{5}{4}(\sqrt{2} - 1)\right) = \frac{L^2}{4}(9 - 5\sqrt{2}) \approx 108{,}502 \text{ cm}^2.$$

Objetivos de este tipo de actividades

La exploración de los aspectos geométricos de las figuras de papiroflexia se puede utilizar para investigar las relaciones entre los elementos geométricos de las figuras, descubrir sus propiedades características y aprender a utilizarlas en la solución de problemas.

Se fomentan el uso y la comprensión de conceptos básicos de geometría (diagonal, mediana, vértice, bisectriz, etc.), el análisis de las propiedades de diversas figuras geométricas, la identificación de relaciones de simetría y semejanza, el uso de los teoremas de Thales y Pitágoras y de conceptos trigonométricos para obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras, El estudiante desarrolla igualmente la capacidad de producir conjeturas, comunicarlas y validarlas. También debe generar demostraciones utilizando un lenguaje matemático básico adecuado. Por otro lado, los desafíos con figuras geométricas llaman la atención y se puede aprovechar su potencial para generar actividades abiertas y favorables a la exploración de las propiedades de las figuras geométricas.

Ya que en muchos de los problemas propuestos no hay un único camino para llegar a la solución, el alumno ha de crear y justificar el suyo generando demostraciones con un lenguaje matemático básico adecuado. No basta con que los alumnos conozcan y utilicen con

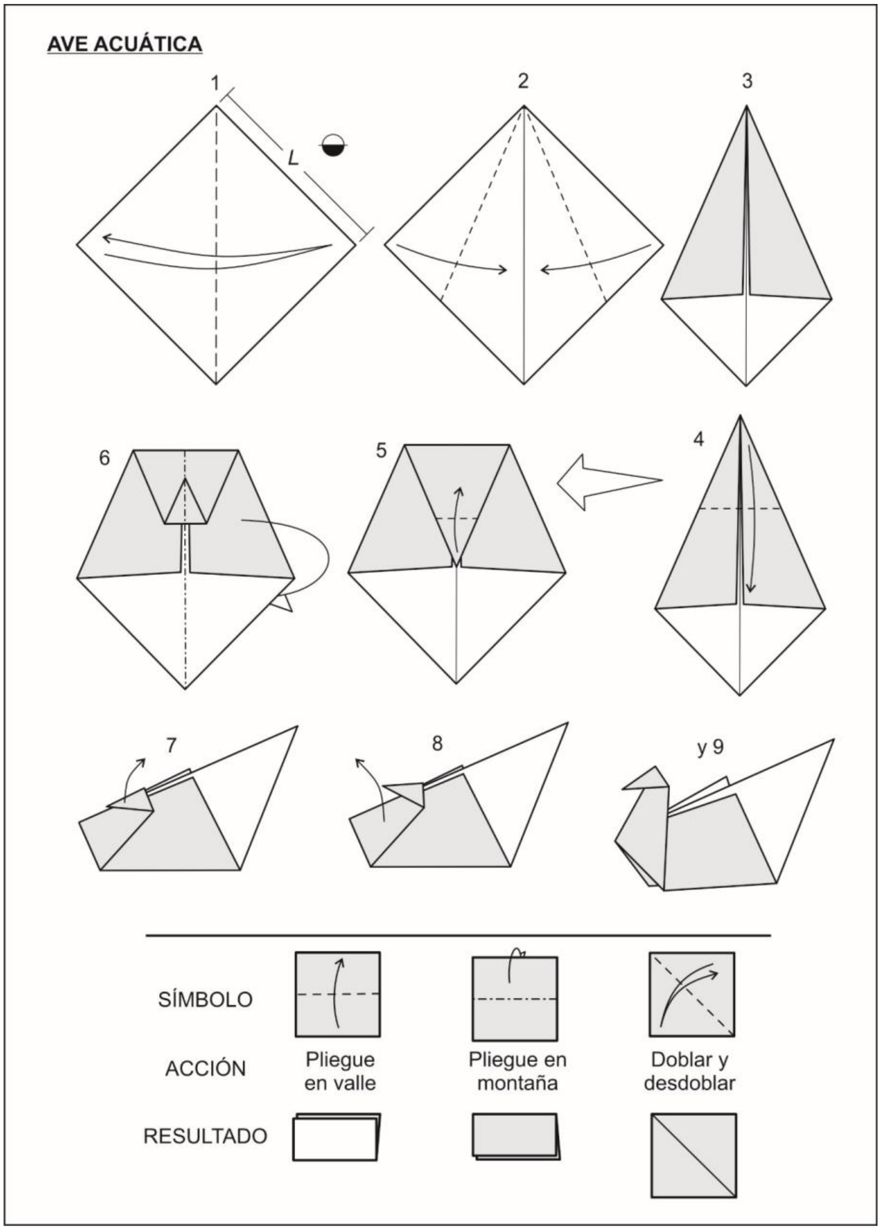
VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

propiedad el lenguaje de la geometría y recuerden los nombres de las figuras o las fórmulas para los distintos cálculos; es necesario que exploren e investiguen las propiedades geométricas de las figuras para poder utilizarlas en la resolución de los desafíos propuestos.

Cualquier profesor puede crear sus propios orisangakus y, según sean sus conocimientos de papiroflexia, puede diseñar una gran cantidad de actividades de distinta complejidad tanto sobre geometría en el plano como en el espacio. También es muy interesante proponer a los alumnos que diseñen sus propios orisangakus para fomentar el desarrollo de su creatividad geométrica.

Anexo

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Garrido, M.B. (2015). *Orisangakus. Desafíos matemáticos con papiroflexia. Madrid:* Editorial SM.

Haga, K. (2008). *Origamics: Mathematical Explorations through Paper Folding*. Singapore: World Scientific Pub Co.

HULL, T. (2006). *Project Origami: Activities for Exploring Mathematics.* Wellesley: A K Peters/CRC Press.

Kawamura, M. (2001) *Polyhedron Origami for Beginners (Origami Classroom*). Tokyo: Japan Publications Trading.

Mitchell, D. (1997). *Mathematical Origami: Geometrical Shapes by Paper Folding*. Cambridge: Tarquin Pubns.

Pearl, B. (2005). *Math in Motion: Origami in the Classroom K-8.* Yardley: Crane Books, 2005.

Vidal, M.A. (2011). *Doblando las mates.* Santiago de Compostela: Auga Editorial.

ISBN 978-84-945722-3-4