SITUAÇÕES-PROBLEMA DAS ESTRUTURA MULTIPLICATIVA SOB A ÓTICA DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Sandra Magina - Vera Lúcia Merlini - Eurivalda Santana
sandramagina@gmail.com - vera.merlini@gmail.com - eurivalda@hotmail.com
UESC e PUC/SP – Brasil, UESC – Brasil, UESC – Brasil.

Tema IV.3 – Prática professional do professor de Matemática
Modalidade: Comunicação Breve
Nivel educativo: Ensino Médio (11-17 anos)
Palavras-chave: Campo Conceitual Multiplicativo, Prática docente, Estudo diagnóstico.

Resumo

Este artigo analisa situações-problema do Campo Multiplicativo elaborados por professores que ensinam Matemática. Foi pedido que 39 professores elaborassem individualmente seis situações-problema envolvendo as operações de multiplicação e/ou divisão. Esses professores foram divididos em dois grupos: G1, composto por 23 professores que, embora ensinassem Matemática para os ensinos Fundamental e/ou Médio, cursavam a Licenciatura em Matemática, no âmbito do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR). O G2 foi composto por 16 professores formados em Matemática e atuando nos mesmos níveis de Ensino. O aporte teórico do estudo foi a Teoria dos Campos Conceituais. O artigo apresenta um esquema classificatório das situações-problema pertencentes à estrutura multiplicativa, elaborado por Magina e cols a partir da releitura de Vergnaud. Os resultados apontam que ambos os grupos, apresentam visão estreita desse Campo Conceitual, já que a maioria das situações-problema elaboradas é do eixo proporções simples, na classe "um para muitos".

Introdução

Podemos entender a escola como o contexto, por excelência, do saber. É nele que se dá a busca e trocas de conhecimento. É na escola que formamos nossos primeiros conceitos científicos e nela, em anos posteriores, aprofundamo-los esses mesmos conceitos. Por fim, é na escola que, ao longo dos anos, adquirimos competência para utilizar apropriadamente esses conceitos.

Entretanto, sabemos que esse conhecimento não se constitui isolado, ao contrário, ele vem atrelado a vários outros fatores, tais como a formação do professor, suas crenças, competências e concepções. Por exemplo, alguns professores acham que a Matemática é uma verdade pronta e acaba, a qual espera pelo homem para ser descoberta; outros defendem que a Matemática pode ser totalmente reinventada pelos alunos, a partir da relação estabelecida entre professor e alunos, os meios físico e social (tal qual usado por Piaget, 1998), nos quais se encontram inseridos esses alunos e professores.

Todos esses fatores (e vários outros) podem ser objetos de estudo da Educação Matemática, uma vez que o ensino da Matemática, enquanto atividade humana, acontece em uma certa sociedade, dentro de uma instituição e numa sala de aula específica, tendo o professor objetivos e metas próprias. Vergnaud (1994) explica que esses fatores acima levantando que:

> *não modificam a natureza do conhecimento matemático por si, mas têm fortes implicações na maneira como os professores veem o ensino da matemática e a própria Matemática. As representações matemáticas dos estudantes não apenas diferem das de seus professores, bem como as representações entre os professores variam bastante, de acordo com suas visões da Matemática, da Psicologia e da sociedade* (p.45).

Essas implicações apontadas por Vergnaud nos chamam atenção para a necessidade de realizar pesquisas identificando as concepções dos professores que ensinam Matemática. Como nosso interesse científico tem residido nas estruturas multiplicativas, a partir da ótica da teoria dos campos conceituais, apresentaremos a seguir uma síntese dessa teoria e, na sequência, uma classificação para problemas pertencentes às estruturas multiplicativas. Essa classificação é fruto de uma releitura feita por Magina, Santos e Merlini (2012) a cerca das ideias de Vergnaud (1988, 1994).

A teoria dos campos conceituais

A teoria dos campos conceituais (TCC) ,elaborada por Vergnaud (1988, 1994), oferece elementos para a análise das competências e dificuldades dos alunos e constitui uma ferramenta poderosa para a construção de diagnóstico dos alunos, a partir da análise das estratégias adotadas por esses alunos diante de situações-problema. Isto porque ela apresenta um quadro coerente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas.

Um campo conceitual pode ser definido como um conjunto de problemas ou situações cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros (Vergnaud, 1983; 1988; 1994, 2009).

Na ótica dessa teoria, o aluno se apropria do conhecimento a partir de sua interação com situações já conhecidas. O conhecimento, portanto, tem características locais. Consequentemente, todos os conceitos têm um domínio de validade restrito, o qual varia de acordo com a experiência e com o desenvolvimento cognitivo do sujeito. O caso da multiplicação e divisão são exemplos de conceitos onde não faz sentido estudá-los isoladamente, mas sim dentro de um campo conceitual, o das Estruturas Multiplicativas.

As estruturas multiplicativas

Podemos nos referir ao Campo Conceitual Multiplicativo, ou simplesmente estruturas multiplicativas, como sendo um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros. Entre os conceitos podemos destacar: as funções linear e não-linear, o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e a divisão.

A partir dos últimos resultados de pesquisa, Magina, Santos e Merlini (2010, 2012) complementaram a lista dos conceitos envolvidos nesse campo, identificando a razão, 4ª proporcional, combinação, relação um para muitos, divisão como partição, divisão como cota, entre outros, considerando que eles podem ser trabalhados dentro de situações de proporcionalidade simples, comparação multiplicativa, produto cartesiano, e pode, ainda, haver misturas entre essas situações, gerando problemas bi-lineares e de proporção múltiplas. Tendo em vista a grande variedade de conceitos envolvidos nesse campo conceitual, ele faz parte de um conhecimento que o estudante adquirirá a médio e longo prazo, devendo, por isso, ser trabalhado ao longo de todos os anos do Ensino Fundamental.

Magina, Santos e Merlini (2010), ao fazerem uma releitura sobre a classificação de problemas multiplicativos proposta por Vergnaud (1983, 1988, 1994) elaboraram um esquema, o qual é apresentado no quadro 1. O esquema classifica os problemas multiplicativos em dois tipos: relações quaternárias e relações ternárias. Cada uma dessas relações, por sua vez, é constituída por dois eixos. Os eixos pertencentes às relações quaternárias dividem-se em duas classes: um para muitos e muitos para muitos. Os eixos das relações ternárias encontram-se assim divididos: para o eixo comparação multiplicativa tem-se as classes: relação desconhecida e referido desconhecido; o eixo produto de medida tem as classes: configuração retangular e combinatória. Todas as classes podem usar quantidades do tipo discreta ou contínua, exceto a classe configuração retangular (apenas quantidade contínua) e combinatória (apenas quantidade discreta).

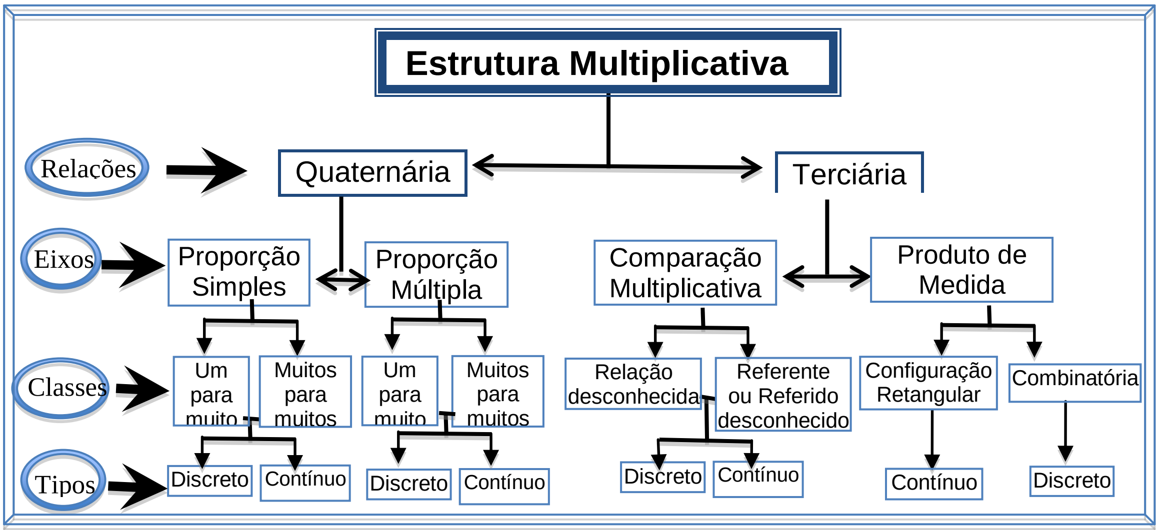

Figura 1 – Esquema para o Campo Conceitual Multiplicativo baseado no esquema elaborado por Magina, Santos e Merlini (submetido) baseado em Magina e Col. 2010

No que tange às relações, elas são quaternárias quando o problema oferece três elementos e pergunta pelo quarto, já as relações ternárias, apenas dois elementos são enunciados e se pergunta pelo terceiro.

Após a apresentação resumida da diferença entre as relações terciária e quaternária, descreveremos, na sequência cada um dos eixos que compõe essas relações.

Eixo 1 – Proporção simples: pertencente a relação quaternária, a proporção simples envolve uma relação entre quatro quantidades, sendo duas de um tipo e as outras duas de outro tipo ou, ainda, uma simples proporção direta entre duas variáveis do tipo: pessoas e objetos, bens e custos, tempo e distância, entre outras. O eixo divide-se em duas classes de situações: a correspondência um para muitos e a correspondência muitos para muitos.

<u>Classe 1: Correspondência um para muitos</u> – acontece quando a relação entre as variáveis está explicita (*um para quatro*, como pode ser observado no exemplo a seguir).

Exemplo: Uma bicicleta tem duas rodas. Quantas rodas tem cinco bicicletas?

<u>Classe 2: Correspondência muitos para muitos</u> – Esta classe pode envolver duas situações: na primeira é possível chegar à relação um para muitos (exemplo: 4 bicicleta tem 8 rodas, quantas rodas tem 6 bicicletas?); Já na segunda situação não é possível se obter a relação um para muitos (exemplo: *na compra de 5 pacotes de leite em pó, o supermercado Bem Amigo dá 2 caramelos de brinde. Se Ana comprar 15 bombons quantos caramelos ela ganhará?).*

Os dois exemplos acima envolveram apenas o tipo quantidades discretas. Mas há, ainda, uma variedade de problemas que poderiam ser formulados explorando as quantidades contínuas.

Eixo 2 – Proporções múltiplas: Trata-se de problemas com várias proporções. Assim, ela envolve pelo menos duas proporções simples. O eixo refere-se às situações que envolvem uma relação quaternária entre mais de duas variáveis relacionadas duas a duas. Por exemplo: pessoas, litros de água e dias. Esse eixo também se divide em duas classes: a correspondência um para muitos e a correspondência muitos para muitos.

Classe 1: Correspondência um para muitos – Uma pessoa costuma beber em média 3 litros de água em dois dias. Qual é o consumo semanal (7 dias) de uma família com 4 pessoas?

Classe 2: Correspondência muitos para muitos Um grupo de 50 escoteiros vai passar 15 dias no campo. Eles querem comprar a quantidade de açúcar suficiente para suprir a todos. Eles sabem que a média de consumo por semana para 10 pessoas é de 3Kg. Quantos quilos de açúcar elas precisam comprar?

Eixo 3 – Comparação multiplicativa: As situações que fazem parte desse eixo envolvem a comparação multiplicativa entre duas variáveis de mesma natureza. Já no início da escolarização, situações envolvendo a relação de dobro e de metade são exploradas e se configuram como protótipo dessa classe de situação, como por exemplo: *Ana e Paulo trabalham na mesma empresa. Paulo ganha a metade do salário de Ana. Se Paulo tem R$ 500,00, qual é o salário de Ana?* A seguir destacamos alguns exemplos:

Classe 1: Relação desconhecida - *Comprei uma corda por R$ 5,00 e um DVD por R$20,00. Quantas vezes a corda foi mais barata que o DVD***?**

Classe 2: Referido desconhecido - *A idade de Luiz é 5 vezes menor que a idade do seu pai. Luiz tem 6 anos. Qual é a idade do seu pai?*

Eixo 4 – Produto de medidas: Esse eixo é constituído por duas classes (a) situações envolvendo a ideia de configuração retangular, (b) situações envolvendo a ideia de combinatória.

Classe 1: Configuração retangular – Envolvem situações em que as variáveis representam certas medidas dispostas na horizontal e na vertical, de forma retangular.

Exemplo: Qual a área de um terreno de formato retangular, que tem 12 metros de frente e 30 metros de comprimento?

Classe 2: Combinatória – a ideia presente nessa classe remete á noção do produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos ($A \cap B = \varnothing$).

Exemplo: *Numa festa há quatro meninas e três meninos. Cada menino quer dançar com cada uma das meninas, e cada menina também quer dançar com cada um dos meninos. Quantos pares diferentes de menino-menina são possíveis de serem formados?*

Apresentaremos a seguir o estudo realizado e, na sequência os resultados obtidos a partir dele.

O Estudo

Consistiu de um estudo descritivo realizado com 39 professores, os quais foram divididos em dois grupos: G1, composto por 23 professores que, embora ensinassem Matemática para os ensinos Fundamental e/ou Médio, cursavam a Licenciatura em Matemática, no âmbito do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR). O G2 foi composto por 16 professores formados em Matemática e atuando nos mesmos níveis de Ensino que os professores do G1.

Foi solicitado a esses professores para elaborar, individualmente e de forma espontânea, seis situações-problema de estrutura multiplicativa. Para tanto eles dispuseram de 60 minutos. Nosso objetivo foi investigar até onde eles avançam em relação ao campo conceitual multiplicativo, considerando a classificação de problemas anteriormente apresentado no quadro 1.

.

Resultados

O primeiro dado que nos chama a atenção é que os comportamentos dos grupos foram muito próximos um do outro. Nessa direção, mais de 50% dos problemas elaborados encontra-se inserida na classe um para muitos, do eixo proporção simples, dentro da relação quaternária. O gráfico 1 apresenta o resultado geral dos dois grupos:

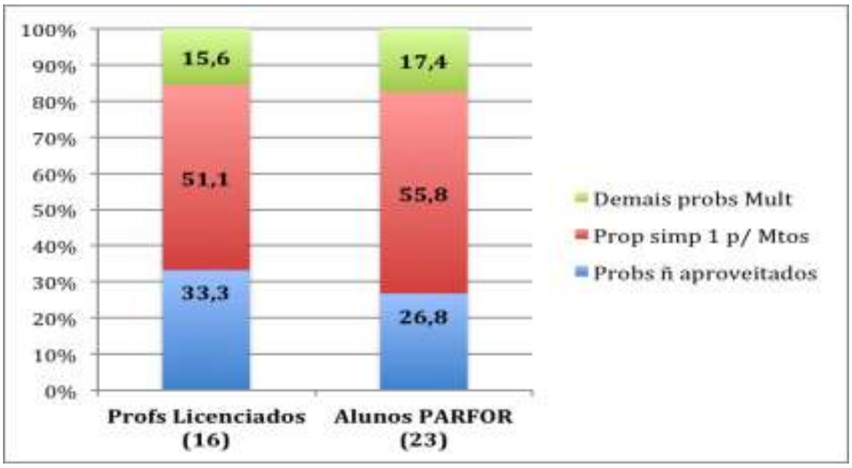

Gráfico 1: resultado geral dos dois grupos de professores, G1 e G2

Considerando apenas os problemas de proporção simples, os dois grupos apresentaram, novamente, a mesma tendência, ambos elaboraram maior números de problemas de multiplicação que divisão (59,7% entre G1 e 65,3% entre G2).

Por fim, considerando os problemas não aproveitados para a nossa análise sobre as concepções dos professores, eles foram assim classificados:

Tabela 1: classificação dos problemas não aproveitados do G1 e do G2

	Em branco	**Algoritmo**	**Ñ multiplicação**	**Indeterminado**
Profs Licenciados **(G1 – 16)**	0	6	5	26
Alunos PARFOR **(G2 – 23)**	10	3	11	8

Nota-se que enquanto entre os sujeitos do G1 houve um grande número de problemas indeterminados, aqueles cujos os dados oferecidos no problema não permitia sua resolução (ex: NA FAZENDA DO SR. JOÃO TINHAM 82 ANIMAIS. QUANTAS PATAS DE ANIMAIS TINHAM NESSA FAZENDA?), no G2 os comportamentos mais comuns foram o de não elaborar os seis problemas solicitados ou o de elabora problemas que não pertenciam ao campo conceitual multiplicativo (de um modo geral eram problemas pertencentes às estruturas aditivas).

Conclusão

Os dados revelaram que, apesar dos dois grupos pesquisados terem tido êxito na elaboração da maioria das situações elaboradas, tanto do ponto de vista conceitual, como do ponto de vista da adequação das situações dentro do Campo Conceitual Multiplicativo, a distribuição das situações estava longe de ser equitativa com relação a classificação apresentada no quadro. Houve uma clara tendência dos professores em elaborar situações envolvendo a ideia de proporcionalidade - correspondência um para muitos.

Por fim, fica evidente a pouca preocupação (ou competência) desses professores com a construção de situações-problema, permitindo que nos questionemos sobre a concepção que tais professores têm sobre o que vem a ser, de fato, uma situação-problema e, mais grave, quando essa pertence ao campo multiplicativo.

Esses fatos todos mencionados acima apontam para a necessidade de se pensar em um ambiente de formação continuada para esses professores, a qual leve em consideração as suas experiências, mas também que lhes ofereça um quadro teórico que justifique a essencialidade de se trabalhar com uma gama diversificada de situações; uma formação em que seja discutida a importância da expansão do campo conceitual multiplicativo e da consciência de que tal se dá a médio e longo prazo.

Referências

Magina, S., Santos, A. & Merlini, V. (2010). Quando e Como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental? Contribuição para o debate. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana* (EM TEIA), v. 1, p.p 1-23.

_______ (2012). A estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In *3o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, v. 1. pp. 1-12.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1998). *A Psicologia da Criança.* 15ª edição. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil.

Vergnaud, G. (1983) *Multiplicative structures.* In Lesh R. & M. Landau *(Eds.).* Acquisitions of mathematics concepts and procedures, pp.127-174. New York: Academic Press,

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In. Hiebert, H. & Behr, M. (Ed.). *Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, p. 141-161. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

_______ (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press, p. 41-59.

______ (1996). A Teoria dos Campos Conceituais. In Brun, J. (Ed.) *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget.

______ (2009). *A criança, a Matemática e a Realidade: problemas do ensino da matemáticana escolar elementar*; trad. Maria Lucia Moro. Curitiba: UFPR ed.