

P-752

### LA CALCULADORA DE AHMÉS

Guillem Bonet Carbó – Roser Matas Nadal  
[gbonet2@xtec.cat](mailto:gbonet2@xtec.cat) – [rmatas2@xtec.cat](mailto:rmatas2@xtec.cat)  
INS Santa Coloma de Farners - España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: P - Póster

Nivel educativo: Sistema de numeración, ABP, investigación, algoritmo

#### Resumo

*Estudio del propio sistema de numeración decimal a través de la investigación del sistema de numeración egipcio. Se propone una experiencia realizada en el aula de matemáticas con los alumnos de 1º de ESO del instituto INS Santa Coloma de Farners y en coordinación con el departamento de sociales.*

*El proceso de investigación que se propone consiste en descubrir el sistema de numeración, así como algunos de los algoritmos de cálculo usados por el escriba Ahmés en la cuna de nuestra civilización, el antiguo Egipto. El alumno investiga sobre los métodos de cálculo descubiertos deduciendo propiedades que aplicará, preva validación, en su sistema de numeración.*

*Paralelamente, en la asignatura de sociales, los alumnos enriquecen su investigación científica pintando el entorno social, cultural y geopolítico del antiguo Egipto. Los alumnos se convierten en investigadores, trabajando no sólo su imaginación e intuición, sino también su razonamiento, sin el cual el aprendizaje de una disciplina no se puede garantizar.*

#### 1. Justificación y metodología de trabajo

La actividad que se describe a continuación, realizada por alumnos de 1º de ESO del INS Santa Coloma de Farners a inicios del curso 15-16, forma parte de un proyecto de estudio transversal de la civilización egipcia. Dicho estudio se trabajaba en las asignaturas de matemáticas, sociales y educación visual y plástica, y para el cual se ha dedicado un peso lectivo (en la asignatura de matemáticas) de 8 horas.

Para la planificación de la actividad en las distintas asignaturas que participaban en ella, se quiso dar un giro en el enfoque metodológico en la adquisición de conceptos correspondientes al sistema de numeración decimal; intentando que la actividad resultante fuera rica competencialmente, que implique un reto para el alumno.

Siguiendo las ideas de Brugués (2013), *“La adquisición de las competencias matemáticas pide formas de trabajar que potencien su desarrollo [...] El profesor tiene que provocar curiosidad y proponer retos y dar el tiempo suficiente para que el alumno investigue y reflexione. Tiene que animar al alumno a construir su propio aprendizaje y ayudarlo a tener conciencia de su propio progreso. [...] eso ayudará a crear una cultura de clase basada más en la interrogación que en la búsqueda de respuestas inmediatas”*.

Evidentemente, el cambio metodológico supuso una transformación significativa en las dinámicas del grupo dentro del aula, puesto que los roles de profesor y alumno están absolutamente cambiados. Los alumnos se agrupan en pequeños equipos heterogéneos e investigan sobre los puntos que se les pide en cada sesión.

Finalmente, puesto que el estudio de los números egipcios no es un contenido curricular de 1º de la ESO, sí que lo es el estudio en general del propio sistema de numeración y, en concreto, de los números naturales, los enteros, los racionales y las fracciones. Con este trabajo se pretende ahondar en el estudio del propio sistema de numeración a través de la investigación del sistema de numeración egipcio y sus reglas de cálculo.

## **2. Investigar como base del aprendizaje**

Como se comentó en el punto anterior, se pretende aplicar la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) para favorecer un espíritu crítico e investigador en nuestros alumnos. Por este motivo, en cada una de las 8 sesiones planificadas, se propone al alumnado la superación de distintos retos que el alumno tendrá que superar usando una metodología parecida al método científico : observar, hacerse preguntas, hacer hipótesis, experimentar, contrastar las hipótesis, sacar conclusiones, compartir y documentar el trabajo realizado, hacerse nuevas preguntas y vuelta a empezar.

Para que la investigación tuviese una base sólida, se propuso al alumnado investigar sobre la civilización egipcia, conocer sus costumbres, su estructura jerárquica, sus leyes, sus creencias, ... y por qué no, sus conocimientos científicos y matemáticos, y las utilidades que hacían de ellos. Esta parte del trabajo era especialmente importante, puesto que mostraba al alumnado la necesidad de los antiguos egipcios no sólo para aprender ciencias, sino también para transmitir adecuadamente el conocimiento adquirido.

En ese contexto aparece de forma natural, la figura del escriba Ahmés, el papiro Rhind y la figura de Henry Rhind, el gran arqueólogo. La investigación principal se realiza alrededor de la figura de Ahmés y de su papiro, y de los problemas que en él aparecen.

### 3. Análisis del propio sistema de numeración

Una vez creada una base sólida y enmarcado ya el trabajo, se pide un análisis del propio sistema de numeración, así también del egipcio, para llegar a un punto de familiarización tal que nos permita deducir la suma y la resta en numeración egipcia sin dificultad. En este último punto se trabaja de forma manipulativa con el uso de un ábaco, al igual que hacían los antiguos egipcios, para comprobar las teorías establecidas.

El uso y la comprensión del funcionamiento del ábaco les ayuda también a entender el propio algoritmo de la suma y la resta.

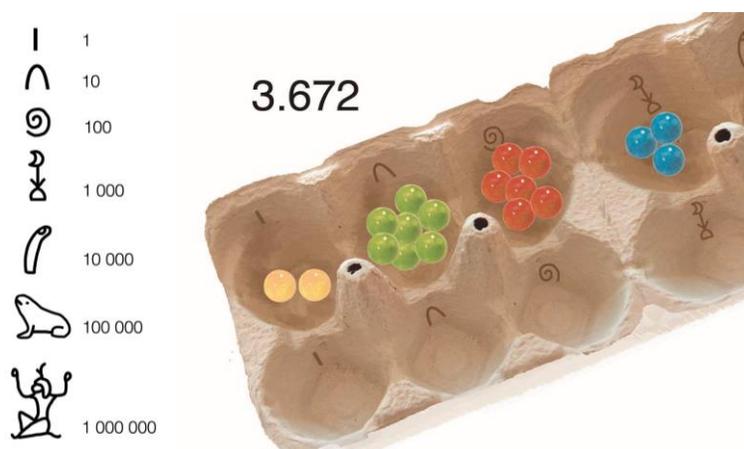


Imagen 1: Numeración egipcia y ábaco improvisado representando el número 3.672

### 4. Análisis de las operaciones suma y resta

Una vez introducidos e investigados los sistemas de numeración nos proponemos un reto sencillo: buscar un algoritmo para calcular con números egipcios la suma y la resta de dos cantidades. El objetivo real de esta actividad es que el alumno investigue el funcionamiento de las operaciones básicas en el propio sistema de numeración y entienda el mecanismo de cálculo de la suma y la resta, porque “llevamos” cuando sumamos o qué pasa con las restas cuándo nos falta para quitar en una posición. Como ampliación de la actividad se propuso a los alumnos la comprobación del algoritmo con el ábaco fabricado en clase.

Por lo general los alumnos no tienen dificultad en encontrar un buen algoritmo para la suma y la resta, y cabe decir que se maravillan cuando entienden lo que antes hacían de forma repetitiva y mecánica. Para ello el ábaco les ayuda sobre todo a visualizar las distintas operaciones.

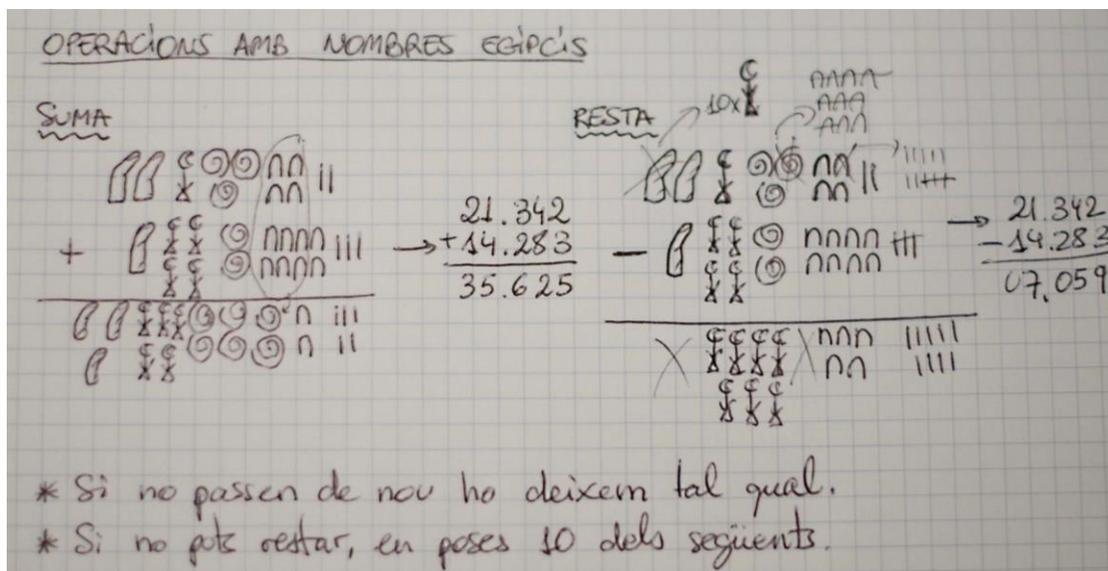


Imagen 2: Detalle de la libreta de un alumno con la propuesta de suma y resta.

Les ayuda, por ejemplo a visualizar que una vez llena una casilla con 10 bolitas, capacidad máxima de cada casilla, el alumno cambia estas 10 bolitas por una situada en la casilla inmediatamente superior, un alumno explicó que esto era como dar cambio de un billete de 10 euros con diez monedas de euro. Una visualización parecida se produce en la resta, van quitando bolitas de cada unidad hasta que no les quedan, entonces compensan una bolita de una unidad superior con 10 de la actual, y continúan sacado. Visualizado y comprendido esto, empiezan a dudar del propio algoritmo y les cuesta visualizar porque se añade una unidad al sustraendo y no restarle una al minuendo. Pero luego llegan a la conclusión que es exactamente la misma operación.

### 5. Análisis de las operaciones producto y división

Después de analizar las operaciones suma y resta, nos propusimos algo más difícil. Analizar el algoritmo para multiplicar y dividir que usaba Ahmés. Para ello debemos saber que los antiguos egipcios no se sabían las tablas de multiplicar.

Para esto, lo primero que hacemos es proponer al alumno buscar, ingeniar, inventar, un algoritmo de la multiplicación que pudiera haber usado Ahmés. La mayoría de los alumnos tenían tendencia a usar alguna variante del propio, y para ello necesitan dominar las tablas de multiplicar. Visto

el fracaso general, se proponen distintos enunciados de problemas, adaptados al nivel de cada alumno y que podrían haber realizado el mismo escriba. Adjunto a cada problema, se añade la solución y resolución que habría dado Ahmés para solucionar dicho problema.

Los alumnos comparan como ellos hubieran resuelto el problema con lo que hace Ahmés y después de analizar distintos problemas, acaban con un pequeño algoritmo. De este, salen muchas más preguntas: si funciona siempre, porque funciona, qué pasaría con la división, etc. este tipo de preguntas enriquecen y mucho todo el proceso de aprendizaje.

Se añaden a continuación algunos de los problemas usados.

Problema 1: *El faraón donará 41 denares a cada uno de los 105 soldados que han regresado victoriosos de la batalla. Cuantos denares pagará en total?*

I — $\wedge\wedge\wedge$	1 — 41	$  \begin{array}{r}  105 \\  \times 41 \\  \hline  105 \\  420 \\  \hline  4305  \end{array}  $
II — $\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	2 — 82	
IIII — $\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	4 — 164	
IIII — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	8 — 328	
$\wedge$ IIII — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$	16 — 656	
$\wedge\wedge$ II — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge$	32 — 1312	
$\wedge\wedge\wedge$ II — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge$	64 — 2624	
$\textcircled{\text{I}}$ IIII — $\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\textcircled{\text{I}}\wedge\wedge$	105 — 4305	

Imagen 3: Resolución de Ahmés del problema 1, traducción y comprobación del resultado.

Los alumnos se dan cuenta que Ahmés empieza a doblar la primera columna, así como la segunda, con lo que cobrarían dichos soldados. Una vez calculados todos los dobles necesarios, suma aquellos que necesita para conseguir el 105 ( $105=1+8+32+64$ ). Y suma luego los que les corresponden a estas cifras ( $41+328+1.312+2.624=4.305$ ).

Problema 2: *Para motivar a los generales que participen en la batalla, el consejo del Faraón saca el siguiente decreto:*

*“Se dará un tercio del botín a Neith (diosa de la guerra), como agradecimiento por la victoria conseguida. Otro tercio es para el Faraón (hijo legítimo del dios Ra), que nos quiere como un padre. El último tercio se repartirá entre los generales victoriosos en*

la batalla; así como Ra los premia con la victoria, también el Faraón los premiará con la gloria”

Los 6 generales del Faraón Amosis I (1567 aC) entregaron la victoria de la batalla de Caná sobre los hikses. Los vencidos libraron un botín de 702 sueldos al Faraón. Cuántos sueldos corresponden a cada general?

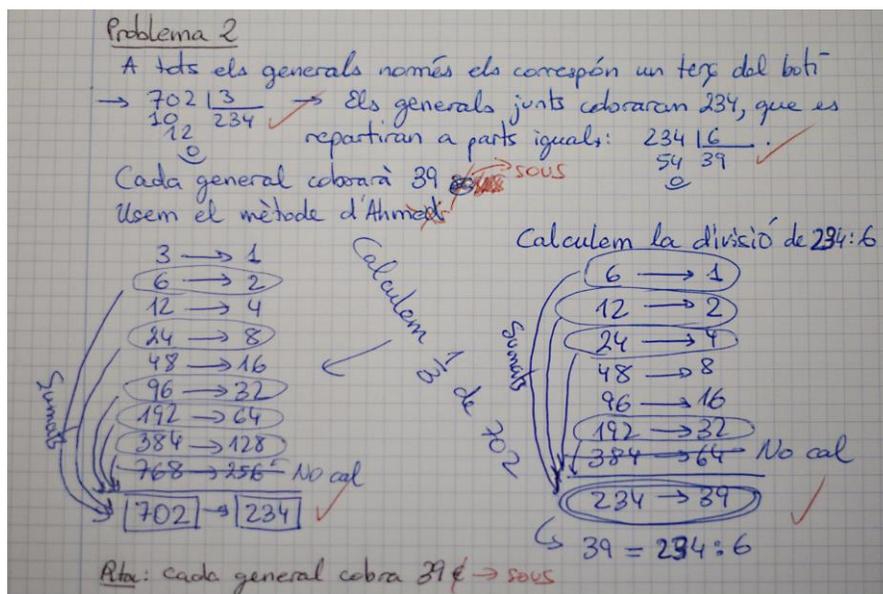


Imagen 4: Detalle de la libreta de un alumno con la resolución del problema 2.

No todos los alumnos son capaces de encontrar la relación entre los números y los cálculos realizados por Ahmés, en este caso, algunos optan por preguntar a los compañeros o al profesor. Si se decantan por esta segunda opción, debemos pensar que el profesor es más un aficionado a la egiptología que no entiende de matemáticas.

Con cada pregunta del alumno el profesor le tendría que contestar con otra pregunta que le ayude a encontrar el camino por sí mismo.

Al finalizar con la actividad, muchos alumnos asumen ya como propio el algoritmo usado para la multiplicación; lo que suscita más dificultades es el algoritmo de la división. Por lo demás, muchos alumnos acaban entendiendo el proceso de la división como la operación inversa de la multiplicación.

Por otro lado, siempre tenemos en clase esa tipología de alumnado que termina las tareas en un abrir y cerrar de ojos. Una vez acaben, deben revisar el trabajo realizado y pedirles una mejora o una ampliación, ya sea perfeccionando los resultados, la presentación, o ampliando la solución dada. Si consideramos que no hay puntos de mejora en el trabajo del alumno, debemos darles

más tareas a realizar, en este caso Ahmés nos propone un sinnúmero de problemas muy interesantes. También les podríamos pedir que investigaran sobre las fracciones en el antiguo Egipto, muchos se llevarían una sorpresa.

Otro punto que debemos comentar en este apartado es que la mayoría de los alumnos acostumbran a ser reticentes a creer que el algoritmo de la multiplicación y división de Ahmés realmente funcione para todos los números. Por este motivo, se puede proponer al alumnado que intente poner como suma de potencias de dos todos los valores menores de 50, o todos los valores del 50 al 100. Una vez queda claro este punto, se les desvanecen las dudas sobre este algoritmo, y les pedimos que lo apliquen en distintos ejemplos.

## **6. Conclusiones**

Por lo que a la dinámica de trabajo se refiere, las valoraciones de la actividad por parte de los alumnos han estado muy por encima de la media. Sobre todo les ha gustado el trabajo de forma transversal, viendo que podían aplicar los conocimientos de una asignatura a otra, que éstos no eran exclusivos sólo de una. Por otro lado, hay que ser algo críticos y advertir que no todos los alumnos se implicaron en la investigación, por bien que este cambio de dinámica de trabajo arrastró a más de los que habitualmente trabajan en el aula.

Por lo que al aprendizaje se refiere, alumnos que tenían dificultad en el cálculo básico, han mejorado notablemente en la comprensión y la aplicación de los algoritmos de la suma y la resta. Por lo general, la mayor parte del grupo ha consolidado los conocimientos ya existentes sobre numeración, contraste de distintas formas de representar el mismo concepto (números egipcios, romanos e indo árabigos).

También ha resultado reforzado el concepto de número fraccionario como distinto a los naturales, útil para representar partes de una cosa.

Finalmente, una vez montada la actividad, y sobre todo, una vez realizada, estamos seguros de haber trabajado competencialmente, consiguiendo que nuestros alumnos sean algo más competentes y autónomos.

Hemos querido crear un contexto que permita a nuestros alumnos experimentar, hacer hipótesis, razonar, escuchar las opiniones de los compañeros y defender las propias, porque en el fondo, creemos firmemente que buscando la superación de nuevos retos el alumno desarrolla más la creatividad, integra nuevos conocimientos a los ya existentes, dialoga y busca consenso con sus

compañeros sobre las ideas consideradas, busca motivos y razones para eliminar un concepto erróneo y no simplemente acata la versión del profesor, desarrollando así un pensamiento crítico. En resumen, esta forma de trabajo familiariza los alumnos con el método científico en lugar de usar procesos de aprendizaje meramente repetitivos y memorísticos.

### **Referencias bibliográficas**

Burgués, C. i Sarramona, J. (coord.) (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Barcelona: Generalitat de Catalunya.

García, A., i Criado, A.M. (2007) *Investigar para aprender, aprender para enseñar*. Alambrique: Didáctica de las ciencias experimentales. Ed. Graó. Enseñar y aprender investigando. Pàg 73-83.

Gillins, Richard J. (1972) *Mathematics in the Time of the Pharaohs*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1972.

Pozuelos, F.J. (2007) *Las TIC y la investigación escolar actual*. Alambrique: Didáctica de las ciencias experimentales. Ed. Graó. Enseñar y aprender investigando. Pàg 20-27.

Pujol, R. (2007) *Del treball conjectural al rigor: la resolució de problemes als ulls de l'alumne*. Revista Biaix. Núm 26. Pàg 66-80.