CB-972

"ESTUDIO DE LAS CONDICIONES DE PRODUCCIÓN DE RAZONAMIENTOS DEDUCTIVOS POR PARTE DE ALUMNOS DE NIVEL SECUNDARIO, PARA EL ESTABLECIMIENTO DE LA PROPIEDAD: DESIGUALDAD TRIANGULAR"

Vanesa Cecilia Clementin – Edith Gorostegui – Irma Elena Saiz
vanesa_cecilia@hotmail.com – gorosteguie@gmail.com – irmasaiz28@gmail.com
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. Universidad Nacional del Nordeste. Argentina

Núcleo temático: La Resolución de Problemas en Matemáticas.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Secundaria.
Palabras clave: Desigualdad triangular. Construcción de triángulos.

Resumen

En esta ponencia presentamos los resultados de un trabajo de investigación sobre la desigualdad triangular con alumnos del secundario involucrados en un proceso de formulación de esa propiedad.
En el marco de referencia de la Teoría de las Situaciones Didácticas estudiamos las condiciones bajo las cuales los alumnos pueden construir conocimientos matemáticos y en particular estudiamos el funcionamiento de un sistema didáctico orientado hacia la formulación de la propiedad geométrica citada.
Como parte del sistema didáctico diseñamos una secuencia de aprendizaje, de la cual presentaremos el análisis a priori de las actividades, el análisis de tipo descriptivo y explicativo de lo que sucede en la clase, las producciones de los alumnos, la organización de la clase elegida, las interacciones entre pares, y las intervenciones docentes, así como la influencia de estas interacciones en el establecimiento de la propiedad.
Concluimos que para que los alumnos puedan formular por si mismos una propiedad geométrica y en particular la desigualdad triangular, es necesario que resuelvan problemas que impliquen el estudio de las posiciones relativas de dos circunferencias y su relación con la construcción de triángulos a partir de la información de tres longitudes cualesquiera; que formulen conjeturas y las validen entre otros aspectos.

Introducción

En el presente trabajo de investigación nos propusimos realizar un estudio de las condiciones de producción de argumentos y razonamientos por parte de alumnos de nivel secundario para el establecimiento de la propiedad de la desigualdad triangular, es decir, de las condiciones para que tres longitudes sean lados de un triángulo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Tradicionalmente, una de las prácticas habituales en el aula es aquella en la que el profesor expone la propiedad y luego propone un conjunto de ejercicios de aplicación donde teniendo como dato ternas de longitudes, los alumnos tienen que analizar si cumplen con la propiedad. En otras propuestas, a diferencia de la anterior, el estudio del tema se inicia planteando a los alumnos ternas de longitudes y la tarea para ellos consiste en decidir si se podrá construir un triángulo con las mismas. A partir de esta exploración son convocados a establecer las condiciones para la existencia de un triángulo. Una de las dificultades en estas propuestas es que los alumnos carecen -en general - de recursos de validación para justificar, lo cual puede ser un problema a la hora de discutir y acordar respuestas válidas, en particular en el caso de que la suma de dos longitudes sea igual a la tercera.

Desde nuestra perspectiva –a diferencia de este tipo de propuestas – se trata de pensar en condiciones que no solo impliquen una exploración en el último sentido sino también que les provea de conocimientos que permita a los alumnos validar matemáticamente las conjeturas. Es en este sentido que encaminamos nuestra investigación.

En un primer momento –como equipo de investigación- realizamos un estudio didáctico matemático del tema y posteriormente diseñamos una secuencia didáctica con el objetivo de introducir a los alumnos en la tarea de producir las condiciones para la existencia de un triángulo dadas tres longitudes. Para ello, consideramos indispensable plantearles previamente el estudio de las posiciones relativas de dos circunferencias. Este estudio, previo, provee fundamentos para la validación de las afirmaciones que harán los alumnos al abordar los problemas.

Para el estudio didáctico-matemático y la puesta en práctica en el aula nos preguntamos: ¿Qué problemas resuelve la propiedad de la desigualdad triangular? ¿Cómo se valida esta propiedad? ¿Qué actividades elaborar de manera tal que sean los alumnos los que establezcan la propiedad y elaboren argumentos para validarla? y en estas actividades ¿Qué relaciones con otros conocimientos se podrían establecer? ¿A partir de cuáles conocimientos anteriores podrían los alumnos involucrarse en las actividades? ¿Cómo podrían evolucionar las ideas que tienen los alumnos respecto de este tema hacia el establecimiento de la propiedad? ¿Qué obstáculos o dificultades podrían aparecer durante el proceso de construcción de este nuevo conocimiento para los alumnos?

ISBN 978-84-945722-3-4

Teóricamente nos apoyamos en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986). Tomamos de esta teoría los conceptos y herramientas que nos permitieron diseñar, analizar y poner en práctica la secuencia de aprendizaje que estudiamos en el marco de clases con alumnos del secundario (edades entre 12 y 13 años)

Presentaremos en esta ponencia la secuencia de actividades y el análisis a priori, así como el análisis de algunas evaluaciones de alumnos al finalizar el trabajo con la secuencia citada.

Presentación y análisis de la secuencia didáctica

La secuencia está compuesta por dos tipos de actividades. Una de ellas corresponde a problemas que permitirán a los alumnos avanzar en el proceso de construcción de la desigualdad triangular. El otro tipo corresponde a actividades de comprensión del programa *geogebra* con el objetivo de que los alumnos puedan explorar sus conjeturas en forma dinámica y en un tiempo relativamente menor que si estuvieran trabajando con lápiz y papel. El objetivo de esta secuencia es introducir a los alumnos en la tarea de producir las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un triángulo dadas tres longitudes, vía la intersección de dos circunferencias secantes, estableciendo, previamente, las condiciones (las relaciones entre los radios de las circunferencias y la distancia entre los centros) para que esto ocurra. Es por ello que las primeras actividades involucran el trabajo con los conceptos de círculo y circunferencia como lugar geométrico, pues estos conceptos serán el recurso para responder a problemas del tipo "marcar puntos que estén a más de una cierta distancia de un punto fijo a", y que les permitirá a los alumnos, concluir que la circunferencia divide al plano en tres zonas: los puntos que están a menor, a igual y los que están a mayor distancia que el radio, del centro de la misma.

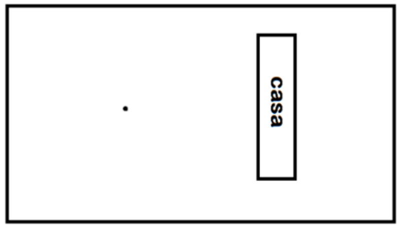
Dado el espacio y tiempo disponible sólo, presentaremos tres actividades, con el fin de permitir al lector una cierta comprensión de la secuencia completa[26] dado que mostraremos las ideas principales de la misma.

Actividad 1: *"Este es el plano del jardín de la casa de la señora Molina. En la casa también vive Manchitas, su perro, que de noche lo atan en el patio a una estaca (representado por un punto en el esquema) con la ayuda de una cadena de 3 metros para que no se escape.*

[26] La secuencia completa la incluimos en el anexo del presente trabajo.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

La señora Molina quiere plantar flores en el patio de su casa, y quiere saber dónde puede plantarlas de tal forma que Manchitas no llegue y las rompa.
Teniendo en cuenta que en el dibujo 1m = 1 cm, marca toda la zona donde la señora Molina no podrá plantar flores".



Este primer problema se plantea en un contexto extramatemático en el que se pone en juego los conceptos de circulo y circunferencia como lugar geométrico, en tanto que, para determinar la zona donde la señora Molina no puede plantar las flores, es necesario trazar una circunferencia con centro en el punto que representa y radio 3 cm, que corresponde a la longitud de la cuerda del perro.
Las características del problema, nos permiten afirmar que se trata de una situación que puede funcionar adidácticamente, dado que es posible que *el sujeto entre en interacción con una problemática, poniendo en juego sus propios conocimientos, pero también rechazándolos, modificándolos, o produciendo otros nuevos, a partir de las interpretaciones que hace de los resultados de sus acciones*. (Sadovsky, 2005, p.3)
Claramente el problema tiene una finalidad, *que puede identificarse independientemente del conocimiento a producir* (Sadovsky, 2005, p.26), dado que la tarea que se solicita a los alumnos puede identificarse en término de la acción: *"…marcar toda la zona…"*
Se trata de actualizar los conceptos de círculo y circunferencia, a partir de su uso como herramienta de resolución de este problema, conceptos que no son una novedad para los alumnos dado que forman parte de los conocimientos de su escolaridad previa.
Nos interesa particularmente, dar entidad a estos objetos matemáticos, dado que son conocimientos claves en el proceso construcción de las condiciones para la existencia de un triángulo.
El contexto extramatemático en que se plantea la situación en interacción con los conocimientos previos de los alumnos les permite comprender la situación y aproximar una

ISBN 978-84-945722-3-4

respuesta, independientemente del conocimiento en juego, en este caso, de circunferencia y circulo.

Posteriormente el estudio que propusimos a los alumnos fue alrededor de las posiciones relativas de dos circunferencias como el siguiente:

<u>Actividad 5:</u> *En el esquema anterior*[27]*, discutan antes de marcarlos, si es posible encontrar puntos que cumplan las condiciones que se dan en cada caso y además cuántos. Si es posible, marcarlos y justificá por qué esos puntos cumplen con las condiciones solicitadas. Si no es posible ubicar ningún punto, explicá por qué.*

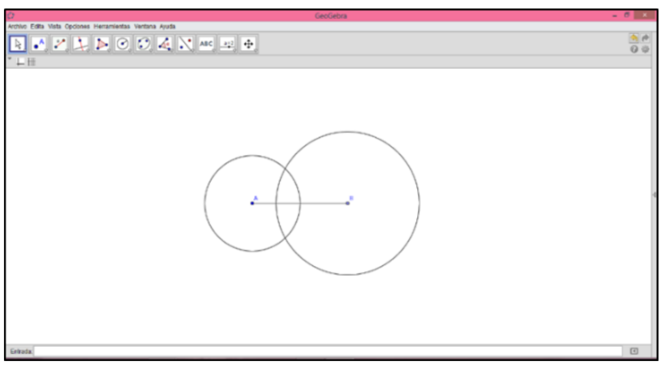
a) *Puntos que estén a menos de 2u del punto A y a más de 3u del punto B.*

b) *Puntos que estén a 1u del punto A y a menos de 2u del punto B.*

c) *Puntos que estén a menos de 3 u del punto B y a menos de 2 u del punto A.*

d) *Puntos que estén justo a 2 u del punto A y a 3 u del punto B simultáneamente.*

e) *Si la distancia entre los puntos A y B es de 6 u, y las circunferencias son las mismas, ¿serán las mismas respuestas a los ítems anteriores?*



En este problema el trabajo se centra en la identificación de puntos en las distintas zonas que delimitan las dos circunferencias, y la *tarea* consiste en analizar la existencia de puntos que cumplan con dos condiciones simultáneamente, en un esquema que relaciona dos circunferencias de distintos radios y los centros de las mismas se encuentran a una misma distancia en el caso de los ítems a), b) c) y d) y haciéndose variar esta última en el ítem f).

El objetivo de este problema es que los alumnos utilicen los conceptos trabajados en los problemas anteriores como herramienta para responder a cada ítem y justifiquen sus respuestas y que las conclusiones que surjan a partir de la puesta en común de las preguntas

[27]El esquema al que hace referencia en este enunciado, fue elaborado en la actividad anterior que consistió en seguir instrucciones dadas para la elaboración del mismo en el programa Geogebra.

ISBN 978-84-945722-3-4

del problema sean una puerta de entrada al estudio de las *posiciones relativas entre dos circunferencias*, haciendo variar la distancia de sus centros y fijando los radios de las mismas. La distancia entre los centros hace variar las posiciones de las circunferencias dadas (en el ítem f, que ya no son secantes sino disjuntas) y en consecuencia, se modifican las respuestas a las condiciones de existencia de los puntos en cada ítem.

En los ítems a) b) c) y d), varían las distancias de los puntos respecto a los centros de las circunferencias, quedando fijos los radios y la distancia AB, y en el ítem f) varía la distancia entre los centros, manteniéndose la longitud de los radios de ambas circunferencias. En este último ítem, el esquema ya no es un dato, quedando a cargo del alumno responder al problema realizándolo o no.

Modificar los valores de las distancias de los puntos solicitados respecto a los centros de ambas circunferencias y la distancia entre los centros de las mismas, modifican las estrategias de resolución y en consecuencia el conocimiento necesario para resolver cada situación, por lo que estas, constituyen las variables didácticas de este problema.

Si bien la tarea para los alumnos es analizar la existencia y la cantidad de puntos que cumplan con dos condiciones simultáneamente, en la discusión colectiva sobre las distintas respuestas se pretende que los alumnos elaboren argumentos para validarlas.

Luego del trabajo anterior con las posiciones relativas de dos circunferencias planteamos la construcción de triángulos a partir de 3 longitudes. Previo al problema que presentamos a continuación propusimos a los alumnos la construcción de triángulos a partir del dato de dos longitudes, lo cual permite una primera conexión con el trazado de circunferencia.

Actividad 7: *Se quiere construir un triángulo ABC, del que se conocen las longitudes de 2 de sus lados: AB mide 5 cm y AC, 3 cm. Dibujá el triángulo ABC.*

En este problema se tiene como dato dos lados de un triángulo y en estas condiciones son infinitos los triángulos que se pueden construir, ya que si trazamos uno de los lados y la longitud del otro lado se toma como radio de una circunferencia con centro en uno de los extremos del lado anterior, los puntos de esta circunferencia corresponderán a los vértices posibles de los infinitos triángulos que se pueden trazar.

El objetivo de esta actividad es trabajar con los alumnos la idea de que con dos lados siempre es posible construir un triángulo y que no es único, además que para determinar todos los

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

triángulos posibles, el trazado de la circunferencia asegura la existencia de todos los lugares donde se podría ubicar el tercer vértice (C) de dichos triángulos.

Actividad 9: *Construir un triángulo, si es posible, con las siguientes características:*

a) Uno de los lados del triángulo mide 5 cm y los lados restantes miden 3 cm y 4 cm.

b) Todos sus lados son de longitud 4 cm.

c) Posee dos lados iguales de longitud 5 cm y el restante de 3 cm.

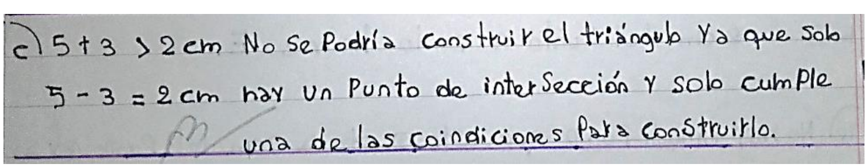
La medida de los lados, constituye la variable didáctica en este problema, ya que depende de estas medidas la posibilidad de construir el triángulo. Una característica de la consigna, que refleja el carácter adidáctico de la situación, es que no asegura la posibilidad de construir dichos triángulos, sino que deja al alumno la tarea de decidir si es posible o no, y en caso que sea posible que lo construya.

Si bien consideramos importante no influir en los procedimientos que utilicen los alumnos para resolver dicha actividad, en la puesta en común, el docente, en su rol de mediador, deberá realizar las intervenciones necesarias para que los alumnos validen sus respuestas con propiedades y conceptos geométricos, de manera que sean argumentos válidos de justificación.

Sobre los resultados de las evaluaciones

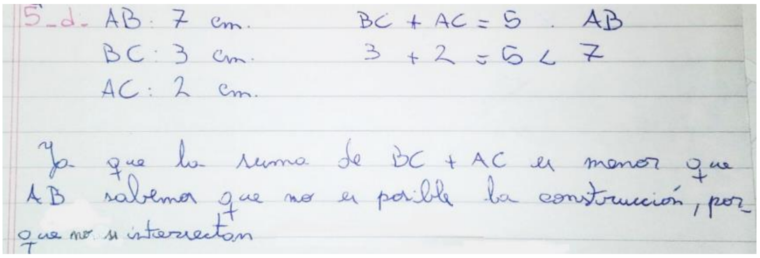
Nos detendremos particularmente en los argumentos utilizados para validar la posibilidad o no de construir un triángulo con tres longitudes y en los conocimientos involucrados en los argumentos y si guardan relación con las conclusiones extraídas del trabajo con las posiciones relativas de dos circunferencias en las clases.

Exponemos únicamente las respuestas elaboradas por los alumnos a los ítems c) y d) delproblema 5[28].

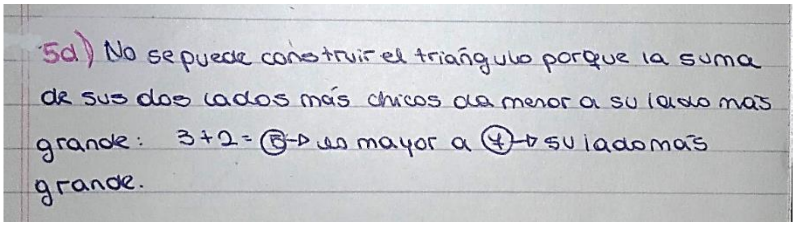

c) 5+3 > 2 cm No se Podría construir el triángulo Ya que solo
5 - 3 = 2 cm hay un Punto de interSección Y solo cumple
una de las coindiciones Para construirlo.

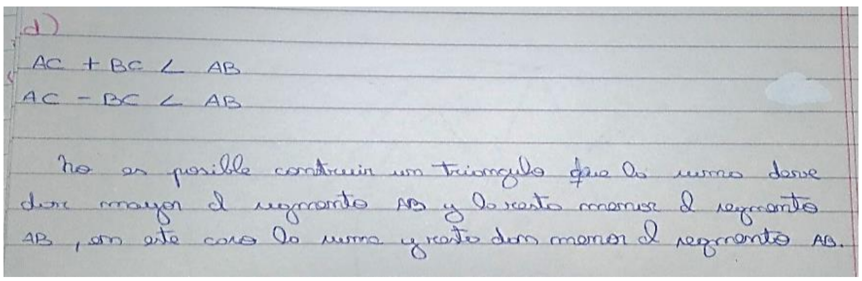
[28]Incluimos en el Anexo la evaluación completa.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4


5_d_ AB: 7 cm. BC + AC = 5 . AB
BC: 3 cm. 3 + 2 = 5 < 7
AC: 2 cm.

Ya que la suma de BC + AC es menor que AB sabemos que no es posible la construcción, porque no se intersectan


5d) No se puede construir el triángulo porque la suma de sus dos lados más chicos es menor a su lado más grande: 3+2= 5 -> es mayor a 7 -> su lado más grande.


d)
AC + BC < AB
AC − BC < AB

no es posible construir un triangulo ya la suma debe dar mayor al segmento AB y la resta menor al segmento AB, en este caso la suma y resta dan menor al segmento AB.

En las actividades incluidas en la evaluación pretendíamos observar qué conocimientos, técnicas y conclusiones han extraído los alumnos de las clases.

En los ítems c y d, las longitudes datos de los problemas no permiten la construcción de dicho triangulo, porque no verifican las condiciones expuestas para la existencia de esta figura geométrica. Cabe mencionar que, si bien en ninguno de estos dos casos es posible la construcción de dichos triángulos, corresponden a situaciones diferentes, ya que en el ítem c la situación corresponde a dos circunferencias tangentes, es decir, se intersecan en un solo punto, mientras que en el ítem d las circunferencias no se intersecan.

Conclusiones

La secuencia didáctica propuesta es una posibilidad de introducir a los alumnos en el estudio de las condiciones para la existencia de un triángulo dadas tres longitudes y la actitud buscada está estrechamente relacionada con la toma de responsabilidad en sus producciones y la aceptación de la necesidad de validación.

De las producciones de los alumnos analizadas de las evaluaciones y las observaciones de clase, podemos asegurar que efectivamente el trabajo con las posiciones relativas de dos

ISBN 978-84-945722-3-4

circunferencias les aportó conocimientos suficientes para generar argumentos válidos a la hora de enfrentarse al problema de decidir *si con tres longitudes es posible construir un triángulo* y también para producir conclusiones generales, es decir, establecer la propiedad. El estudio de las posiciones relativas de dos circunferencias, en particular de circunferencias secantes, no solo se trata de un recurso de construcción, sino de una técnica que tienen sentido para los alumnos y la cual pueden validar.

Si bien no incluimos el análisis de las intervenciones docentes, no queremos dejar de mencionar que una buena secuencia asegura que los alumnos se pongan en contacto con las tareas que consideramos pertinentes para abordar estos temas, el rol del docente en el proceso enseñanza-aprendizaje es fundamental.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al Estudio de las Teorías de las Situaciones Didácticas*. *1° ed*. Buenos Aires: Libros El Zorzal.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Puig Adam, P. (1986). *Curso de geometría métrica*. *Tomo 1. Fundamentos*. Madrid: Euler.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática Hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

1. Secuencia Didáctica

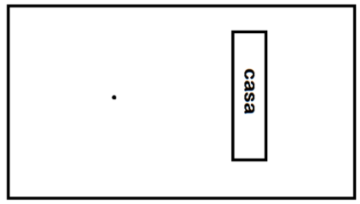
<u>Actividad 1</u> (Se realizará con papel, compás y regla)

"Este es el plano del jardín de la casa de la señora Molina. En la casa también vive Manchitas, su perro, que de noche lo atan en el patio a una estaca (representado por un punto en el esquema) con la ayuda de una cadena de 3 metros para que no se escape.

La señora Molina quiere plantar flores en el patio de su casa, y quiere saber dónde puede plantarlas de tal forma que Manchitas no llegue y las rompa.

Teniendo en cuenta que en el dibujo 1m = 1 cm, marca toda la zona donde la señora Molina no podrá plantar flores".

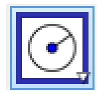
ISBN 978-84-945722-3-4



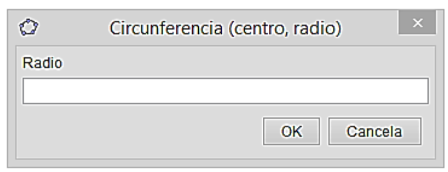
Actividad 2

Con el programa **Geogebra** construí la zona del problema que resolviste, con los siguientes pasos:

1. Con la herramienta *Punto*, marca un punto en cualquier lugar de la pantalla, se llamará A.

2. Selecciona la herramienta *Circunferencia (centro, radio)*. 

3. Con el curso hace click sobre el punto A. Se abrirá una ventana con el nombre "Radio".



4. En esa ventana colocá el número 3 que representa la longitud del radio de la circunferencia.

5. Hace click en OK.

6. El resultado es una circunferencia con centro en A y radio 3.

Actividad 3: *En el esquema anterior marcar:*

i) Tres puntos que estén a más de 3 u del punto A.[29]

ii) Tres puntos que estén a menos de 3 u del punto A.

iii) Tres puntos que estén justo a 3 u del punto A.

Actividad 4

Con el programa **Geogebra** construí este esquema con los siguientes pasos:

[29]Es importante aclarar a los alumnos que en *geogebra* cuando trazamos 2 no es 2cm, son 2 unidades definidas por el programa, que acordamos llamar: "unidades geogebra" y simbolizar con la letra u.

ISBN 978-84-945722-3-4

1. Con la herramienta ___Punto___, marca un punto en cualquier lugar de la pantalla y llámalo A.

2. Selecciona la herramienta ___Segmento de longitud dada___, y marcando el punto A trazá un segmento de 4 unidades. Al punto que es el otro extremo del segmento llámalo B.

3. Selecciona la herramienta ___Circunferencia (centro, radio)___. Trazá una circunferencia con centro en A y radio 2, y una circunferencia con centro en B y radio 3.

Actividad 5: *En el esquema anterior, discutan antes de marcarlos, si es posible encontrar puntos que cumplan las condiciones que se dan en cada caso y además cuántos. Si es posible, marcarlos y justificá por qué esos puntos cumplen con las condiciones solicitadas. Si no es posible ubicar ningún punto, explicá por qué.*

a) *Puntos que estén a menos de 2u del punto A y a más de 3u del punto B.*

b) *Puntos que estén a 1u del punto A y a menos de 2u del punto B.*

c) *Puntos que estén a menos de 3 u del punto B y a menos de 2 u del punto A.*

d) *Puntos que estén justo a 2 u del punto A y a 3 u del punto B simultáneamente.*

e) *Si la distancia entre los puntos A y B es de 6 u, y las circunferencias son las mismas, ¿serán las mismas respuestas a los ítems anteriores?*

Actividad 6

1) *Cuando trabajaron con la distancia entre los centros de 4 u y las circunferencias tenían 2u y 3u como radios, las circunferencias se intersectaban en dos puntos. En cambio, cuando la distancia era de 6 u no había ningún punto donde se corten. Si la distancia entre los centros es de 5 u ¿qué pasará?*

2) *Dada la distancia entre los centros A y B, encontrar los radios de las circunferencias para que haya un único punto de intersección, 2 puntos o ninguno.*

a) 7 unidades *b) 3,5 unidades* *c) 4,7 unidades.*

Actividad 7 : "Se quiere construir un triángulo ABC, del que se conocen las longitudes de 2 de sus lados: AB mide 5cm y AC, 3cm. Dibujá el triángulo ABC."

Actividad 8: Construya un triángulo, si es posible, cuyas longitudes de sus lados son: $\overline{AB}$= 6cm, $\overline{AC}$=4cm y $\overline{CB}$= 3cm.

Actividad 9: Consigna para los alumnos: construir un triángulo, si es posible, con las siguientes características:

a) Uno de los lados del triángulo mide 5 cm y los lados restantes miden 3 cm y 4 cm.

ISBN 978-84-945722-3-4

b) Todos sus lados son de longitud 4 cm.
c) Posee dos lados iguales de longitud 5 cm y el restante de 3 cm.

Actividad 9: Establecer una condición para determinar cuándo tres longitudes son los lados de un triángulo.

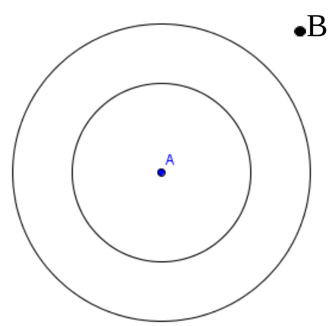
EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA - 1º AÑO DEL CICLO BÁSICO

Apellido y Nombre: …………….Fecha:………………..Curso y División:………….

Se evaluará: - Uso de simbología y lenguaje matemático - Procedimiento para la resolución de ejercicios - Exactitud en los resultados - En los ejercicios se tendrá en cuenta: respuestas y las justificaciones de las mismas - Prolijidad y presentación – Orden en la resolución de los ejercicios-Uso correcto de los elementos de geometría.

NOTA: * Los ejercicios No pueden estar a lápiz.
*** No se puede usar corrector en la realización de los ejercicios.**

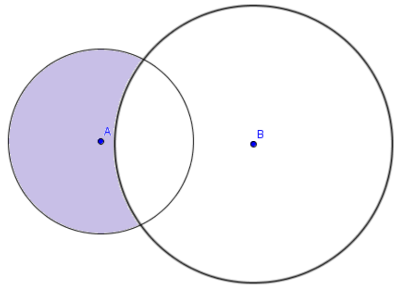
1) El siguiente esquema representa dos circunferencias concéntricas de centro A y radios 2 cm y 3 cm.



a) Trazar una circunferencia concéntrica con las anteriores de radio 4 cm.
b) Marcá un punto que esté a más de 2 cm y a menos de 3 cm del centro A. Llamalo C.
c) ¿Qué le dirías a alguien sobre la ubicación del punto B para que pueda identificarlo completando la siguiente frase?: “E*l punto B es el que se encuentra a*………………”

2) En el siguiente esquema se encuentran representadas dos circunferencias, una de centro A y radio 2 cm y la otra de centro B y radio 3cm. La distancia entre los centros es de 4cm.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



a) Analizá si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: "La zona pintada en el esquema representa todos los puntos que están a menos de 2cm del centro A y a menos de 3 cm del centro B". Justificá tu respuesta.
b) ¿Hay algún punto que esté a más de 2cm del punto A y a menos de 3 cm del punto B? si te parece que sí hay, márcalo y llámalo C.
c) ¿Hay algún punto que esté a menos de 3 cm del punto B y a menos de 2 cm del punto A? si te parece que sí hay, márcalo y llámalo D.
d) ¿Hay algún punto que esté a más de 3 cm del punto B y a más de 2 cm del punto A? si te parece que sí hay, márcalo y llámalo E.
e) ¿Hay algún punto que esté justo a 2 cm del punto A y a 3 cm del punto B? si te parece que sí hay, márcalo y llámalo F.

3) Sabiendo que C (A, R_1) es la circunferencia con centro en A y radio R_1 y C (B, R_2) es la circunferencia con centro en B y radio R_2, y AB es la distancia entre los centros de ambas circunferencias, determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando tus respuestas.

a) C (A, R_1) y C (B, R_2) se intersectan en dos puntos si $AB < R_1 + R_2$.

b) C (A, R_1) y C (B, R_2) se intersectan en un solo punto si $AB > R_1 + R_2$ y $AB = R_1 – R_2$.

c) C (A, R_1) y C (B, R_2) no se intersectan en un solo punto si $AB > R_1 + R_2$ y $AB > R_1 – R_2$.

4) Si en un triángulo ABC, el lado AB mide 4cm y el lado AC mide 3cm ¿Se pueden construir triángulos diferentes que tengan esas mismas medidas? ¿por qué?

5) Decidir sin hacer el dibujo, si es posible, con las siguientes medidas construir un triángulo. En caso de ser posible, dibújalo.
a) Todos sus lados miden 4 cm.
b) Dos lados iguales 5 cm de longitud y el restante de 3 cm.
c) Uno de los lados del triángulo mide 5 cm y los lados restantes miden 3 cm y 2 cm.
d) Sus lados son 3cm, 7cm y 2cm.

ISBN 978-84-945722-3-4