CR-931

MODELOS DE ENSEÑANZA DE FRACCIONES EN LOS SIGLOS XVI A XVIII: EL CASO DE LA ARITHMETICA UNIVERSAL DE JOSÉ ZARAGOZA

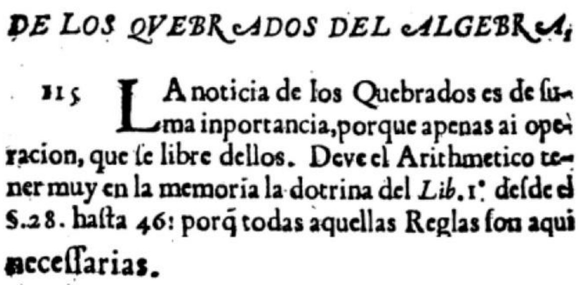
Olimpia Figueras
figuerao@cinvestav.mx
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México

Núcleo temático: VIII. Historia social de la Educación Matemática en Iberoamérica
Modalidad: CR
Nivel educativo:
Palabras clave: Modelos de enseñanza, fenomenología de las fracciones, aritméticas antiguas, historia de la enseñanza de las matemáticas

Resumo

Un proyecto de investigación centrado en la caracterización de modelos de enseñanza de las fracciones estructurados antes de implantarse el sistema métrico decimal, de la formalización de la aritmética y del uso del modelo del pastel o la recta numérica como recursos didácticos se ha estado llevando a cabo. Entre los propósitos del estudio de casos implementado se encuentran: (1) identificar sistemas de cantidades cuyo uso coadyuvó a la constitución de magnitudes, y que están asociados con fenómenos para los cuales las fracciones actúan como medios de organización; y (2) determinar fenómenos empleados por los autores en libros escritos durante los siglos XVI a XVIII. Una de esas obras redactadas con intención didáctica es Arithmetica Universal de José Zaragoza publicado en 1669 en Valencia. La caracterización del modelo de enseñanza de los quebrados que subyace en el libro de ese matemático, considerado representante neto del siglo XVII, y uno de los iniciadores del grupo de novatores valenciano, es el resultado principal del estudio de caso descrito en este artículo. Dicha caracterización se hace teniendo en cuenta un marco de referencia teórico estructurado por Real y Figueras (2015) a partir del ejemplo de fenomenología didáctica de las fracciones elaborado por Freudenthal (1983).

Un conocimiento complejo pero necesario


DE LOS QVEBRADOS DEL ALGEBRA.

115 LA noticia de los Quebrados es de ſuma inportancia, porque apenas ai operacion, que ſe libre dellos. Deve el Arithmetico tener muy en la memoria la dotrina del *Lib.* 1.° deſde el §.28. haſta 46: porq̃ todas aquellas Reglas ſon aqui neceſſarias.

Zaragoza, 1669, pág. 324

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Podría pensarse que se ha han hecho un gran número de estudios sobre la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones y que las dificultades que enfrentan los estudiantes para comprenderlas son bien conocidas. Siegler y Lortie-Forgues (2017) dan cuenta de escollos asociados a dos fuentes: los inherentes al aprendizaje de esos números y los de origen cultural. Sin embargo, ellos mismos muestran que un porcentaje grande de alumnos han tenido y siguen teniendo bajo desempeño en tareas vinculadas con su uso.

Siegler et al. (2012) han identificado los conocimientos de los estudiantes, al terminar la primaria, acerca de la división y de las fracciones como precursores únicos de su desempeño en álgebra y en matemáticas en general hasta cinco o seis años después.

En el siglo XVII, Zaragoza estaba convencido de la importancia que juegan los conocimientos acerca de los quebrados en el dominio del álgebra. En la cita con la que se inicia este apartado se puede ver cómo el transmitió esa convicción a sus lectores. La idea de Zaragoza (1669) de que los quebrados son mucho más que números de la forma numerador/denominador, se puede apreciar en el texto siguiente (pág. 325):

A dos eſpecies podemos reduzir los Quebrados que en eſta materia ſe ofrecen: la primera es, quando ſolo el numero, que acompaña a los *Caracteres*, y *Raizes* forma el Quebrado: como $\frac{2}{3}z^{1}$, y $\frac{4}{5}y^{3}$, y $\sqrt{2.}\frac{8}{13}$ y $\sqrt{3.}\frac{5}{7}$ &c. La ſegunda, quando el Quebrado ſe forma de los *Caracteres*, y *raizes*: como $\frac{15z^{3}}{4z^{1}}$, y $\frac{8x^{2}+6}{5z^{1}+4}$ y $\frac{\sqrt{2.}\,20}{\sqrt{3.}\,8}$ y $\frac{\sqrt{2.}\,(6+\sqrt{2.}\,3)}{\sqrt{2.}\,5}$ &c. *Todos obſervan las reglas del Libro 1º y las de los Capitulos antecedentes, cada uno ſegun ſu eſpecie.*

El uso de quebrados en el álgebra queda expuesto en este texto del matemático español que considera dos ‘especies’ de quebrados, una se refiere a las fracciones y la otra a expresiones racionales tan usuales en el álgebra y en las matemáticas en general.

Ser un usuario competente de los quebrados para tener éxito con el álgebra subyace en las citas de Zaragoza y lograr que los estudiantes de hoy en día lo sean es uno de los propósitos

ISBN 978-84-945722-3-4

de un proyecto global de investigación de la autora de este documento. Dicho proyecto se organiza por medio de estudios encadenados con la idea de estructurar un modelo de enseñanza desde preescolar hasta la secundaria.

Para estructurar modelos de enseñanza con los cuales favorecer la constitución de mejores objetos mentales de los alumnos se requiere contar con una fenomenología didáctica rica del concepto fracción, en el sentido de Freudenthal (1983). Uno de los elementos que contribuyen a alcanzar ese objetivo es la identificación de los fenómenos para cuya organización se creó el concepto. Por ello se inició un estudio para: (1) identificar sistemas de cantidades cuyo uso coadyuvó a la constitución de magnitudes que están asociados con fenómenos para los cuales las fracciones actúan como medios de organización; y (2) determinar fenómenos empleados por los autores en libros durante los siglos XVI a XVIII. "Esas ideas pueden servir para concretar situaciones útiles para la enseñanza de estos números ya que se estaba en una etapa en la cual las fracciones eran quebrados y no números racionales, todavía no se construían las cadenas fenómenos/medios de organización en el sentido de Puig (1997) que dieron origen a los números racionales y todavía no competían con los decimales" (Figueras, 2017, pág. 7). En este artículo se describen resultados del estudio del libro de José Zaragoza (1669).

Un marco teórico a partir de la fenomenología didáctica de Freudenthal

Dos son los marcos teóricos y metodológicos que han servido para sustentar los estudios diseñados para el proyecto global de investigación mencionado anteriormente; uno es la construcción recursiva de Modelos Teóricos Locales (MTLs) (Filloy, Rojano y Puig, 2008) y el otro la Fenomenología Didáctica de Freudenthal (1983).

Para la construcción de MTLs se requiere la formación de cuatro componentes, uno de ellos es el de Modelos de competencia formal que versa sobre el conocimiento matemático poniendo énfasis en la estructura y propiedades del concepto en estudio como objeto matemático. La construcción de este componente para fracciones y números racionales y hecha por Real y Figueras (2015) a partir del ejemplo de fenomenología didáctica elaborado por Freudenthal (1983) ha servido como herramienta metodológica para caracterizar distintos Modelos de enseñanza -otro de los componentes de los MTLs- (ver por ejemplo Real, Gómez y Figueras, 2013). En particular, ese marco se usa también para

ISBN 978-84-945722-3-4

estudiar los modelos de enseñanza estructurados por autores de los libros de los siglos XVI a XVIII (ver Figueras, 2016). En el siguientes apartado se hace una descripción breve de este marco de referencia.

Procesos/clases de fenómenos

Como se menciona en Real y Figueras (2015) el ejemplo de fenomenología didáctica elaborado por Freudenthal fue reinterpretado identificando clases de fenómenos: descripción y comparación de cantidades, valores de magnitud u objetos; división de sustancias medidas por magnitudes; distribución de cantidades; medición y números como parte de sistemas numéricos. Para cada una de ellas se identificaron nociones y aspectos de la fracción y se vincularon con cinco procesos matemáticos: describir, comparar, dividir, distribuir y medir. Una sexta clase, la fracción como número, se determinó con aquellos fenómenos vinculados con las construcciones de los números racionales y su formalización. Esas clases y sus características se estructuraron por medio de una red de nociones, conceptos y procesos que comprende desde el uso de primeras ideas en el lenguaje cotidiano hasta las fracciones como números racionales, es decir, como elementos de clases de equivalencia de un campo totalmente ordenado. Con la red se muestran interrelaciones entre procesos y diferentes aspectos de la fracción considerados por Freudenthal.

Una breve reseña de los procesos/clases de fenómenos se incluye en los párrafos siguientes con el objeto de identificar aspectos relevantes para el estudio del modelo de enseñanza que Zaragoza construyó en su aritmética (las frases usadas en la descripción se tomaron de su libro). En Real y Figueras (2015) hay una descripción más detallada.

Describir. 'La mitad de una libra'; 'media vara'; 'dale una vuelta y media al tornillo'; 'dos quintos de libra por cada media vara' son expresiones del lenguaje cotidiano, en las cuales la fracción se usa para describir: una cantidad o un valor de magnitud por medio de otra cantidad o valor de magnitud; una medida; procesos cíclicos o periódicos, y razones. Ese tipo de expresiones asociadas con el proceso describir se vinculan con cuatro tipos de fenómenos en los cuales la fracción actúa como descriptor.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Comparar. Tres tipos de fenómenos asociados con el proceso comparar en los cuales la fracción actúa como comparador fueron identificados por Freudenthal. Las fracciones en el lenguaje cotidiano se usan para hablar de una comparación entre dos cantidades o valores de magnitud; éstas aparecen en frases que incluyen números multiplicativos, por ejemplo "las décimas segundas disminuyen en décupla proporción". Con frecuencia esos números se cambian por la frase 'veces menor que', como por ejemplo en la expresión: "las décimas segundas son diez veces menor que las décimas primeras". Ambas frases revelan una comparación de dos cantidades; comparación relacionada con un primer nivel de abstracción. En un segundo nivel se incorporan diversos aspectos de la fracción: el operador fracturante, la relación de fractura, la relación razón, el operador razón y el de transformador. Aquí se hará referencia sólo al operador razón y a la relación razón. El operador razón actúa sobre una cantidad o valor de magnitud transformándola en otra cantidad o valor de magnitud; por ejemplo, al encontrar el valor de 5/6 de libra sabiendo que una libra es igual a 20 sueldos (Zaragoza, 1669, pag. 30). La fracción aparece en una relación razón al establecer una proporción, por ejemplo, "2/4 es igual a 3/6 porque 2 es a 4 tiene la misma proporción que 3 a 6" (Ibid, pág. 25).

Dividir. Al dividir sustancias medidas por magnitudes, el todo se fragmenta en partes iguales y se relaciona con una o más de esas partes. En este sentido, las fracciones representan relaciones parte-todo y actúan como fracturadores. Los sistemas de cantidades para constituir magnitudes son un ejemplo de las relaciones que se pueden obtener al dividir un todo en partes iguales: un carga se divide en 3 quintales, cada quintal representa 1/3 de una carga; 1 quintal se divide en 4 arrobas, 3 arrobas representa 3/4 de 1/3 de una carga, y así para las demás subunidades del sistema de cantidades (onza, quartos, adarmes y granos) (Ibid, pág. 8). Hay diferentes métodos de partir un todo en partes iguales: de manera reversible o irreversible y de forma simbólica. El todo puede ser continuo o discreto, definido o indefinido, estructurado o sin estructura. Las partes pueden ser conexas o no estar conectadas entre si.

Distribuir. El proceso distribuir está asociado con tres tipos de fenómenos en los cuales se reparten pequeñas o grandes cantidades. Una vez que la distribución se llevó a cabo, la

ISBN 978-84-945722-3-4

fracción representa el resultado del proceso, o bien lo que le corresponde a cada objeto o persona de la cantidad repartida. En este fenómeno la fracción actúa como descriptor. La distribución de grandes cantidades se puede hacer usando el algoritmo de la división; dos casos son posibles: el residuo es cero o distinto de cero. Cuando el residuo es cero, el proceso ha terminado y se asocia con el Modelo del conjunto finito. Mientras que, si el residuo es diferente de cero, podría seguirse distribuyendo según el tipo de objetos, la unidad puede ser indivisible. Sin embargo, cuando se distribuyen por ejemplo 4 botellas de aceite entre tres compañeros, se hace uso del Modelo de magnitud para repartir el contenido de la botella restante considerando el volumen de aceite total.

Medir. Tres tipos de fenómenos en los que se usa una unidad de medida para compararla con el objeto a medir se asocian al proceso medir y la fracción actúa como mensurador. Cada uno de los fenómenos se diferencia por la naturaleza de la unidad de medida -no convencional, convencional o un segmento de la recta numérica usado en la construcción de instrumentos de medición empleando diferentes escalas, entre ellas la decimal-.

Modelos de enseñanza, elemento principal del marco conceptual del estudio

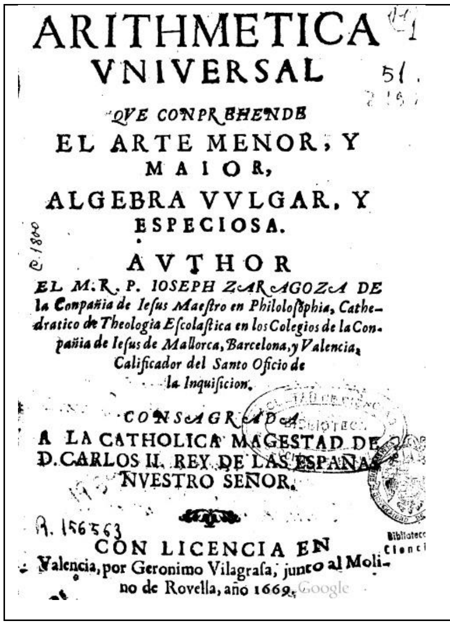
Para Puig (2010) "Un modelo de enseñanza es una secuencia de textos que se toman como espacios textuales para su lectura/transformación en otros espacios textuales al crear sentido los alumnos en sus lecturas" (pág. 6). En este contexto, los datos para el estudio de casos de las aritméticas escritas durante los siglos XVI a XVIII son los textos matemáticos que los autores de las aritméticas antiguas produjeron en su momento como un medio para favorecer la producción de significado y sentido de los lectores.

Para analizar esos modelos de enseñanza se consideraron cuatro elementos: (1) Los aspectos de las fracción, los fenómenos para los cuales es medio de organización y los procesos incluidos en la secuencia de textos; (2) El tratamiento didáctico estructurado para favorecer un proceso de abstracción gradual y de constitución de mejores objetos mentales en el sentido de Freudenthal (1983, págs. 31-33); (3) los Sistemas Matemáticos de Signos (SMSs) utilizados en la secuencia de textos; (4) Las características de un usuario competente del concepto en situaciones problemáticas en las que aparecen fenómenos para los cuales ese es un medio de organización. Naturalmente existen relaciones inherentes entre los cuatro elementos anteriores.

ISBN 978-84-945722-3-4

Estudio de caso: Arithmetica Universal de José Zaragoza

La labor científica y didáctica de Zaragoza (1627-1679) influyó decisivamente en la introducción en las "academias" o tertulias de cuestiones científicas, siendo su obra el punto de partida del grupo de novatores valencianos de finales del siglo XVII.


ARITHMETICA
VNIVERSAL
QVE CONPREHENDE
EL ARTE MENOR, Y
MAIOR,
ALGEBRA VVLGAR, Y
ESPECIOSA.
AVTHOR
EL M. R. P. IOSEPH ZARAGOZA DE
la Compañia de Iesus Maestro en Philolosophia, Cathedratico de Theologia Escolastica en los Colegios de la Compañia de Iesus de Mallorca, Barcelona, y Valencia, Calificador del Santo Oficio de la Inquisicion.
CONSAGRADA
A LA CATHOLICA MAGESTAD DE
D. CARLOS II. REY DE LAS ESPAÑAS
NVESTRO SEÑOR.
CON LICENCIA EN
Valencia, por Geronimo Vilagrasa, junto al Molino de Rovella, año 1669.

A la izquierda se muestra la portada de la obra sobre aritmética y álgebra de José Zaragoza que fue publicada en Valencia en el año 1669 y es el objeto de estudio para caracterizar el modelo de enseñanza de las fracciones estructurado por el autor.

El primer escrutinio de este libro se hizo en un ejemplar consultado en la Biblioteca Histórica de la Universidad de Salamanca; posteriores revisiones se han hecho en dos copias digitales de la biblioteca de Google Books, de una de ellas se ha copiado la imagen de la portada.

Figura 1. Portada del libro de José Zaragoza impreso en 1669

A Zaragoza se le reconoce más por sus aportaciones a la Astronomía, en particular por sus observaciones de los cometas en 1664 y 1667. Empero sus obras matemáticas, en particular aquella cuya portada está en la Figura 1 responden en general a una intención didáctica y supuestamente están escritas teniendo en mente una postura comprometida en la introducción de lo racional y lo empírico en la enseñanza, quitándole peso a la memorización (http://www.mcnbiografias.com/app-bio/do/show?key=zaragoza-jose).

Por cuestiones de espacio solamente se expondrán en este artículo resultados relacionados con el primer elemento de la caracterización del modelo de enseñanza de las fracciones de la aritmética de Zaragoza mencionando alguna característica de otros.

Primer elemento del modelo de enseñanza

Los aspectos de fracción considerados por Zaragoza son descriptor, comparador, relación razón, mensurador, pero sobre todo el que aparece con mucha frecuencia es el operador

ISBN 978-84-945722-3-4

razón. Por ejemplo, la mitad, tercio, 'quarto', quinto y sexto aparecen por primera vez en el texto en fenómenos asociados al proceso dividir y actúan como operador razón transformando una cantidad en otra (ver Texto 1 en el Anexo). Zaragoza se refiere a formar el quebrado del resto de una división cuyo denominador es el partidor y el numerador es el resto (ver Textos II y III en el Anexo), en este fenómeno asociado al proceso dividir, la fracción incluida en el cociente de la división aparece como descriptor del número de veces que el partidor está contenido en la cantidad.

Al definir el autor la igualdad entre quebrados usa la proporción, por ello la fracción aparece en una relación razón asociada con el proceso comparar (ver Texto IV en el Anexo). Este aspecto de la fracción se encuentra en las secuencias de textos sobre razón, proporción, composición de proporciones y regla de tres (ver Texto V, en el Anexo).

Zaragoza le decida un capítulo a las partes décimas que corresponden a las fracciones decimales. Las partes décimas son medios de organización de fenómenos vinculados con los quebrados que le sirven para hacer cálculos más complejos, quizá esto se debe a su experiencia en Astronomía en donde se requieren operaciones largas, así como con la construcción de instrumentos matemáticos, -el sugiere usar escalas decimales-. En el Texto VI incluido en el Anexo, el lector puede apreciar el SMS que introduce para operar con las fracciones decimales.

Por último es importante mencionar que el uso de sistemas de cantidades dan pie a proporcionar ejemplos de particiones de particiones en las cuales las relaciones entre ellas permiten darles sentido a las fracciones y las partes de partes, así como usar estas relaciones en los cálculos.

Nota. La primera revisión del libro de José Zaragoza se hizo en la Biblioteca Histórica de la Universidad de Salamanca durante un receso sabático en 2015 en el cual la autora trabajó en la Universidad de Valencia. El proyecto global forma parte de las actividades académicas de investigación que la autora lleva a cabo tanto en su institución, como con las vinculadas con el proyecto EDU2015-69731-R (MINECO/FEDER) de la institución valenciana.

Referencias bibliográficas

Figueras, O. (2016). Modelos de enseñanza de las fracciones en los siglos XVI a XVIII: El caso del Dorado Contador. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiañez, J.F. Ruiz y M. Torralbo

ISBN 978-84-945722-3-4

(.). Investigación en Educación Matemática. Homenaje al profesor Luis Rico, pp. 3-12. Granada: Comares.

Filloy, E., Rojano, T. y Puig, L. (2008). Educational algebra. A theoretical and empirical approach. Nueva York: Springer

Freudenthal, Hans (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord). La educación matemática en la escuela secundaria, pp. 61-94. Barcelona: Horsori/ICE.

Puig, L. (2010). Researching (Algebraic) Problem Solving from the Perspective of Local Theoretical Models. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 3-16.

Real, R. y Figueras, O. (2015). A network of notions, concepts, and processes for fractions and rational numbers as an interpretation of didactical phenomenology. En K. Krainer; N. Vondrová (Eds). Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Feb 2015, Prague, Czech Republic. pp. 346-353. Recuperado en https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01281861/

Real, R., Gómez, B. y Figueras, O. (2013). Aspectos de la fracción en los modelos de enseñanza: El caso de un libro de texto. *Epsilón*, 30 (3), 21-36.

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckwort, K., Classens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I. y Chen, M. (2012). Early predictors of high mathematics achievement. *Psychology Science*, 23, 691-697.

Siegler, R. S. y Lortie-Fogues, H. (en prensa). Hard lessons. Why rational number arithmetic is so difficult for so many people. *Current Directions in Psychological Science*. Fecha de publicación anticipada: 2017.

Zaragoza, Iosep (1669). *Arithmetica Universal que comprehende El arte menor, y maior, algebra vulgar, y especiosa*. Valencia: Gerónimo Vilagrasa, junto al Molino de Rovella.

Anexo

En este anexo se incluyen partes de los textos matemáticos del libro de José Zaragoza (1669) que permiten poner en contexto los resultados del análisis descritos en los apartados anteriores.

Texto I, Zaragoza, 1669, pag. 15

ISBN 978-84-945722-3-4

Partir por 2. es ſacar la mitad del numero de arriba, y ſe haze aſsi. La mitad de 4. es 2. la de 6 es 3. la de 3 es 1. y ſobra 1. que es dezena reſpeto del que ſe ſigue: y aſsi dirè la mitad de 15 es 7, y ſobra. 1. la de 17 es 8, y ſobra 1. la mitad de 16 es 8. Partir por 3. es ſacar el tercio. El tercio del 6 es 2. el de 7 es 2, y ſobra 1. el de 17 es 5, y ſobran 2. el de 24 es 8. el de 5 es 1, y ſobran 2. el de 21. es 7. de la meſma ſuerte ſe ſacarà el quarto, para partir por 4, y el quinto por 5, y el ſexto por 6.

Cantidad. 463576
Mitad. 231788

Cantidad. 677451
Tercio. 225817

Los quebrados mitad, tercio, cuarto, quinto y sexto aparecen por primera vez en el Libro I, Capítulo V Del partir (la división) asociados al proceso dividir y actúan como operador razón, transformando una cantidad en otra cantidad: el quebrado mitad transforma la cantidad 463,576 en la cantidad 231,788. El contexto es numérico, por lo que la fracción se puede asociar a la clase fracción como número.

Texto II, Zaragoza, 1669, pag. 15

18 Quando ſe haze particion maior ſiempre el *Quociente* ſe eſcrive a mano drecha: Partaſe 5968. por. 9. digo 9. en 59 cabe 6 vezes, porq̃ 6 vezes 9 ſõ 54, y ſobrã 5. eſcrivo

0 0
052 (1
Cant. 5968 | 663 $\frac{1}{2}$
Part. 999

La fracción aparece en la expresión del cociente asociado al proceso partir y expresa el número de veces que el partidor se contiene en la cantidad, por ello en este contexto numérico actúa como descriptor y se relaciona con la fracción como número.

Texto III, Zaragoza, 1669, pag. 15

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

el 2. y eſte 1. que ſobra ſeñalole con un parenteſis. Y deſpues ſe haze quebrado de lo que ſobra, poniendolo ſobre una linea, y el partidor debaxo, conque el *Quociente* ſera $663\frac{1}{9}$

Observar como subyace de forma natural la expresión ‘1/9 de vez’ en el cociente de la división debido a la definición que Zaragoza ha dado de la división: “Partir es sacar un número de otro número quantas vezes se contiene en el … al número que se parte llamaré Cantidad; aquel por quien se part Partidor, y lo que sale de la partición Quociente, porque denota quantas vezes se contiene el Partidor en la Cantidad” (pág. 14). Es la primera vez que aparece la palabra quebrado en el libro.

Texto IV, Zaragoza, 1669, pags. 16-17

30 De donde ſe ſigue, que ſi en los quebrados iguales, ſe multiplicã en cruz, el Numerador del uno por el Denominador del otro, ſeràn los Productos iguales. Como $\frac{2}{4} \times \frac{3}{6}$ 2. vezes 6. 12. y 3 vezes 4. es 12. y ſi multiplicando en cruz ſalen los Productos iguales, ſeràn los quebrados iguales: como ſe vee en los meſmos. La razon es, porque los quatro numeros ſon proporcionales. Por la p. 19. l. 7. de Euclides.

En esta definición de igualdad entre quebrados, y en la caracterización del criterio de igualdad la fracción está en una relación razón, una relación estática en un contexto numérico asociada a la clase fracción como número.

Texto V, Zaragoza, 1669, pag. 50

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

do, tomãdo los de la mano drecha põr Numerador, y los de la hizquierda por Denominador: como se veeò al contrario.

Para las queſt. de 5. num. ſera el Quebra. $\frac{3^o\,4^o\,5^o}{6^o\,1^o\,2^o}$ o $\frac{6^o\,1^o\,2^o}{3^o\,4^o\,5^o}$

Para las de 7. numeros. $\frac{4^o\,5^o\,6^o\,7^o}{8^o\,1^o\,2^o\,3^o}$ o $\frac{8^o\,1^o\,2^o\,3^o}{4^o\,5^o\,6^o\,7^o}$

Para las de 9. numeros. $\frac{5^o\,6^o\,7^o\,8^o\,9^o}{10^o\,1^o\,2^o\,3^o\,4^o}$ o $\frac{10^o\,1^o\,2^o\,3^o\,4^o}{5^o\,6^o\,7^o\,8^o\,9^o}$

Zaragoza usa relaciones razón para mostrar como resolver problemas de proporción compuesta o múltiple. Los quebrados en relaciones razón son una herramienta fundamental con la cual el autor de la aritmética explica la resolución de casos en los cuales se combinan proporciones directas, proporciones inversas y directas y proporciones inversas. Los números que aparecen en los quebrados representan los términos de las proporciones que Zaragoza ha insistido en que se pongan en un orden establecido para poder hacer los cálculos correspondientes.

Texto VI, Zaragoza, 1669, págs. 44-45

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

59 Para ſacar eſtas meſmas cuentas por las decimas; porque los 3 palmos, y 3. quartos ſon $\frac{15}{16}$. de vara, les reduzire a decimas por el §. 52. añadiendo 4. zeros al 15. ſerà 150000. y partido por 16. ſeran 9375(4. y juntandole las varas a mano hizquierda ſeran 30,9375.(4. las 2. lib. 15 ſuel. ſon 55. ſueldos, y los 7. dineros ſon $\frac{7}{12}$ reduzidos a decimas por el §. 52. añadiendo. 4. zeros al 7. ſera 70000, y partido por 12. ſeran 5834(4: y con los 55. ſueldos ſeran 55,5834(4: Hecha la multiplicacion ſalen 1719. ſueldos, y para reduzir las decimas a dineros, baſta multiplicar las 4. primeras letras, que es 6114. por 12. ſale 73368. que es 7. dineros $\frac{3368}{10000}$.

Canti.	30,9375(4
Multip.	55,5834(4
Produ.	1719,61143750(8
Redu.	1719.*ſuel.*7.*din.*33(4

En este proceso el autor no necesita reducir las varas a dineros, sino que las expresa con la parte entera 30 varas y la parte decimal 9375(^{4} que en nuestra notación sería 0.9375, el resultado de la división de 15 entre 16. Pero también se enfrenta con la división de 7 entre 12 cuyo resultado es una expresión decimal periódica, la cual Zaragoza aproxima a cuatro cifras, ya que hace ‘Quartas’ y en lugar de 5833 escribe 5834. Al final al convertir la parte decimal de los sueldos a dineros hace una aproximación tomando solamente las primeras cuatro cifras decimales.

ISBN 978-84-945722-3-4