CB-709

PORQUÊS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

Sergio Lorenzato
slorenzato@sigmanet.com.br
Unicamp/Brasil

Núcleo temático: I – Ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais
Modalidade: CB
Nível educativo: 7 – sem especificação
Palavras-chave: Porquês matemáticos. Aprendizagem significativa

Resumo
Perguntas sob a forma de porquês são inevitáveis e desejáveis na escola e, principalmente, nas aulas de Matemática. Os porquês são importantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, pois revelam dificuldades de alunos e de professores. Quais porquês têm sido propostos por professores que ensinam Matemática, por futuros professores de Matemática e por escolares de 6 a 17 anos de idade? E como eles se caracterizam? As respostas aos porquês propiciam a integração de conteúdos matemáticos e a interdisciplinaridade, além de facilitar a conexão entre pensamento intuitivo e dedutivo. Vários fatores devem ser considerados pelos professores na elaboração das respostas aos porquês: interpretação dos possíveis significados das perguntas; conhecimento do conteúdo matemático; conhecimento do nível de desenvolvimento do aluno; disponibilidade dos recursos didáticos adequados. Os alunos preferem as respostas baseadas na matemática visual, tais como as apresentadas neste trabalho.

1- Os porquês nas aulas

Indagar o porquê das coisas faz parte da natureza humana, e é altamente desejável que os alunos levem sua curiosidade à escola, especialmente nas aulas de Matemática, pois os porquês são uma forma importante de participação nas aulas e geralmente indicam lacunas de conhecimentos necessários à compreensão. Os porquês são, para os professores, oportunidades para que seus alunos realizem aprendizagens significativas, conforme propõe Ausubel (2003). Além disso, os porquês favorecem a integração entre os campos que constituem a Matemática, bem como a interdisciplinaridade, especialmente entre Matemática e História, Geografia, Artes e Ciências. Ainda se faz necessário acrescentar que, ao favorecer a compreensão, eles enfraquecem a necessidade de memorização sem

ISBN 978-84-945722-3-4

significado, como também diminuem as crendices sobre a Matemática, melhoram a autoestima dos alunos e a qualidade da aula do professor.

2- A mensagem dos porquês dos alunos

Na prática pedagógica, indagações como as que seguem são frequentes e aqui estão apresentadas tal qual foram propostas pelos alunos do Ensino Fundamental:

- ✓ *"Por que o zero pode emprestar, se ele é nada?"* (o professor havia dito aos seus alunos que *"o zero representa o nada, como no início da contagem"* e tentava ensinar a eles como efetuar a subtração 805 – 7, falando que o zero emprestava 1 ao 5...)
- ✓ *"Por que na divisão de duas frações devo inverter a segunda e não a primeira?"*
- ✓ *"Por que a área do triângulo é $b \times h \div 2$?"*
- ✓ *"Por que devo calcular o mínimo múltiplo comum dos denominadores de frações para somá-las, se eu consigo somá-las de um modo mais simples?"*(O aluno se referia à substituição de frações dadas com denominadores diferentes, por frações equivalentes e com denominadores iguais).

Essas perguntas indicam que seus autores receberam um tipo de ensino baseado na memorização de regras e fórmulas, e a mensagem que eles estão nos enviando por meio dos "porquês" é que o ensino deve ser redirecionado à compreensão, à construção de significados.

Os porquês seguintes, também propostos por alunos, embora de anos escolares mais avançados, nos permitem semelhantes constatações: *"Por que $-1 \times -1 = 1$?"*; *"Por que a prova dos nove não é segura?"*; *"Por que $\sqrt{2}$ é irracional e $\sqrt{4}$ não é, se os dois têm $\sqrt{\quad}$?"*; *"Por que o número 1 não é primo?"*; *"Por que uma fórmula tão complicada como $\frac{4}{3}\pi r^3$?"*; *"Por que o círculo trigonométrico tem raio = 1?"*; *"Por que o nome da função trigonométrica é seno?"*; *"Por que o número e foi escolhido como base de logaritmo?"*; *"Por que os poliedros regulares são só cinco?"*; *"Por que 4! = 24?"*;*"Por que O! = 1?"*.

Diante da riqueza que essas perguntas apresentam, surge de modo inevitável a seguinte questão: Como professores têm respondido aos porquês dos alunos?

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

3- Respostas de professores

Desde os meus primeiros anos de magistério colecionei perguntas dos alunos sobre Matemática e, de modo especial, aquelas cujas respostas não estavam nos livros didáticos. Ao trabalhar com a formação inicial ou continuada de professores, passei a coletar as respostas deles, bem como as perguntas dos seus alunos, o que me permitiu constatar que os alunos perguntavam os mesmos porquês, em nove países e quatorze estados brasileiros nos quais me foi possível aplicar, aos professores, um questionário (Anexo 1) constituído de 12 porquês propostos por alunos. Os resultados referentes às respostas dos professores foram os seguintes: a) 5% dos porquês receberam resposta correta; b) 80% dos porquês relativos ao currículo dos **anos iniciais** foram respondidos incorretamente pelos professores dos **anos finais** do Ensino Fundamental; c) Os maiores índices de erro recaíram sobre as questões referentes a conceitos matemáticos (Lorenzato, 1993).

Outro estudo sobre respostas de professores foi realizado com 255 professores brasileiros que lecionavam Matemática para alunos de 7 a 11 anos, por meio da aplicação de oito questões sobre geometria (ângulo, paralelismo, perpendicularidade, círculo, perímetro, área e volume), e foram produzidas 8×255 respostas,todas erradas (Lorenzato, 1993).

4- Tendências dos porquês

Os porquês matemáticos constituem um rico e abrangente campo para a realização de pesquisas, e as poucas já existentes revelam algumas tendências na educação matemática brasileira, como: a) os porquês (resposta) não têm sido alvo de pesquisas em nível de mestrado ou doutorado; b) os porquês (perguntas e respostas) raramente surgem em periódicos; a *Revista do Professor de Matemática* (RPM), da Sociedade Brasileira de Matemática, é a que mais tem valorizado as respostas aos porquês, conforme Moriel e Wielewski (2013); c) a geometria tem recebido poucas perguntas; d) mais de 80% dos porquês se referem a algum conceito ou a alguma convenção matemática; e) 75% dos porquês formulados pertencem à Aritmética; f) a maioria dos porquês apresentados por alunos do Ensino Médio se refere a conteúdos que constam dos programas escolares dos nove anos anteriores, ou seja, do Ensino Fundamental.

5- Alguns tipos de porquês

ISBN 978-84-945722-3-4

Os porquês (perguntas) podem ser caracterizados pelo tipo de conhecimento necessário ou predominante para a construção da resposta. Assim, por exemplo, a pergunta “Por que 4 é número par?” é **conceitual**, pois sua resposta está baseada em um conceito, o de divisibilidade. De modo semelhante, a pergunta “Por que o máximo divisor comum é menor que o mínimo múltiplo comum?” exige os conceitos de divisor e de múltiplo de número inteiro. A pergunta “Por que o quadrado é também retângulo, paralelogramo e losango?” também é conceitual. Já a pergunta “Por que a circunferência é dividida em 360 graus?” encontra resposta na História da Matemática e, por isso, é classificada como **histórica**. A resposta a “Por que número inteiro elevado a zero é igual a 1?” se apoia em uma convenção matemática, daí a pergunta correspondente ser classificada como **convencional**. Uma convenção também explica “Por que 1 litro é igual a 1 dm^3?”. Os porquês **etimológicos** são aqueles cujas respostas se baseiam na etimologia da palavra central da pergunta. Por exemplo: “Por que um grupo de dez unidades se chama dezena?”. Outros exemplos: “Por que o símbolo do conjunto dos números inteiros é Z?”; “Por que o zero se chama zero?”. Existem porquês que são meramente decorrentes de **algoritmos**. Exemplo: “Por que na conta de multiplicar devo pular uma casa para a esquerda?”. Convém observar que alguns porquês podem ser classificados em mais de uma categoria, pois elas não são disjuntas, o que mostra a riqueza da diversificação dos porquês.

6- Respostas aos porquês

Nos diálogos cotidianos entre quaisquer pessoas, geralmente as respostas se apoiam em memorização ou conhecimento específico determinado pela pergunta. No caso do ensino da Matemática, o professor deve ainda atender a uma terceira exigência: a de saber ensinar, o que vai muito além do simples responder.

Além disso, é preciso lembrar que a cada porquê podem corresponder várias respostas. Isso parece paradoxal, tendo em vista que a Matemática é tida popularmente como ciência exata. Mas a multiplicidade de respostas pode ser decorrente das diferentes concepções que professores possuem sobre Matemática ou sobre Educação Matemática; assim, respostas a uma mesma pergunta podem ser baseadas em aritmética, álgebra ou geometria; em intuição ou dedução; em números, medidas ou figuras; em redescoberta ou memorização; em manipulação de objetos físicos ou observação de imagens, entre outras preferências.

ISBN 978-84-945722-3-4

E, para responder aos porquês, faz-se necessário considerar:

6.1- Conhecimento do conteúdo matemático a que se refere a pergunta, em especial o conhecimento de conceitos. Para ilustrar a importância que os conceitos possuem no ensino de Matemática, vamos escolher o tema “frações ordinárias”. Seu ensino tem enfatizado o uso correto das regras operacionais e tem dedicado menos atenção ao conceito (divisão integral do todo e em partes iguais). Mas a não observância do conceito de fração pode gerar uma situação paradoxal, fato bem explorado por Malba Tahan em seu livro de sucesso internacional *O homem que calculava*, no capítulo primeiro, em que 35 camelos devem ser distribuídos entre três herdeiros, tal que um receba $\frac{1}{2}$, outro $\frac{1}{3}$ e outro $\frac{1}{9}$ da herança, que significam $17\frac{1}{2}$, $11\frac{2}{3}$ e $3\frac{8}{9}$ camelos. Devido aos herdeiros não concordarem com a perda das frações (partes) de camelos, o “homem que calculava” acrescentou um camelo seu aos 35 e, com 36 no total, os herdeiros concordaram em receber 18, 12 e 4 camelos. Assim resolvido, sobraram 2 camelos para o “homem que calculava”, pois 18 + 12 + 4 = 34. Nesse caso, o todo não foi integralmente dividido, pois $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$ não resultam em um inteiro, e daí o paradoxo final. Além disso, o termo “fração” possui, na linguagem popular, a conotação de pedaço, de parte qualquer, enquanto o conceito matemático de fração exige que o inteiro ou total seja dividido em partes iguais.

A falta de atenção com conceitos pode produzir enganos, como:

- ✓ Frações ordinárias representam números menores que 1.
- ✓ Os números primos são ímpares.
- ✓ Os segmentos de medidas 5 cm, 7 cm e 15 cm podem formar um triângulo escaleno e 5 cm, 5 cm e 5 cm podem formar um triângulo equilátero.
- ✓ Os quadriláteros de quatro lados iguais se chamam quadrados.

6.2- Análise da pergunta

Por mais simples que seja, ela pode ter ou representar diferentes significados dados pelos alunos. É o caso da pergunta: *“Por que π vale 3,14?”*. O aluno pode ter em mente: Por que π vale esse valor? π é um número decimal exato? Quem descobriu o π e como fez para calculá-lo? Por que tenho que saber que π = 3,14? Por que π é constante para todas as circunferências, se elas variam de tamanho?”.Portanto, um mesmo porquê pode merecer diferentes respostas, o que reforça a necessidade de análise da pergunta.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

6.3- Adequação da resposta ao nível de desenvolvimento dos alunos

Este item merece uma atenção especial do professor, pois alunos em diferentes níveis de desenvolvimento necessitam de diferentes modos de ensino. Tomemos como exemplo a pergunta: “Por que a soma dos três ângulos do triângulo dá 180 graus?”:

a) se o aluno estiver no primeiro nível de pensamento geométrico, conforme Van Hiele (1986), essa indagação poderá ser respondida por meio de manipulação de uma figura de forma triangular dobrável, tal que o aluno visualize a justaposição dos três ângulos formando um ângulo de 180 graus, conforme as Figuras 1 e 2 mostram:

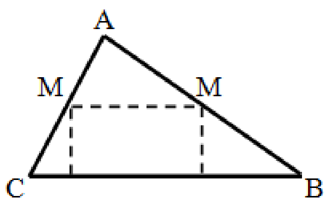

Figura 1

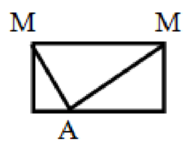

Figura 2

b) para outros alunos, a questão parece estranha, pelo fato de a soma dos ângulos se manter constante (180 graus), apesar da variação dos ângulos. As Figuras 3 e 4 podem auxiliá-los na percepção de que o aumento de um ângulo causa a diminuição dos outros:

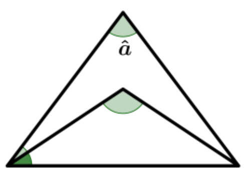

Figura 3

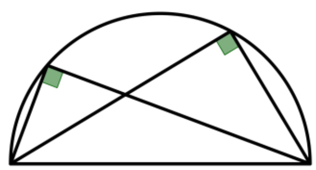

Figura 4

c) e para outros alunos, ainda, a resposta está na demonstração lógica apoiada no paralelismo de uma reta ***a*** à base do triângulo, conforme a Figura 5:

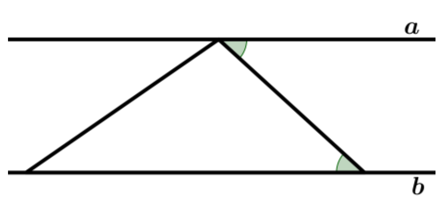

Figura 5

6.4- Surpresas são possíveis

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

É importante observar que os alunos podem descobrir respostas válidas e diferentes das esperadas pelo professor. Por exemplo, foi o que ocorreu durante o estudo cujo objetivo era trabalhar a soma dos ângulos do triângulo, mas, diante das Figuras 1 e 2, alguns alunos inesperadamente concluíram que:

- ✓ o triângulo pode ser transformado em dois retângulos;
- ✓ o triângulo pode ser decomposto em três triângulos e um retângulo;
- ✓ qualquer triângulo pode ser decomposto em quatro triângulos semelhantes;
- ✓ a área do triângulo é o dobro da área de um retângulo;
- ✓ se os ângulos dos triângulos somam 180º, então a soma dos ângulos dos quadriláteros é sempre 360 graus;
- ✓ para calcular a soma dos ângulos internos de qualquer polígono, é só subdividi-lo em triângulos (cuidado!). Baseados nesta informação, alguns alunos propuseram a seguinte questão: *"A soma dos ângulos internos do pentágono é 3 vezes 180 ou 5 vezes 180 graus?"* (Figuras 6 e 7)

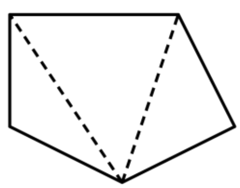
Figura 6

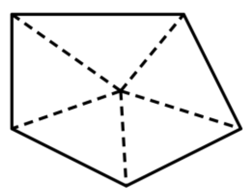
Figura 7

Para finalizar

Os porquês são fundamentais no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, tanto para o professor como para o aluno, e por isso devem estar presentes nos cursos de formação docente, tanto inicial (licenciatura) como contínua (em exercício); nas Propostas Curriculares oficiais; nos livros didáticos; e nas salas de aula. Os porquês podem transformar fracassos em sucessos.

Referências bibliográficas

Ausubel, D. P. (2003, janeiro). *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva* (Lígia Teopisto, trad., ISBN 972-707-364-6). Lisboa, PT: Plátano Edições Técnicas.

Lorenzato, S. (1993, março). Os "porquês" matemáticos dos alunos e as respostas dos

ISBN 978-84-945722-3-4

professores. *Pro-Posições*, *4*(1[10]), 73-77. ISSN 0103-7307.

Moriel Junior, J. G., & Wielewski, G. D. (2013, setembro/dezembro). Porquês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. *Revista de Educação Pública*, *22*(51), 975-998. ISSN 2238-2097. http://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/1266/1018/Consultado 15/01/2017.

Tahan, M. (1958). *O homem que calculava* (18a ed.). Rio de Janeiro: Conquista.

Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. New York: Academic Press.

Anexo 1

Teste para professores sobre porquês matemáticos

Que resposta você daria para seus alunos às seguintes questões?

1- Por que para fazer a conta 23 × 31 devo pular casas para a esquerda?

2- Por que o “0” é chamado zero?

3- Por que o “5” é dessa forma?

4- Por que o mínimo múltiplo comum é sempre maior ou igual ao máximo divisor comum de dois números?

5- Por que não posso dividir um número por zero?

6- Por que para dividir frações devo multiplicar a primeira pela segunda invertida?

7- Por que a área do losango é calculada pela fórmula (D × d) ÷ 2?

8- Por que π é igual a 3,14?

9- Por que o cálculo da raiz quadrada de um número deve ser feito da maneira que está escrita nos livros?

10- Por que um número negativo vezes um número negativo dá um número positivo?

11- Por que $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ não é $\sqrt{a+b}$?

12- Por que $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$, mas $\sqrt{2} + \sqrt{2} \neq 4$?

ISBN 978-84-945722-3-4