

O CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O PROGNÓSTICO DOS PROFESSORES E O DESEMPENHO DOS ESTUDANTES.

Aparecido dos Santos - Sandra Magina - Vera Merlini
cido10@uol.com.br - sandra.magina@gmail.com - vera.merlini@gmail.com;
UNINOVE – Brasil, UESC e PUC/SP – Brasil, UESC – Brasil

Tema: Processos Psicológicos implicados no Ensino e na Aprendizagem da Matemática.
Modalidade: CB
Nível Educativo: Primária (6 a 11 anos)
Palavras-chave: Prognóstico, Estrutura Multiplicativa Ensino fundamental.

Resumo

O objetivo do estudo é apresentar uma análise comparativa entre os prognósticos das professoras o desempenho dos estudantes em relação a 13 situações do Campo Conceitual Estruturas Multiplicativas Vergnaud (1983; 1988) e Magina et. al. (2008). Inspirados nos estudos realizados por Magina et.al. (2004), foram definidos quatro níveis de prognósticos (Acurado, Razoavelmente acurado, Pouco acurado e Longe do real). Os resultados apontam, de maneira geral, que há uma tendência das professoras dos 2º e 3º anos em subestimarem o desempenho dos estudantes e as professoras dos 4º e 5º anos a tendência foi a superestimar o desempenho.

Introdução

No Brasil, situações envolvendo o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas são trabalhadas em sala de aula, geralmente, no final do 3º ano do Ensino Fundamental, momento em que, normalmente, se exploram situações contemplando as continuidades entre o raciocínio aditivo e multiplicativo, nas quais a operação de multiplicação é vista como um procedimento mais rápido e econômico fazer adições com parcelas repetidas.

Nos anos subsequentes, o trabalho com o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, centra-se o ensino nas tabelas de multiplicar (tabuada) e no manejo dos algoritmos, convertendo assim a memorização das multiplicações básicas em um dos objetivos centrais do ensino da Matemática no Ensino Fundamental. Em outras palavras, parece haver uma forte crença que para o domínio conceitual das operações de multiplicação e divisão, basta o estudante dominar a tabuada e alguns procedimentos de cálculo para obter sucesso na resolução de diversas situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

Em contraposição a essa ideia, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), por sua vez, apontam para a necessidade de se realizar um trabalho ancorado na resolução de problema, o que irá requerer uma ação docente que atendam as seguintes características:

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema; o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros; o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (1997, p. 43).

Apontando na mesma direção, estão as ideias teóricas Vergnaud (1998), que postulam ser necessário um trabalho consistente com um conjunto de situações que progressivamente irão dar sentido ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas e por extensão irão conferir significados para os conceitos de multiplicação e divisão.

Nessa perspectiva, os professores são mediadores. Sua tarefa é a de ajudar os estudantes a desenvolverem seu repertório de esquemas e representações Vergnaud, (1988). Desenvolvendo novos esquemas, os estudantes tornam-se capazes de enfrentar situações cada vez mais complexas. Mas, novos esquemas não podem ser desenvolvidos sem novos invariantes, pois são eles os responsáveis por conferir à representação o seu caráter operatório.

Vergnaud (1983) chama de “ilusão pedagógica” a atitude dos professores que creem que o ensino da Matemática consiste na apresentação organizada, clara, rigorosa, baseada nas teorias formais e que, quando isso é bem feito, os estudantes aprendem. É possível que essa ilusão perdure fortemente nas aulas de Matemática da Educação Básica, apesar de um grande número de pesquisas apontarem em direção diametralmente oposta.

Nesse sentido, cabe ao professor organizar um conjunto de situações e realizar experimentações com elas, tanto dentro de objetivos de curto prazo, permitindo que os estudantes desenvolvam competências e concepções para uso imediato, quanto na perspectiva de longo prazo, oferecendo-lhes uma base para os conceitos que serão essenciais anos mais tarde.

Diante do exposto, caberia uma indagação: quais são as expectativas (prognósticos) dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao desempenho dos estudantes ao se depararem com situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas? É a procura de respostas a essa indagação que nos motiva empreender esforços para o desenvolvimento desse estudo. Sendo assim, o objetivo do presente artigo é o de apresentar uma análise comparativa entre os prognósticos e as justificativas dos professores e o desempenho dos estudantes em relação a situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas: questões conceituais, didáticas e cognitivas.

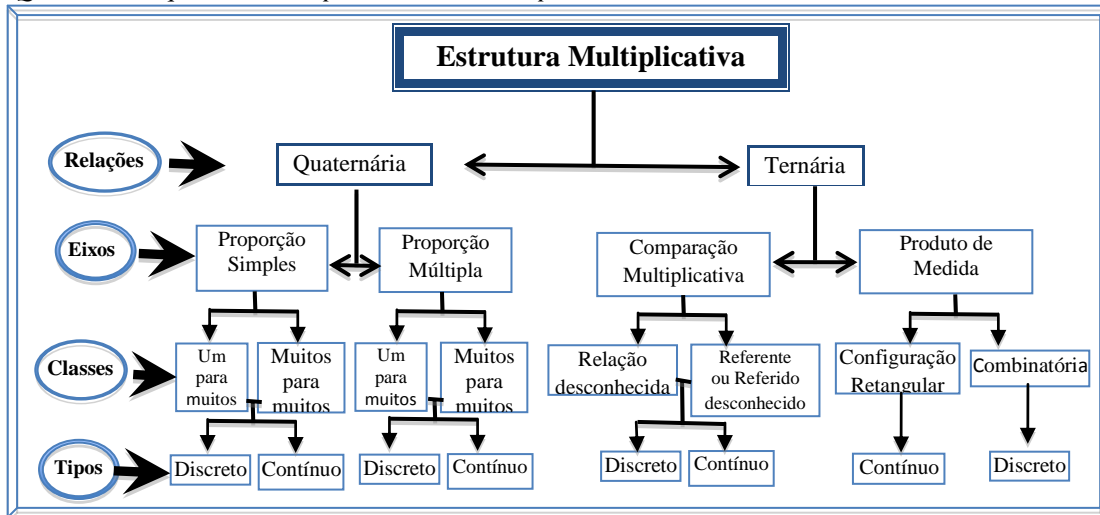
Podemos nos referir ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas como sendo um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros. Assim, o Campo Conceitual Multiplicativo pode ser definido como um conjunto de situações, cujo domínio requer uma operação de divisão ou de multiplicação, ou ainda, a combinação entre elas.

Considerando essa perspectiva e à luz da teoria vergnaudiana, é possível elaborar um esquema síntese coma as ideias centrais desse campo. Acreditamos que o esquema, apresentado no quadro 1, não só sintetiza os diferentes conjuntos de situações desse campo, como também pode contribuir com o trabalho desse campo em sala de aula.

Essa nossa crença se justifica pelo fato de que as ideias teóricas formuladas e difundidas na academia, nem sempre chegam às salas de aula de Educação Básica. A nosso ver, isso demanda um detalhamento e uma releitura dessas ideias, se o que queremos, na verdade, é que elas sejam compreendidas e incorporadas pelo professor no seu trabalho sistemático em sala de aula.

O esquema apresentado no quadro 1 está dividido em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias Vergnaud (1988). A primeira parte, por sua vez, é constituída por dois eixos: proporção simples e proporção múltipla, e a segunda também é formada por dois eixos: o da comparação multiplicativa e o do produto de medidas. Cada eixo encontra-se subdividido em duas partes, perfazendo um total de oito classes com dois tipos de quantidades cada uma: as quantidades discretas e não discretas. Exceção feita apenas à combinatória, pois esta classe só contempla situações com quantidades discretas. Ressalta-se que para efeito desse estudo trabalharemos com os eixos de proporção simples (eixo 1), comparação multiplicativa (eixo 3) e produto de medidas (eixo 4).

Quadro 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo¹



De todo modo, é importante ressaltar que vários tipos de conceitos matemáticos estão envolvidos nas situações que constituem esse campo, e no pensamento necessário para dominar tais situações. Entre eles estão o de função linear, n-linear; espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, taxa, número racional, multiplicação e divisão.

No que diz respeito à multiplicação e à divisão, é possível encontrar, na literatura, diversos estudos, dentre os quais podemos destacar os de Piaget (1975) e os de Nunes (1997), que afirmam que crianças a partir dos seis anos de idade já são capazes de resolver, de modo prático, algumas situações envolvendo as noções de multiplicação e divisão. Da mesma forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997), recomendam que situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas sejam exploradas a partir dos primeiros anos de escolaridade. Contudo, essas recomendações parecem que não são levadas em consideração no desenvolvimento do currículo na escola, pois o que se tem observado é que o ensino desse campo, geralmente, se dá a partir da 4º ano do Ensino Fundamental.

Pode-se apontar, pelo menos, uma razão para esse fato e os seus desdobramentos. Ela pode estar relacionada com a própria concepção de currículo que norteia a ação pedagógica do professor, qual seja: a ideia de que o currículo é uma sequência lógica de conteúdos: primeiro se aprende a adição, depois a subtração e, em seguida, a multiplicação e a divisão. Sob essa ótica, a introdução da operação multiplicação passa, inicialmente, por meio da noção de que multiplicar é adicionar parcelas repetidas e, por isso só pode ser ensinada após o trabalho com adição. Na sequência, aumenta-se a

¹ Esquema elaborado por Magina, Santos e Merlini (2010) ajustado em 2012 por Magina e col.

quantidade de parcelas para justificar não mais repeti-las e sim multiplicar um dado valor por esse número de parcelas e, por fim, aumenta-se consideravelmente a magnitude de um dos fatores envolvidos para algoritmizar a operação de multiplicação. Gostaríamos de salientar que não somos contrários à introdução da multiplicação por meio de adição de parcelas iguais, pois este procedimento aponta a continuidade entre a adição e essa operação. Nossa questão reside na reflexão sobre os desdobramentos desse procedimento didático, sob o viés de três pontos de vista: didático, conceitual e cognitivo (Santos, 2012).

Metodologia

O estudo apoiou-se nos princípios da pesquisa descritiva, na qual o pesquisador tem por objetivo conhecer e interpretar determinados fenômenos ligados à realidade sem nela interferir para modificá-la Rudio (2010). Dessa forma, os dados foram coletados em uma escola pública do município de São Paulo a partir dos prognósticos emitidos por 14 professoras (quatro do 2º ano – G1; três do 3º ano – G2, três de 4º ano – G3 e quatro do 5º ano – G4) e da resolução apresentada por 349 estudantes (80 estudantes do 2º ano, 86 do 3º, 94 do 4º e 89 do 5º ano) do Ensino Fundamental em relação a 13 situações envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo: oito situações envolvendo a ideia de proporção simples (eixo 1); três envolvendo a ideia de comparação multiplicativa (eixo 3); e duas situações envolvendo a ideia de produto de medidas (eixo 4). Para proceder à análise comparativa, entre o desempenho dos estudantes e os prognósticos emitidos pelas professoras, estabelecemos critérios quantitativos e qualitativos. Assim, inspirados nos estudos de Magina et.al (2004), foram definidos quatro níveis de prognósticos, que retratam a diferença entre os prognósticos feitos pelas professoras e desempenho dos estudantes.

Tabela 1: Níveis de prognóstico

Níveis	Diferença em pontos percentuais
Acurado	Diferença < 6
Razoavelmente Acurado	$6 \leq \text{diferença} < 12$
Pouco acurado	$12 \leq \text{diferença} < 18$
Longe do real	Diferença ≥ 18

Salienta-se que com relação ao desempenho dos estudantes foram analisados 4537 itens (produto entre a resposta dada por 349 estudantes às 13 situações). No que diz respeito aos prognósticos e às justificativas emitidos pelas professoras serão analisados 182 itens (produto entre os prognósticos das 14 professoras e as 13 situações).

Apresentação e análise dos resultados

Os resultados serão apresentados e discutidos levando em consideração dois pontos de vista de análise em cada eixo: distribuição percentual de prognósticos por níveis e distribuição percentual das justificativas para explicitar as possíveis dificuldades dos estudantes. A tabela 2 apresenta o primeiro ponto de vista de análise.

Tabela 2: Distribuição percentual do total de prognósticos por nível em cada eixo

Níveis de prognósticos	Eixo 1(%)	Eixo 3 (%)	Eixo 4 (%)
Acurado (AC)	23 de 98 (23,5%)	15 de 42 (36%)	5 de 42 (12%)
Razoavelmente acurado (RA)	6 de 98 (6%)	3 de 42 (7%)	9 de 42 (21,5%)
Pouco Acurado (PA)	12 de 98 (12%)	6 de 42 (14%)	7 de 42 (16,5%)
Longe do Real (LR)	57 de 98 (58,5%)	18 de 42 (43%)	21 de 42 (50%)

Os dados da tabela 2 nos permitem observar que os prognósticos foram classificados, majoritariamente, longe do real seguido do acurado. Em uma análise mais detalhada dos dados, levando em consideração os prognósticos emitidos por cada grupo de professoras (G1, G2, G3 e G4), foi possível constatar que, de uma maneira geral, houve uma tendência de as professoras dos grupos G1 e G2 subestimarem o desempenho dos seus estudantes, enquanto entre as professoras do G3 e G4 a tendência foi em superestimar o desempenho dos seus estudantes. Essa tendência fez com que as professoras emitissem os seus prognósticos como pouco acurados (PA) ou longe do real (LR); dos 182 prognósticos possíveis, 121 (66,5%) foram classificados nesses níveis.

No que alude aos prognósticos dos grupos G1 e G2, denotam que as professoras têm uma expectativa aquém da competência dos seus estudantes e corrobora o fato de que no segundo e terceiro anos do Ensino Fundamental contempla-se apenas o campo conceitual aditivo, do ponto de vista do desenvolvimento curricular. Em outras palavras, pelo fato de não trabalharem formalmente em seus respectivos anos, com situações do Campo das Estruturas Multiplicativas, acreditam que os estudantes não dispusessem de esquemas de ação, que não o algoritmo formal das operações de multiplicação e divisão, para resolver as situações propostas e sob esse prisma poderíamos compreender as suas predições.

No que concerne aos prognósticos das professoras dos grupos G3 e G4, podemos inferir que elas creditam o sucesso dos estudantes, dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, ao fato de já terem sido expostos formalmente aos conceitos da multiplicação e divisão. Fato que lhes permitiriam resolver sem dificuldades situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. Com relação ao segundo ponto de vista, as justificativas para explicar as possíveis dificuldades dos estudantes, na resolução das 13 situações do Campo Conceitual das estruturas Multiplicativas, identificamos quatro categorias, apresentadas na tabela 3.

Tabela 3: Distribuição percentual das justificativas por categorias em cada eixo

Categorias de justificativas	Eixo 1(%)	Eixo 3 (%)	Eixo 4 (%)
i. Dificuldade com a tabuada e o erro na operação	17 de 98 (17%)	4 de 42 (9%)	-----
ii. Leitura ou interpretação	47 de 98 (48%)	25 de 42 (60%)	24 de 42 (57%)
iii. Situações pouco ou nunca exploradas em sala de aula	24 de 98 (25%)	9 de 42 (22%)	18 de 42 (43%)
iv. Erro na escolha da operação adequada	10 de 98 (10%)	4 de 42 (9%)	-----

De um modo geral, é possível observar que a categoria leitura e interpretação foi uma argumentação recorrente em todos os grupos para justificar as possíveis dificuldades dos estudantes. Outra argumentação muito frequente entre as professoras do G1e G2, para justificar as possíveis dificuldades dos estudantes, está relacionada ao fato de que situações do Campo Conceitual Multiplicativo são poucas ou mesmo nunca trabalhadas em sala de aula. Em outras palavras, essa argumentação denota que o que não é ensinado, formalmente, dificilmente será apreendido pelo estudante. Já entre as professoras do G3 e do G4, além da leitura e interpretação, houve outra argumentação para explicar as possíveis dificuldades dos estudantes, qual seja: dificuldades com a tabuada e erro na operação.

Considerações finais

O objetivo do presente artigo foi de apresentar uma análise comparativa entre os prognósticos emitidos por um grupo de 14 professoras e o desempenho 349 estudantes na resolução de situações envolvendo o Campo Conceitual Estruturas Multiplicativas.

O estudo nos permitiu vislumbrar duas concepções diametralmente opostas, no que diz respeito aos prognósticos. A primeira se refere à concepção do grupo de professoras G1 e G2 que subestimaram o desempenho dos estudantes dos 2º e 3º anos do Ensino Fundamental, baseadas na crença de que eles não conseguiriam resolver as situações propostas pelo fato de não terem aprendido formalmente os conceitos de multiplicação e divisão. É razoável supor que esse tipo de concepção carrega fortes marcas do formalismo de um currículo linear, ou seja, os conceitos de multiplicação e divisão só poderão ser aprendidos pelos estudantes após o trabalho formal com situações do Campo Conceitual Aditivo e não considera outros tipos de esquemas de ação.

A segunda concepção se refere ao grupo de professoras G3 e G4, que em seus prognósticos superestimaram o desempenho dos estudantes. No bojo dessa concepção está a crença de que, pelo fato, dos estudantes nesse nível de escolaridade já terem sido expostos formalmente às operações de multiplicação e divisão e ancorados nos procedimentos de algoritmização dessas operações, em sua maioria, não teriam

dificuldades em lidar com situações envolvendo o conceito de multiplicação e divisão. Predição que não se confirmou.

Com relação a justificativas para explicar as possíveis dificuldades dos estudantes, na resolução das 13 situações propostas identificamos quatro categorias, a saber: (I) dificuldade com a tabuada e erro na operação; (II) leitura e interpretação; (III) situações pouco ou nunca exploradas em sala de aula e (IV) erro na escolha a operação adequada. Em face de tais constatações faz-se necessário romper com uma prática que parece estar cristalizada no ideário pedagógico das professoras dos primeiros anos do Ensino Fundamental, qual seja: o ensino e aprendizagem das operações de multiplicação e divisão só são possíveis se ancorado na memorização da tabuada, nos procedimentos e nos algoritmos. Nessa direção, o trabalho na perspectiva do Campo Conceitual Multiplicativo pode superar essa prática na medida em que possibilita o trabalho na sala de aula como um conjunto de situações, um conjunto de invariantes operatórios e um conjunto de representações.

Referências Bibliográficas

- Brasil. (1997) Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (Matemática), Brasília.
- Magina, S. et. al. (2004) Fraction: from the teacher's prognostics to the student's performances. In: 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen.
- Magina, S. et.al (2008). A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. *Bolema*, n. 31, p. 23-40.
- Nunes, T. et. al. (1997). Crianças fazendo matemática. Artmed Editora, Porto Alegre.
- Piaget, J.; Inhelder, B. (1975). The origin of the idea of chance in children. W.W. Norton & Company, New York.
- Rudio, F. V. (2010) Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica. Vozes, Petrópolis.
- Santos, A. (2012). Processos de formação colaborativa com foco no Campo Conceitual Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes. Tese de doutorado (Educação Matemática), Pontifícia Universidade de São Paulo. São Paulo.
- Vergnaud, G. (1983) Multiplicative structures. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). *Acquisitions of mathematics concepts and procedures* Academic Press, New York.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative Structures. In: HIEBERT, H. and BEHR, M. (ed.). *Research Agenda in Mathematics Education, Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum.