

CB-1366

## LA ENSEÑANZA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL UTILIZANDO EL MODELO DEL ESTUDIO DE CLASE EN UN BACHILLERATO MEXICANO

<sup>1</sup>Jesús Salinas Herrera – <sup>1</sup>Julio César Valdez Monroy – <sup>1</sup>Ulises Salinas-Hernández  
jes54@unam.mx – jvaldez@cinvestav.mx – asalinas@cinvestav.mx  
<sup>1</sup>Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM, México

Núcleo temático: Formación del profesorado en matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario o Bachillerato

Palabras clave: Práctica Docente; Estudio de Clase; Distribución Normal; Simulación.

### Resumen

*El presente artículo corresponde a un trabajo en curso en el que se investiga el efecto que el modelo del Estudio de Clase (Lesson Study) tiene en la práctica docente de un grupo de seis profesores-investigadores de matemáticas de bachillerato en México. Para la recolección de datos se involucró a los profesores en las etapas que conforman el modelo (primer ciclo), durante las cuales diseñaron, pusieron en práctica y posteriormente evaluaron una lección sobre la Distribución Normal, la cual tuvo como su principal recurso el software Fathom. El artículo documenta en detalle las etapas de planeación, implementación y evaluación poniendo énfasis en la reflexión llevada a cabo por los profesores de manera colaborativa. En general, aunque se trata de un primer acercamiento, el EC se muestra como una alternativa prometedora para la mejora de la actividad docente en el bachillerato.*

### Introducción

Es poco el efecto que los resultados de las investigaciones en educación tienen sobre las prácticas de enseñanza (Kieran, Krainer & Shaughnessy, 2012). Al respecto, McIntyre (2005) señala que la brecha que existe entre ambas áreas se debe a que el tipo de conocimiento que la investigación ofrece es distinto del conocimiento que los profesores necesitan en el salón de clase. El Estudio de Clase (EC) es un modelo de trabajo colaborativo que se considera ideal para informar la práctica desde el campo de la investigación, y viceversa (Huang, Gong & Han, 2015). Este modelo se caracteriza por experimentarse de forma vívida, lo que permite tener una imagen fidedigna de lo que ocurre en el salón de clase; expone el conocimiento profesional de los profesores y proporciona oportunidades para mejorarlo; y coloca sus intereses en el centro de su proceso de aprendizaje (Murata, 2011).

En México es poca la literatura de investigación en la que se utilice el EC, por lo que resulta plausible indagar sobre el efecto que puede tener este modelo en la práctica docente. En particular, en el bachillerato, ya que, a diferencia de lo que ocurre en los niveles básicos, donde existen centros encargados de la formación de profesores, en este nivel no hay instituciones que lleven a cabo dicha tarea. En su mayoría, los profesores poseen una formación profesional especializada que es ajena a la educación. Por lo tanto, el presente trabajo busca contribuir con información que coloque al EC como una alternativa para el desarrollo profesional de los profesores de bachillerato. En particular, para los objetivos del presente artículo, se hace una descripción del proceso de planeación, implementación y discusión de la lección de manera colaborativa.

### **El Estudio de Clase**

De forma sintética, el EC consiste de cuatro etapas (Murata, 2011): *Organización*, en la que se establecen metas de aprendizaje de acuerdo con las necesidades de los estudiantes; *Planeación*, donde se elabora una lección dirigida al logro de esas metas; *Implementación*, cuando un voluntario pone en práctica la lección en presencia de los demás participantes, quienes se limitan a observar y tomar notas; y *Revisión*, que consiste en comentar y discutir las observaciones que se hicieron. Finalmente, si es necesario, el proceso se repite, pero teniendo en cuenta los resultados del primer ciclo. Aunque a primera vista el modelo no parece complicado, llevar a cabo un estudio de esta naturaleza no es una tarea sencilla (Fujii, 2014).

### **Antecedentes**

Entre los primeros trabajos en los que se hace referencia al EC como una alternativa para la mejora de la práctica docente se encuentra el de Stigler y Hiebert (1999), quienes vieron en este modelo una posibilidad para la reforma de la educación en EU. A partir de su puesta en escena, en diferentes trabajos se ha estudiado el potencial y las limitaciones de este modelo para el desarrollo profesional de los profesores, principalmente, en los niveles básicos del área de matemáticas. Al respecto, Fernandez, Cannon y Chokshi (2003) mencionan que para implementar un EC de forma exitosa los profesores necesitan desarrollar tres visiones importantes para examinar las lecciones que diseñan: la *visión del investigador*, la *visión del desarrollador de currículum*, y la *visión del estudiante*.

Por otro lado, Murata, Lewis y Perry (2004) encuentran que durante el EC el aprendizaje de los profesores ocurre a través del desarrollo de los recursos (planes de las lecciones, representaciones/modelos, manipulables/hojas de cálculo, protocolo de evaluación) y del desarrollo de la capacidad profesional (conocimiento del contenido matemático, conocimiento del contenido didáctico, y el compromiso con la comunidad de aprendizaje). Sobre este último punto, Fernandez (2005) identifica dos oportunidades de aprendizaje que ofrece el EC: una para desarrollar el conocimiento del contenido didáctico, a través de las reuniones y discusiones acerca de cómo los estudiantes entienden ciertas matemáticas, y sobre la mejor manera de promover ese entendimiento y cómo superar las dificultades encontradas en el camino; y otra para aprender a razonar matemáticamente durante la lección, mediante la discusión acerca del manejo de los desafíos matemáticos que emergen durante la enseñanza. Por su parte, Lewis, Perry, Hurd y O'Connell (2006) mencionan algunos cambios que se pueden hacer para implementar el EC de manera efectiva: 1) Reconocer que el EC se enfoca en el aprendizaje del profesor, no sólo en las lecciones; 2) que depende de la habilidad de observar y de la subsecuente discusión; 3) que es mejorado por fuentes externas de conocimiento (especialistas, artículos de investigación); y 4) que las etapas del EC tiene que estar balanceadas y ser integradas.

En el contexto de México, hasta el momento, sólo se ha ubicado el trabajo de Preciado y Liljedahl (2008), quienes analizaron el cambio en las prácticas de un grupo integrado por profesores en servicio y en formación, de secundaria y bachillerato. Entre los resultados señalan que además del conocimiento del contenido y del conocimiento del contenido pedagógico que los profesores desarrollaron, reconocieron que su práctica tiene el potencial para contribuir de forma importante con la escuela y con el sistema educativo en general. Como conclusión, mencionan que los espacios similares al EC deben ser promovidos y reconocidos como parte de la práctica profesional y el desarrollo de los profesores. Asimismo, consideran que las relaciones entre los profesores, las escuelas y el sistema deben ser de apoyo y contribución mutua. A partir de este resultado, el EC parece una alternativa que, como en otros países, puede propiciar el desarrollo y la mejora de la práctica docente en el bachillerato, por lo que es necesario indagar más sobre el efecto que puede tener en este escenario.

### **Marco conceptual**

Para contribuir al desarrollo de la práctica docente y tener un mayor entendimiento de los datos recabados, articulamos la metodología de EC con la *Aproximación documental de lo didáctico* (Gueudet & Trouche, 2009) que se enfoca en el uso de los recursos y el efecto que –a través de su apropiación y transformación– tienen en la reflexión de los profesores acerca de su actividad docente. De acuerdo con esta teoría, los profesores se basan en un conjunto de recursos para su *trabajo documental*, en el cual ocurre un proceso de génesis que da origen a un documento (en nuestro caso, la lección a investigar). En este proceso el profesor construye esquemas de utilización a partir del conjunto de recursos del que dispone. Dichos esquemas están constituidos por una parte observable (usos) y otra invisible (esquemas operacionales), siendo ésta última la más importante. Por otro lado, hay una relación dialéctica entre los recursos y el documento que se genera, ya que este último puede jugar el papel de recurso para la generación de un nuevo documento.

### **Método**

En el estudio participan seis profesores de matemáticas de un bachillerato de la Ciudad de México, quienes tienen una formación en investigación en educación matemática; dos doctores, dos doctorandos y dos con grado de maestría. Sobre su experiencia docente, dos son titulares en la institución con una antigüedad de 41 y 42 años, respectivamente; mientras que los otros cuatro son profesores de asignatura con una antigüedad que oscila entre 1.5 y 7 años. Además, cuatro participantes impartían el curso de Estadística y Probabilidad II al momento del estudio.

La recolección de datos consistió involucrar a los participantes en cada una de las etapas que conforman el modelo del EC, las cuales fueron videograbadas. En una primera reunión se discutió el diseño de la lección y se decidió quién la pondría en práctica. La implementación consistió de tres sesiones: en la primera se introdujeron los conceptos de curva de densidad y de distribución normal a partir de la aproximación normal de la Binomial; en la segunda sesión se mostraron las características y las propiedades de la distribución normal, destacándose la regla empírica; y por último se presentó la distribución Normal Estándar. En estas sesiones, el software Fathom fue el principal recurso para la enseñanza. Además, hubo otras dos sesiones; una dedicada a fortalecer el aspecto de resolución de problemas y la otra a evaluar el conocimiento adquirido por los alumnos. Después de cada una de las tres primeras sesiones se llevó a cabo una reunión para comentar lo acontecido. Finalmente, en

una reunión general se sintetizaron los principales resultados y se discutió cómo aprovecharlos para el rediseño de una lección y su puesta en práctica por otro profesor (lo que corresponde al segundo ciclo del estudio, el cual está en marcha).

### **Análisis de datos**

Previo a la primera reunión, se había contactado a cada uno de los participantes para explicarles cuál era el propósito del trabajo y pedirles que diseñaran una lección para enseñar la distribución normal. Una vez reunidos, se analizaron las propuestas y se consensó implementar una lección basada en el enfoque frecuencial de probabilidad, cuyo principal recurso fue la simulación con el software Fathom. A continuación, se describe el conjunto de recursos utilizados en la lección, las regularidades que fueron observadas en las acciones del profesor durante la implementación, y los invariantes operacionales que se infieren de estas acciones.

#### *Recursos y su articulación*

El inicio de la lección se apoyó en la aproximación normal de la binomial. Se planteó por escrito la situación de un examen de ingreso a la universidad, el cual constaba de 200 preguntas de opción múltiple, cada una con tres posibles respuestas, de las cuales sólo una era correcta. Se mencionaba un personaje ficticio que había contestado correctamente 75 preguntas y el resto al azar. Lo que se pedía a los estudiantes era determinar la probabilidad de que dicho personaje aprobara el examen. Para diseñar esta tarea se consideró una experiencia previa del profesor con un estudiante expuesto a una situación similar.

Una vez exploradas las posibles respuestas de los estudiantes se buscaría que resolvieran la tarea mediante la simulación computacional mediante el software Fathom, con el cual ya tenían experiencia. A partir de este recurso se buscaría poner en juego los conceptos de curva de densidad y curva normal, se mostrarían las características y las propiedades de la distribución normal (entre ellas la regla empírica), y se haría evidente el proceso de estandarización. Otros recursos a utilizar serían hojas de trabajo con problemas sobre la regla empírica y la distribución normal estándar, una presentación para mostrar aspectos relevantes de la lección, y archivos con las simulaciones que se fueran construyendo. Finalmente, se resolvería la situación original (resultado del examen) mediante la distribución normal estándar.

#### *Uso de los recursos*

Durante la primera sesión correspondiente a la implementación se planteó por escrito la situación sobre el resultado del examen. El objetivo fue ‘generar la necesidad en los estudiantes de un recurso distinto de la distribución binomial para resolver la tarea’. Algunos estudiantes intentaron aplicar la distribución binomial, pero se dieron cuenta de lo poco factible que resultaba. También, debido a la experiencia que tenían con el software, hubo quienes antes de considerar la distribución binomial propusieron simular la situación, ya que era lo que se solía hacer cuando la clase se llevaba a cabo en la sala de cómputo.

Una vez analizadas las respuestas de los estudiantes, se simuló la experiencia para ‘dar una respuesta aproximada’ y ‘hacer la experiencia más vivencial’. A pesar de la familiaridad de los alumnos con el software, la mayoría aún necesitaba la guía del profesor para llevar a cabo la simulación, pero una vez hecha casi todos eran capaces de interpretarla. Aunque posteriormente se les propuso imaginar un escenario en el que no contaran con el software (con la finalidad de mantener la necesidad de otro recurso distinto de la distribución binomial), este se utilizó como un ‘referente para el desarrollo conceptual’ (Maxara & Biehler, 2006). Así, en la primera sesión se desarrollaron los conceptos de curva de densidad y curva normal. Durante la segunda se abordó el concepto de distribución normal; se utilizó el software para mostrar sus características y propiedades, poniendo especial énfasis en la regla empírica. Finalmente, en la tercera sesión se hizo explícito el proceso de estandarización para destacar el carácter conceptual sobre el procedimental de la distribución normal estándar. Después de cada una de las dos últimas sesiones las hojas de trabajo se emplearon para ‘fortalecer el aspecto operativo y de resolución de problemas’. Cabe señalar que hubo algunas dificultades con el manejo del software que, más allá del tiempo, no tuvieron consecuencias importantes en el desarrollo de la lección.

#### *Invariantes operacionales*

De las acciones del profesor que fueron observadas durante la implementación, se pueden destacar los siguientes invariantes operacionales: ‘Los estudiantes se involucran mejor con una situación que les es familiar, tanto vivencial como conceptualmente’; ‘Entienden y recuerdan mejor un concepto cuando surge como una necesidad’; ‘La simulación (el aspecto visual y dinámico del software) facilita la comprensión de las ideas estadísticas’; ‘Los ejercicios fortalecen la comprensión alcanzada mediante la simulación’.

#### *Dialéctica recurso/documento*

Después de cada una de las sesiones de implementación, se llevó a cabo una reunión entre los profesores para discutir lo acontecido, qué funcionó y qué no, con la finalidad de mejorar la lección. Durante la primera reunión se destacó la familiaridad que los alumnos tenían con la tarea propuesta y con el manejo del software. Incluso, hubo quien observó cómo algunos estudiantes trataban de simular la situación de forma independiente. No obstante, se mencionó que otros no se involucraron por completo con la tarea y que se fueron rezagando durante la simulación. Al respecto, una propuesta fue el recurso del trabajo en equipo.

Una vez concluida la segunda sesión, nuevamente se destacan los aspectos positivos del software y cómo esto se refleja en el buen desempeño de algunos estudiantes frente a los problemas que les fueron planteados sobre la regla empírica. Sin embargo, la principal observación de los profesores fue el tiempo que se invirtió para construir la simulación con la que se mostraron las propiedades de la distribución normal. La propuesta ante esta situación fue evitar la construcción y llevarla preparada sólo para que los alumnos manipularan las variables involucradas (media y desviación estándar). Por otra parte, de nueva cuenta, se destacó la falta de involucramiento de algunos alumnos con las tareas y la necesidad de un ambiente propicio para ello. Aunque en esta ocasión no se hizo alguna propuesta.

Finalmente, sobre lo acontecido en la tercera sesión, hacer evidente el proceso de estandarización mediante la simulación fue una característica de la lección apreciada por los profesores. Aunque coincidieron en que, a pesar de ser muy ilustrativa, se debe insistir con los estudiantes en que este es un proceso que a cada valor de una distribución normal, o aproximadamente normal, le corresponde uno de la distribución normal estándar. De igual forma, coincidieron en que para reforzar los cálculos con esta nueva distribución se podría integrar como un nuevo recurso el software Geogebra, pero ya como parte del rediseño de la lección.

### **Discusión y conclusiones**

En este primer acercamiento al modelo del EC, observar y comentar sobre la práctica que desarrolla un profesor, desde el diseño de una lección hasta su puesta en marcha, generó un espacio propicio para aprender sobre la enseñanza y cómo puede ser mejorada. Como mencionan Murata et al. (2004) participar en un estudio de esta naturaleza mejora el conocimiento del contenido para la enseñanza, los recursos que se generan, así como el

trabajo colaborativo con otros profesores. En este estudio particular, el conocimiento pedagógico fue al que más se hizo referencia, ya que para algunos participantes esta era la primera ocasión en la que presenciaban una lección cuyo principal recurso era un software. Las simulaciones generadas mediante este recurso, en opinión de los profesores, fueron bastante ilustrativas sobre los conceptos que se querían destacar. Aunque sí advierten, y fueron testigos de ello durante la experiencia, que se debe estar preparado frente a las posibles contingencias que se puedan presentar al trabajar de esta manera. Sobre el grupo de trabajo que se formó, los diversos comentarios de los profesores sobre la lección propiciaba la reflexión de los demás profesores acerca de lo que acontece en su práctica cotidiana. En algunas ocasiones, recordando situaciones similares a las presenciadas durante la implementación, y en otras proponiendo estrategias para llevar por mejor camino la lección. Por otro lado, es necesario mencionar que al ser este un primer acercamiento al modelo, hay algunos aspectos que se deben mejorar y otros que se deben evitar. Por ejemplo, generar un guion formal en el que se indique que aspectos se deben observar para saber si los objetivos de la lección son alcanzados, y tratar de no ser un distractor en el desarrollo de ésta. Si se mejoran estos, y otros, aspectos, el EC se muestra como una alternativa prometedora para la mejora de la actividad docente en el bachillerato.

### **Referencias bibliográficas**

- Fernandez, C. (2005). Lesson Study: A means for elementary teachers to develop the knowledge of mathematics needed for reform-minded teaching? *Mathematical Thinking and Learning*, 7(4), 265–289.
- Fernandez, C., Cannon, J., y Chokshi, S. (2003). A US–Japan lesson study collaboration reveals critical lenses for examining practice. *Teaching and Teacher Education*, 19, 171–185.
- Fujii, T. (2014). Implementing Japanese Lesson Study in Foreign Countries: Misconceptions Revealed. *Mathematics Teacher Education and Development*, 16(1), 65–83.
- Gueudet, G., y Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71, 199–218.
- Huang, R., Gong, Z., y Han, X. (2015). Implementing mathematics teaching that promotes students' understanding through theory-driven Lesson Study. *ZDM Mathematics Education*, 48(4). doi: 10.1007/s11858-015-0743-y.
- Kieran, C., Krainer, K., y Shaughnessy, J. (2012). Linking research to practice: Teachers as key stakeholders in mathematics education research. En M. Clements, et al. (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 361–392). Nueva York: Springer.
- Lewis, C., Perry, R., Hurd, J., y O'Connell, M. (2006). Lesson study comes of age in North America. *Phi Delta Kappan*, 88(4), 273–281.

- Maxara, C., y R. Biehler (2006). Students' Probabilistic Simulation and Modeling Competence after a Computer-Intensive Elementary Course in Statistics and Probability. En Rossman, A. & Chance, B. (Eds.), *Proceedings of ICOTS 7*. Salvador de Bahía, Brasil. Recuperado en Mayo 17, 2016, de [https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7C1\\_MAXA.pdf](https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7C1_MAXA.pdf).
- McIntyre, D. (2005). Bridging the gap between research and practice. *Cambridge Journal of Education*, 35(3), 357-382.
- Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of Lesson Study. En L.C. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.) *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education* (pp. 1–12). Dordrecht: Springer.
- Murata, A., Lewis, C., y Perry, R. (2004). Teacher learning and Lesson Study: Developing efficacy through experiencing student learning. En D. McDougall. (Ed.), *Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of North American chapter of the international group of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 985–992). Columbus: ERIC.
- Preciado, P., y Liljedahl, P. (2008). Implementing Lesson Study at Public Schools in Mexico: A Teachers' Perception of their Own Professional Growth. Recuperado en Enero 31, 2016, de <https://www.researchgate.net/publication/269635143>
- Stigler, J., y Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. Nueva York: The Free Press.