

# O USO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM EM UM PROCESSO DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS SOBRE TRIGONOMETRIA

Sérgio Carrazedo Dantas – Rejane Siqueira Julio sergio@maismatematica.com.br – resiju@gmail.com UNESPAR (Brasil) – UNIFAL-MG (Brasil)

Tema: V.4 - Materiales y Recursos Didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje de la

Matemática. Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras clave: produção de significados, Geogebra, objeto de aprendizagem, Modelo

dos Campos Semânticos

#### Resumen

Neste artigo apresentamos dois objetos de aprendizagem criados para trabalhar com noções trigonométricas e fazemos uma leitura, com base nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos (Lins, 1999), das produções de significados ocorridas durante a utilização desses objetos em uma sala de aula de Matemática do Ensino Médio. A partir disso, discutimos o papel do computador como um recurso didático com o objetivo de propiciar a construção de um espaço comunicativo, conforme definido por Lins (1999), em aulas de Matemática.

## Produção de significado e objetos de aprendizagem

O texto que apresentamos a seguir tem por objetivo promover uma discussão sobre produções de significados em situações em que objetos de aprendizagem são utilizados para explorar conteúdos de trigonometria. Quando falamos de produção de significado, estamos nos baseando no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), um modelo epistemológico que nos permite compreender alguns aspectos do processo de produção de significados em diversas áreas do conhecimento, cujas noções centrais são: significado, objeto e conhecimento. Significado é tudo o que se pode e efetivamente se diz de um objeto numa certa (dada) situação (Lins, 1997, 1999, 2004) e objeto é "algo a respeito de que se [diz] algo" (Lins, 2004, p. 114). Então, produzir significados é "falar a respeito de um objeto" (Lins, 1997, p.146). Parafraseando Lins (1999), quando alguém fala da relação entre a medida do raio do círculo com o comprimento da circunferência, esse alguém não está falando de todos os possíveis significados que se pode produzir para este objeto e sim do que, numa dada situação específica, se diz efetivamente. Conhecimento, no MCS, pode ser entendido como "uma crençaafirmação (enunciação de algo que se acredita ser correto) junto com uma justificação que torna legítimo enunciar aquela crença-afirmação" (Lins, 2002, p. 44).



A justificação "Não é justificativa. Não é explicação para o que eu digo. [...]" (Lins, 2012, p. 21), não vem antes nem depois, ela está junto, e seu papel não é explicar a crença-afirmação, mas sim tornar sua enunciação legítima (Lins, 2002, p.44)<sup>1</sup>.

Para falarmos de objetos de aprendizagem, nos inspiramos em Wiley (2000), no qual um objeto de aprendizagem consiste de "qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para suporte ao ensino" (Wiley, 2000).

Nessa definição há algumas características que merecem mais detalhes, quais sejam: recurso digital, reutilização e suporte ao ensino. Por recurso digital, entendemos um objeto computacional, um software ou um apllet. São considerados objetos de aprendizagem desde apresentações de slides a jogos implementados com recursos de computação gráfica. A reutilização diz respeito a possibilidade de um objeto de aprendizagem ser utilizado em diferentes contextos, bastando para isso a inserção de novos valores de entrada. Por exemplo, um objeto construído para analisar os efeitos dos coeficientes de uma função quadrática. Neste caso, a reutilização diz respeito a possibilidade de modificar tais coeficientes durante a realização de uma atividade exploratória sem que com isso haja a necessidade de reprogramar ou reestruturar partes do objeto.

Por último, a questão do "suporte ao ensino" consiste em sua utilização em situações didáticas como algo que tenha relação direta com o conteúdo em estudo e que possibilite a produção de significados de acordo com os objetivos da aula.

Tendo explicitado nossos pressupostos iniciais, passamos a discutir uma situação em que um professor de matemática, chamado por nós de João, constrói e explora dois objetos de aprendizagem em suas aulas.

#### Professor João e os objetos de aprendizagem

Em uma atividade de pesquisa em uma escola, conhecemos João, um professor de matemática que leciona a cerca de dez anos no Ensino Médio. Ele nos contou que durante uma especialização cursada por ele, conheceu alguns softwares destinados à exploração de conteúdos matemáticos. Como estava trabalhando com trigonometria e

Actas del VII CIBEM ISSN 2301-0797 6490

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Lins (2012) ainda diz que "[...] Ao produzir significado, minha enunciação é feita na direção de um interlocutor [que "é uma direção na qual se fala" (Lins, 2012, p. 19)] que, acredito, diria o que estou dizendo com a justificação que estou produzindo. Isto quer dizer que a legitimidade de minha enunciação não é função de algum critério lógico ou empírico que eu pusesse em jogo, e sim do fato de que acredito pertencer a algum espaço comunicativo. Eu já havia indicado que compartilhar um espaço comunicativo é compartilhar interlocutores e isto, junto com a elaboração que fiz da produção de significados na direção de interlocutores, garante que toda produção de significado é dialógica no sentido cognitivo." (Lins, 1999, p. 88)



percebeu que seus alunos não estavam produzindo significados na direção que almejava para certas noções trigonométricas, criou dois objetos de aprendizagem no GeoGebra (Anexo 1). Na aula em que utilizou os objetos de aprendizagem, João procedeu da seguinte forma: dividiu os alunos em duplas e orientou-os a registrarem suas observações em um primeiro momento e, posteriormente, apresentá-las para que ocorresse um debate em sala de aula. O profesor João nos permitiu usar trechos, transcritos por nós, desses debates para as dicussões deste artigo.

# Objeto de Aprendizagem 1 (OA1)

Para trabalhar com o OA1 (Anexo 1), o professor João solicitou aos alunos abrirem o arquivo do OA1 e movimentarem o ponto A ao longo do eixo-x e procedeu conforme descrito na seção anterior.

Professor: O que vocês registraram após explorarem o OA1?

A<sub>02</sub>: O círculo se desfaz quando arrastamos o ponto.

Professor: Como assim?

 $A_{02}$ : Antes de arrastar o ponto havia um círculo. Após arrastar o ponto até onde dava, o círculo se transformou em uma linha.

A<sub>01</sub>: Quando arrastamos o ponto A, a circunferência se transforma numa linha reta.

A<sub>03</sub>: A reta tem medida igual a do círculo.

Professor: Abram novamente o Objeto 1. Agora, vamos modificar os valores do raio... Deixem o raio em 1 e movam o ponto A sobre o eixo e observem o que acontece. Depois, em 1,5 e movam o ponto A... Depois, em 2 e vejam o que acontece...

A<sub>11</sub>: Cada vez que aumentamos o raio, maior fica o círculo e maior fica a reta.

 $A_{09}$ : Quando o raio é 2, a reta é igual a  $4\pi$ . Quando o raio é 3, a reta é igual a  $6\pi$ .

Professor: O que isso significa?

A<sub>05</sub>: Que o comprimento do círculo é o dobro do raio.

Professor:  $E o \pi$ ?

 $A_{05}$ : O comprimento do círculo é o dobro do raio e do  $\pi$ ?

 $A_{02}$ : A reta que é igual a circunferência tem comprimento igual a duas vezes o raio vezes o  $\pi$ ?

Após a pergunta feita pelo professor, os alunos fizeram algumas afirmações. Tais afirmações, dentro do MCS, são entendidas como crenças-afirmações que em conjunto com suas justificações produzem conhecimento.

É importante dizer que no MCS, toda produção de significados implica em produção de conhecimento e sempre há um sujeito do conhecimento e não do conhecer. Para ilustrar, nós temos que " $C=2\pi r$ ", isto é, o comprimento da circunferência é duas vezes o produto de pi  $(\pi)$  pelo raio da circunferência (r). " $C=2\pi r$ " é um texto, que no MCS pode ser entendido também como um objeto, um resíduo de enunciação para o qual alguém produza algum significado. Um estudante pode produzir significado para esse texto dizendo que ao mover o ponto A, do OA1, ao longo do eixo-x a circunferência se "transforma" em um segmento de comprimento igual ao contorno do círculo. Já um matemático pode aproximar o círculo a uma poligonal como forma de produção de



significado, recorrendo, dentre outras coisas, ao teorema de que toda sequência monótona limitada é convergente para justificar essa aproximação. O que o matemático faz/fala não significa que ele não possa usar o OA1 como forma de justificação, mas o modo como ele justifica depende de com quem ele estará falando. Isso nos mostra que conhecimentos distintos são produzidos para um mesmo texto, pois são postos em jogo modos de produção de significados legítimos e diferentes em cada caso.

Na enunciação de  $A_{02}$  aparece a expressão "o círculo se desfaz". Em sua justificação  $A_{02}$  menciona dois momentos, no primeiro havia um círculo e no segundo apenas uma linha. Não há como negar tal possibilidade e ela constitui uma forma legítima de falar sobre o que acontece ao mover o ponto A sobre o eixo-x.  $A_{01}$  complementa afirmando que houve uma transformação, ou seja, a circunferência "se transformou" em uma reta. O OA1 possibilita essa produção de significados, uma vez que, estabelece certa relação entre a curva e o segmento; à medida que o ponto A é deslocado sobre o eixo-x, um segmento é ampliado enquanto um arco de circunferência tende seu comprimento a zero e, além disso, ambos são de cor vermelha. Dessa forma, também é legítimo falar de transformação, o que constituiria um campo semântico<sup>2</sup> diferente de  $A_{02}$  e daquele no qual o professor desejava que os alunos internalizassem.

A terceira intervenção do Professor, em nossa compreensão, foi uma forma de levar os alunos a compartilharem dos mesmos interlocutores que compartilhava, ou seja, fazer com que os alunos falassem no mesmo espaço comunicativo. O professor constituiu objetos que eram legítimos no interior desse espaço comunicativo: raio, medida, movimento, variação. Assim, por meio das interações com o professor, alguns alunos passaram a justificar suas enunciações a partir de argumentos semelhantes aos usados por ele.  $A_{11}$  reconheceu a nomenclatura utilizada pelo professor e se referiu aos objetos da mesma forma, no entanto não produziu significados para suas medidas dentro do mesmo espaço comunicativo do professor. Já  $A_{09}$ , falou na mesma direção do professor, tanto nas nomenclaturas que utilizou quanto nas relações que estabeleceu entre as

Actas del VII CIBEM ISSN 2301-0797 6492

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> É importante colocar que campo semântico é 'atividade de produzir significado em relação a um núcleo' (Silva, 2003, p. 66), que é 'um conjunto de estipulações locais que, num dado momento e dentro de uma atividade, estão em jogo' (Lins, 1999, p. 87). As estipulações locais são afirmações que localmente não precisam ser justificadas. Vale ressaltar que "a idéia do núcleo é dinâmica; o núcleo não é uma acumulação de estipulações locais e tão pouco pré-existente à atividade: ele é constituído durante a própria atividade (Oliveira, 2002, p. 31).



medidas do raio e da circunferência. Além da interação produtiva do professor, a sua intervenção foi decisiva no processo de produção de significados dos alunos dentro do campo semântico que desejava que seus alunos estivessem.

# Objeto de Aprendizagem 2 (OA2)

Para trabalhar com o OA2 (Anexo 1) o professor João procedeu conforme já descrevemos, orientando os alunos a abrirem o arquivo e manipularem o ponto A sem que as caixas de seleção estivessem ativas, sem que as funções seno e cosseno estivessem exibidas no plano cartesiano.

Professor: O que vocês registraram após explorarem o OA2?

A<sub>13</sub>: Professor nesse objeto acontece coisas parecidas com o que vimos no Objeto 1. Enquanto o ponto percorre a circunferência é desenhada uma linha no gráfico.

Professor: E o que isso significa?

A<sub>13</sub>: Não sei.

Professor: Será que existe alguma relação entre as medidas do arco no ciclo e da marca no plano cartesiano?

(silêncio...)

 $A_{13}$ : Eu acho que os dois possuem medidas iguais... É o que vemos na tela do computador.

A<sub>05</sub>: Então a medida do arco foi transferida para o gráfico?

Professor: Esse objeto foi construído para que percebêssemos que a medida ou o valor no eixo-x, no eixo horizontal, corresponde à medida de um arco no ciclo trigonométrico.

 $A_{07}$ : Professor, nós escrevemos que a volta completa no círculo e a linha no gráfico possuem comprimento igual a  $2\pi$ .

Professor: Como vimos no OA1 esse comprimento depende do raio do círculo. No caso do ciclo trigonométrico, tomamos o raio sempre igual a uma unidade, por isso, podemos afirmar que o comprimento é igual a  $2\pi$ .

Realizada a primeira etapa, o professor sugeriu que os alunos clicassem na opção "Seno e Função Seno". Os alunos foram orientados a clicarem com o botão direito do mouse sobre o ponto A e acessarem a opção animar. Com isso, o ponto A passou a realizar um movimento sobre o ciclo trigonométrico no sentido anti-horário.

Professor: O que vocês têm a dizer sobre o que registraram?

A<sub>06</sub>: Ao clicar em "Seno e Função Seno" apareceu um segmento no ciclo trigonométrico. No plano cartesiano apareceu outro segmento azul de mesmo tamanho e um gráfico.

Professor: E o que o gráfico que aparece no plano cartesiano...

(interrupção)

A<sub>03</sub>: O gráfico representa a altura do segmento azul, pois ele fica sempre na pontinha do segmento.

Professor: Mas, o gráfico possui uma parte positiva e outra parte negativa... Uma altura pode ser negativa?

 $A_{03}$ : Não, porque altura é uma medida... Não existem medidas negativas. Mesmo um poço que é um buraco para baixo do solo possui uma altura ou profundidade que é positiva.

Professor: No ciclo trigonométrico o segmento azul depende do arco e representa a distância do ponto A ao eixo horizontal. Quando a extremidade do arco está no 1º ou no 2º quadrantes, ou seja, acima do eixo horizontal, essa distância é representada com um valor positivo. Quando a extremidade do arco está no 3º ou 4º quadrante, ou seja, abaixo do eixo horizontal, essa distância é representada com um valor negativo.



Uma leitura das enunciações de alguns alunos e do professor nos forneceram alguns elementos para a nossa produção de significados quanto a suas ações enunciativas. O aluno A<sub>13</sub> fez referência ao OA1 ao fazer sua enunciação sobre o OA2. Em sua enunciação ele disse que houve um comportamento semelhante do arco e da linha "desenhada" no plano cartesiano. No entanto, não falou na direção dos mesmos interlocutores do professor, ou seja, no mesmo campo semântico, pois ao falar sobre o OA1 o professor usou como estipulações locais: medida, movimento, variação. A<sub>13</sub> usou como justificação a seguinte fala: "Enquanto o ponto percorre a circunferência é desenhada uma linha no gráfico". Após o professor fazer uma segunda pergunta em busca de interagir com A<sub>13</sub>, sua resposta revelou a impossibilidade de produzir algum significado, ou seja, justificar em uma certa direção a relação entre o comprimento do arco e a medida indicada sobre o eixo-x. O professor dirigiu sua pergunta para os demais alunos, buscando interagir com todos para que falassem, para que produzissem significados em alguma direção.

Após alguns segundos de silêncio A<sub>13</sub> enunciou que os dois segmentos azuis, o do ciclo trigonométrico e o do plano cartesiano, possuíam o mesmo comprimento. Justificou sua conclusão com base no que podia observar na tela do computador. O que não podia ser desconsiderado, pois durante todas as atividades da aula o professor tinha um modo de proceder, ou seja, solicitava que os alunos examinassem os objetos no computador e registrassem suas conclusões, embora esperasse que as justificações dos alunos se aproximassem da direção de sua fala. Por conseguinte, o professor interveio e falou usando justificações internas ao objeto de estudo, dentro do campo semântico que desejava que fosse internalizado pelos alunos<sup>3</sup>.

Na segunda parte da atividade, a partir do momento que os alunos clicam em "Seno e Função Seno", novamente o professor buscou desenvolver uma interação produtiva com os alunos, instigando-os a manifestarem suas conclusões e suas justificações a partir do aporte tecnológico. Nesse momento, a discussão se concentrou em se é possível ou não uma medida de comprimento negativa. O aluno  $A_{03}$  argumentou sobre a impossibilidade de uma medida de comprimento negativa e, em sua justificação, fez referência a uma

\_

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Lins (1994), ao discutir o pensamento algébrico, sustenta que [...] pensar internamente significa que as propriedades destes objetos que sustentam o que faço com eles, isto é, que sustentam a lógica das operações num sentido mais amplo, não fazem referência a nada fora do domínio destes objetos. Por exemplo, se estou tratando de números naturais, nenhuma referência é feita a coleções de pedrinhas nem a cubinhos de madeira, sobre os quais é possível sustentar que a multiplicação de números naturais é comutativa, mas tampouco há referência a ontologias "abstratas" dos números naturais, como seria o caso dos axiomas de Peano. (p. 30)



situação cotidiana. A produção de significados de  $A_{03}$  não fez referência ao objeto exibido no computador e tão pouco aos domínios internos ou símbolos dos textos matemáticos, mas sim a algo ao qual possuía significado para ele e que funcionava com justificação para sua crença-afirmação.

A aula continuou, os alunos sendo estimulados a falarem sobre seus modos de produção de significados, enquanto o professor continuava a ouvi-los e buscando leva-los a internalizarem seus modos de produção de significados. E o computador? Ele continuou ali, fornecendo elementos para interações produtivas.

# Considerações Finais

Diante de uma leitura que realizamos dos trechos analisados, podemos ver que muitas interações ocorreram, algumas no sentido de compartilhar o mesmo espaço comunicativo que o professor e outras não. Com a intenção de promover interações positivas, o professor João fazia intervenções de modo a fazer com que seus alunos internalizassem modos de produção de significados no mesmo sentido que o professor objetivava. Além dessas intervenções, é interessante notar que o processo foi iniciado com a preocupação de saber em qual lugar o aluno estava, como podemos ver na proposta do OA1 pelo professor, para, a partir disso, propor outro objeto de aprendizagem, no caso OA2, com o intuito de discutir noções trigonométricas que antes do uso do computador o professor considerou que seus alunos não estavam produzindo significados na direção que almejava.

Em relação à fala de que o computador continuou ali, ou seja, em sala de aula, fornecendo elementos para interações produtivas, queremos demarcar nosso posicionamento, nossa postura educacional, em relação ao uso do mesmo em aulas de matemática. Há algumas posturas educacionais que levam em consideração no processo de desenvolvimento intelectual a seguinte leitura das pessoas "[...] já sei como você é; minha tarefa agora é oferecer um ambiente propício a seu desenvolvimento (que antecipo), e ver se você está cumprindo seu destino" (Lins, 1999, p. 84).

Uma postura alternativa a essas anteriores busca fazer uma leitura do seguinte modo:

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos. (Lins, 1999, p. 85)

Esse "onde está" "[...] não se refere de forma alguma a estágios de desenvolvimento intelectual, e sim a legitimidades de significados para a pessoa [...]" (Lins, 1999, p. 85).



Esse modo de ler os alunos nos permite dizer que uso de computadores não ocorre para fornecer um ambiente propício a um desenvolvimento antecipado pelo professor. O computador (como outros materiais para a sala de aula) pode servir, antes de tudo, à construção de um espaço comunicativo, no qual diversos modos de produção de significado sejam explicitados e compartilhados. "Não é que aqui não caibam métodos, materiais, engenharias" (Lins, 1999, p. 86), mas, esses aspectos são subordinados a outros, como por exemplo, a consideração de que "o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda cognição humana – é a produção de significados" (Lins, 1999).

Em todo processo, o computador não foi o motivo da aula e sim um meio para que produções de significados ocorressem em sala de aula com vistas ao compartilhamento de espaços comunicativos.

### Referências Bibliográficas

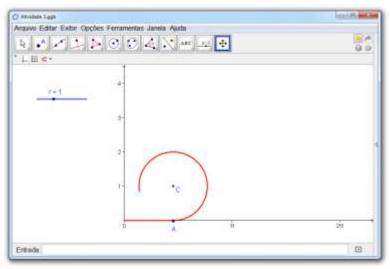
- Lins, R. C. (1994). O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. *Revista Dynamis*, v.1(7), 29-39.
  - (1999). Porque discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. En: BICUDO, M.A.V. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*, pp. 75-94. São Paulo: Editora UNESP.
  - (2002). Análise Sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional. 87p. *Tese (Livre Docência) Instituto de Geociências e Ciências Exatas*, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
  - (2004). Matemática, monstros, significados e educação matemática. En: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*, pp. 92-120. São Paulo: Cortez.
  - (2012). O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. En: Angelo, C. L. Barbosa, E. P. Santos, J. R. V. Dantas, S. C. Oliveira, V. C. A. *Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história*, Capítulo 01, pp. 11-30. São Paulo: Midiograf.
- Lins, R. C. e GIMENEZ, J. (1997). Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI, Campinas: Papirus.
- Oliveira, V. C. A. de. (2002). Sobre a produção de significados para a noção de transformação linear em álgebra linear. Rio Claro:187p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) IGCE/UNESP-Rio Claro.
- Silva. A. M. (2003). Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.
- Wiley, D. (2000) The instructional use of learning objects. On-line version. Disponível em: <a href="http://reusability.org/read/">http://reusability.org/read/</a> Consultado: 15/03/2013.

Anexo 1



### Objeto de Aprendizagem 1 (OA1)

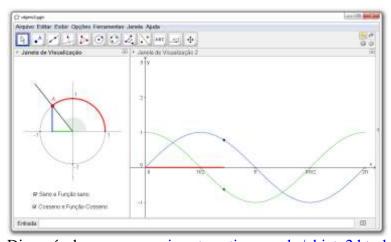
Esse objeto foi construído para explorar a relação direta entre a medida do raio do círculo e o comprimento da circunferência. A medida que o ponto A é movido ao longo do eixo-x a circunferência se "transforma" em um segmento de comprimento igual ao contorno do circulo. Há ainda a possibilidade de modificar o tamanho do raio de 0,5cm até 3cm, variando de 0,5cm em 0,5cm.



Disponível em: www.maismatematica.com.br/objeto1.html

#### Objeto de Aprendizagem 2 (OA2)

O Objeto 2 foi construído com o objetivo de explorar as relações entre a medida de um arco em um ciclo trigonométrico e a variável independente em funções trigonométricas. Além disso, busca-se explorar com sua utilização relações entre distâncias verticais e horizontais de um ponto no ciclo trigonométrico e a variável dependente nas funções seno e cosseno.



Disponível em: www.maismatematica.com.br/objeto2.html