ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES EN LA ESCUELA. UNA PROPUESTA DESDE LO VARIACIONAL Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Ligia Amparo Torres R. – Cristian Andrés Hurtado M.
ligia.torres@correounivalle.edu.co, cristian.hurtado@correounivalle.edu.co
Instituto de Educación y Pedagogía - Universidad del Valle - Colombia

Tema: Bloque I - Pensamiento Algebraico
Nivel Educativo: Medio (11 a 17 años)
Modalidad: Mini curso (MC)
Palabras claves: Ecuaciones lineales, perspectiva funcional, resolución de problemas, pensamiento variacional.

Resumen

La propuesta de este mini curso tiene como referente la experiencia de investigación de los autores. En esta experiencia se han estudiando las dificultades, errores y obstáculos en el aprendizaje del álgebra en general y de la ecuaciones en particular y además, diferentes acercamientos al álgebra a partir de referentes teóricos donde se proponen acercamientos a la investigación y docencia en álgebra desde las perspectivas funcional, de resolución de problemones, entre otras.

El mini curso tiene como estructura: En la primera sesión se presenta un panorama sobre la investigación acerca de la enseñanza y aprendizaje de la ecuaciones desde el campo de la Educación Matemática, después se hará un taller con los participantes sobre la dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones y el tratamiento de éstas en la escuela, posteriormente, se realizará una plenaria que confronte lo realizado en el taller y el marco teórico de referencia propuesto. En la segunda sesión se realizará un taller en el cual se presentan actividades desde la perspectiva funcional y de resolución de problemas para acercar a los estudiantes al concepto de ecuación lineal y su resolución, luego se hace una plenaria para debatir la propuesta y sacar algunas conclusiones.

Primera sesión

En esta sesión se presentan algunas reflexiones en torno a la problemática del paso del pensamiento numérico al algebraico en la escuela y a las dificultades y obstáculos que se presentan en el estudio de las ecuaciones, particularmente las lineales, en los ámbitos educativos y que han sido objeto de estudio en las investigaciones de los autores. Algunas de estas ideas se presentan en los apartados siguientes. Además se propone un taller a los participantes, que se realizará en pequeños grupos, sobre sus experiencias y opiniones alrededor de estas problemáticas didácticas. Esta sesión se cierra con una plenaria que confronta los aspectos expuestos inicialmente con las posturas de los asistentes.

Presentación del problema

La investigación en didáctica del algebra, la experiencia pedagógica de los autores, los análisis preliminares de propuestas curriculares nacionales colombiana y los resultados de pruebas de evaluación externas en la instituciones educativas, evidencian, dificultades u obstáculos que se oponen a la comprensión y al aprendizaje del álgebra escolar. Entre estas dificultades sobresalen las experimentadas por los alumnos cuando se avanza a un sistema de representación más abstracto, en el cual aumenta tanto el poder del lenguaje simbólico como el grado de generalización. Estas dificultades se manifiestan, entre otras, en errores usuales de sintaxis cuando se trabaja operativamente con las expresiones algebraicas, errores de conversión cuando se utiliza el álgebra para resolver problemas escritos en el lenguaje cotidiano, e interpretaciones erróneas de expresiones algebraicas, dados los diferentes contextos en que ellas aparecen y la falta de alusión a diversos fenómenos que organizan los objetos algebraicos asociados, por ejemplo, a la cantidad, la magnitud y las relaciones entre estas.

Con relación a las investigaciones revisadas, inicialmente, se centró la atención en las que abordan el paso de la aritmética al álgebra en el ámbito escolar, reconocido además por maestros y estudiantes, como un escenario donde se pone de manifiesto la problemática general antes anotada. Muchas investigaciones (Glaeser, G. 1981; Gallardo, A. y Rojano, T. 1988, Booth, 1984; Kieran 1980, 1988,1996; Mason, 1985; Ursini, 1990), dan cuenta de las dificultades u obstáculos que se oponen a la comprensión y al aprendizaje del álgebra; maestros y alumnos experimentan estas en los cambios esenciales que se operan para pasar del pensamiento aritmético al algebraico. La problemática del paso de la aritmética al álgebra va más allá de un hecho curricular, este momento,[1] el inicio del estudio de una etapa simbólica del álgebra ha sido caracterizado por varias investigaciones (Gallardo & Rojano, 1988) como la localización de un corte didáctico en el momento en que aparece como necesario operar “lo representado”. En el caso de la resolución de ecuaciones, operar las incógnitas, es decir, se requiere operar no solo los datos, sino también la cantidad a encontrar; por ejemplo, en ecuaciones de la forma $Ax \pm B = Cx \pm D$. Este corte didáctico se asume como un obstáculo didáctico de origen epistemológico.

[1] No es un momento, ni corresponde al cambio de un curso a otro, se va dando paulatinamente.

Esta etapa, donde se manifiesta el corte didáctico, se caracteriza por los cambios esenciales necesarios para transponer las fronteras entre el pensamiento aritmético al algebraico, por lo tanto, se convierte en un momento adecuado para la observación de fenómenos didácticos en dicho ámbito. Fenómenos didácticos como: La sintaxis algebraica no es adquirida en forma natural por el sujeto, los literales en las expresiones algebraicas tienen diversas interpretaciones atendiendo a los componentes de símbolo, contexto y referente: el rol semántico, el sintáctico y el matemático, un acercamiento a los símbolos literales como medio para describir las relaciones entre magnitudes, ofrece la perspectiva de modificar las ideas tradicionales sobre la relación entre los números y los símbolos literales, una enseñanza que utiliza modelos concretos para la resolución de ecuaciones lineales y situaciones concretas permite el planteamiento de las ecuaciones con significado, en el estudio de las dificultades de los alumnos al hacer uso del lenguaje algebraico se evidenció la existencia de áreas de dificultad: operaciones, naturaleza de los números, métodos primitivos (la estrategia del tanteo), métodos escolarizados (el esquema), interacción entre semántica y sintaxis del álgebra elemental, y el corte didáctico en el estudio de las ecuaciones lineales

Es así como, el tratamiento de ecuaciones, como su conceptualización relacionada con la introducción de un lenguaje particular, como es el algebraico, en la escuela, son objeto de estudio en la investigación, cuyos resultados arrojan dificultades en su aprendizaje y preocupaciones para la enseñanza. Esta primera revisión permite tomar partido y decidir centrar como objeto de estudio, en este trabajo, el concepto de ecuación.

De otra parte, la investigación en las últimas décadas ha centrado su atención ya no en caracterizar, esta etapa, sino en proponer alternativas que permitan la continuidad o que cierren la brecha, o superen los obstáculos ya caracterizados en las investigaciones de los 80´s para pasar de un pensamiento numérico al algebraico. Estas alternativas y propuestas de aproximaciones al álgebra en la escuela (Rojano, Bell, Wheeler, Heid, Janvier, Charbonneau, 1998) han estado dirigidas a hacer este aprendizaje significativo para los estudiantes a quienes les haya sido propuesto, a través de situaciones de: generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que rigen las relaciones numéricas, resolución de problemas, resolución de ecuaciones apoyada en el uso de modelos concretos, funcionales y de la modelación de fenómenos físicos y matemáticos (Kieran, 1998).

En esta dirección aparece como propuesta para la introducción al álgebra en la escuela a través de expresiones algébricas y resolución de ecuaciones la perspectiva funcional que articula elementos de los procesos de modelación y generalización de patrones numéricos y geométricos y la perspectiva de resolución de problemas que articula resultados de los estudios histórico epistemológicos del desarrollo de las ideas algébricas, particularmente del concepto de ecuación.

Otro aspecto que ratifica a nivel nacional y en nuestro medio local, los problemas en el aprendizaje del álgebra y de las ecuaciones como objeto de estudio fundamental de esta área escolar, concierne al estudio de los resultados de la evaluación de los desempeños algebraicos de los estudiantes colombianos en las pruebas externas como TIMSS, Censales y Saber; es decir, validan las problemáticas encontradas en la revisión de la investigación internacional. En este caso se tuvo como referencia los resultados del Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias-TMSS (1997), las pruebas SABER (1991 - 1994) y las pruebas Censales (2002-2006) en álgebra, se muestra el nivel de desempeño de los estudiantes en los aspectos evaluados, que ha permitido visualizar dificultades y errores en el aprendizaje del álgebra y potenciar la propuesta de este trabajo que aporta elementos para una comprensión y significación relevante en la construcción de las ecuaciones en la escuela.

El Taller

Se le platean a los asistentes que respondan, desde su experiencia docente o investigativa, preguntas como:

1. ¿Qué tipo de actividades y tareas proponen a sus estudiantes o han estudiado para introducir el álgebra en la escuela?
2. ¿Cuales dificultades y errores, más comunes, han enfrentado o documentado al enseñar las ecuaciones lineales en la escuela?
3. ¿Cómo se articulan variaciones lineales con el concepto de ecuación? Ejemplifique su respuesta.
4. ¿Qué papel juegan los problemas algebraicos en el estudio de las ecuaciones? Y ¿en qué momento de la enseñanza de las ecuaciones deben estudiarse estos problemas?

5. ¿Qué tipo de representaciones, considera son centrales en el estudio de las ecuaciones? y ¿por qué?

Segunda sesión

En esta sesión se presentan algunos elementos teóricos que permiten fundamentar el diseño e implementación de algunas situaciones y actividades de aula para tratar la problemática sobre la enseñanza y el aprendizaje de la ecuaciones en la escuela y, se trabajan con los asistentes al mini curso algunas de estas situaciones propuestas desde la perspectiva variacional – funcional y de resolución de problemas para introducir el concepto de ecuación lineal y el proceso de resolución en la enseñanza básica. Por último se aborda en plenaria la discusión sobre esta propuesta de aula y se sacan algunas conclusiones.

Algunos elementos teóricos de referencia: perspectiva funcional y de resolución de problemas en la iniciación al álgebra escolar y en el estudio de las ecuaciones.

Un enfoque funcional al álgebra no necesariamente significa el estudio de funciones. Se plantea, sin embargo, la posibilidad de usar letras como variables. Por ejemplo, la expresión $3x+5$ puede ser vista como una función, esto es, una asignación que traslada todo numero x en otro, de tal manera que x se interpreta como una variable debido a que puede tomar valores en un rango. Pero hay más en un enfoque funcional que ver las letras como variables; también conlleva por ejemplo ver la función como una relación entre los valores de x y los valores funcionales correspondientes, esto es, desde la perspectiva de cómo un cambio en x produce una variación particular en los valores de la función.

Algunos investigadores interesados en este enfoque opinan que central al pensamiento algebraico es el concepto de variable con todas sus connotaciones posibles, usos, y conexiones (Usiskin, 1988). Los enfoques contemporáneos a la emergencia y desarrollo del pensamiento algebraico difieren en la extensión del énfasis en los aspectos particulares de la variable y en el énfasis en la naturaleza dinámica de la variable, en las formas en las cuales las variables representan cantidades en el mundo real, y sobre el uso de variables para definir estructuras formales y bien definidas. Lo que es interesante e importante en relación con la naturaleza dinámica de la variable, sin embargo, no es solamente el cambio en los valores de las variables, sino los efectos de esos cambios en los valores de otras variables. Esto es, lo que hace que el estudio de las variables sea interesante es el estudio de funciones de esas variables.

Como se puede observar, el énfasis está puesto en la relación de dependencia entre variables, lo cual conduce a la vez en el énfasis en los fenómenos que son organizados por los objetos algebraicos, en este caso el concepto de función; pero esto no se limita a la función, sino a las ecuaciones, inecuaciones y en general a las expresiones algebraicas y sus operaciones. Por lo tanto si el contenido matemático central a cualquier aproximación algebraica involucra los conceptos fundamentales de variable y función interesa el papel de estos conceptos en la construcción de otros.

En la aproximación funcional al álgebra, las ideas matemáticas que se someten a estudio son aquellas que ayudan a explicar las relaciones entre cantidades en diversos contextos. Las variables se usan para describir cantidades en el mundo real, matemático o de otras disciplinas, cuyos valores cambian, y funciones que se utilizan para describir las relaciones entre esas cantidades. Familias de funciones como la lineal, la exponencial y familias racionales, se estudian porque son modelos razonables para las relaciones entre cantidades del mundo real. Los estudiantes estudian estas familias de funciones y sus propiedades en la medida en que están relacionadas con el mundo, analizando el significado de varias razones de cambio, ceros, valores máximos y mínimos y comportamiento asintótico en sus contextos. Así, la caracterización de este enfoque se hace desde los contenidos que son pertinentes en el álgebra y sus relaciones.

En las investigaciones en las perspectivas de modelación y funcional, la elaboración de modelos matemáticos que den cuenta de fenómenos tanto del mundo real como de las matemáticas y con los que además se puedan predecir eventos futuros.

Perspectiva de resolución de problemas

Una perspectiva de introducción al álgebra y al estudio de las ecuaciones se refiere a la propuesta de hacerlo a través de la resolución de problemas, esta se nutre de una mirada a la historia de las ideas algebraicas para determinar la importancia que ha tenido la resolución de problemas en su desarrollo y valorarla en los procesos de enseñanza.

De la agenda de investigación en álgebra escolar que plantean Wagner y Kieran (1989) Puig y Cerdán (1989, 1990), Puig (2006) toman algunas preguntas y problemáticas de investigación expuesta en esta y realizan varios estudios en los cuales a partir del estudio de método de análisis y síntesis en los griegos y el método de análisis en Descartes analizan el proceso de resolución de problemas verbales aritméticos y algebraicos, utilizando estos métodos en ámbitos escolares. De esta manera prueban como el método de análisis y síntesis puede usarse como herramienta metodológica para obtener una representación de la estructura de un problema de traducción de problemas aritméticos de verbales de una etapa y de varias operaciones combinadas, de igual forma, cómo estos tratamientos puede permitir una transición a problemas propiamente algebraicos, apoyando así la transición a partir de la resolución de problemas al pensamiento algebraico propiamente.

El trabajo de Rojano (1996) sobre el papel de los problemas y la resolución de problemas en el desarrollo del álgebra, se plantea en una dirección, sobre la intervención de la historia en los problemas didácticos, distinta a lo trazado por Puig y Cerdán sobre este asunto. En este sentido, la muy conocida separación que los estudiantes tienden hacer entre la manipulación algebraica y su uso en la modelación y la resolución de problemas tiene su origen en una aproximación educativa basada en una visión simplificada del álgebra, que oculta el aspecto semántico de su gramática.

En este trabajo, se discute algunos factores decisivos en la evolución de la constitución del lenguaje algebraico para obtener enseñanzas de la historia que tienen influencias hoy en la enseñanza de este lenguaje. Mientras que es importante preservar una apreciación para el uso del álgebra como un soporte lingüístico indispensable en el desarrollo de las matemáticas, la concepción del álgebra simbólica como un vehículo lingüístico para “describir” la semántica de un problema de palabras, y por tanto permitiendo la resolución (automática) del problema, tiende a perder de vista los principales hechos en la constitución de un lenguaje algebraico.

Situaciones ya actividades para el tratamiento de las ecuaciones en la escuela.

Las situaciones y tareas propuestas para su análisis se han tomado del proyecto de investigación Iniciación al álgebra escolar: Situaciones funcionales, de generalización y modelación[2] y del trabajo de maestría: Estudio didáctico de la ecuaciones de primer grado[3] (Ver ejemplos de las situaciones y tareas en Anexo)

Referencias bibliográficas

Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (1996). *Approaches to algebra: perspectives for research and teaching*. En: Approaches to Algebra. Printed in Netherlands, Bednarz et al. (eds).

Kluwer Academics Publisher. p.15-38.

Bell, Alan. (1996*). Problem-solving approaches to algebra: two aspects*. En: Approaches to Algebra. Printed in Netherlands, Bednarz et al. (eds). Kluwer Academics Publisher. p.15-38.

Filloy, E. (1998). *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. México, Editorial Iberoamérica.

Torres, L. A. (2011). *Fenomenología didáctica del concepto de ecuaciones y potencialidades de su uso en la escuela*. Tesis de maestría. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Colección Mathema. Granada. Editorial Comare

Janvier, C. (1996). Modeling and the initiation into algebra. En: Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching. By A.J. Bishop et al (eds). Kluwer Academic Plublishers, Printed in the Netherlands. p. 225-239

Kieran, C. y Filloy Yague, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. En: Enseñanza de las Ciencias. vol. 7(3). p.229-240.

Gallardo, A. y Rojano, T. (1988). Áreas de dificultad en la adquisición del lenguaje aritmético - algebraico. Recherches en didactique des mathématiques. vol. 9. No. 2. p.155-188.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas. –TIMSS – Santafé de Bogotá, D. C.

---

[2] Proyecto de investigación del programa: Estudios Científicos en Educación. Campo de estudio: Educación básica secundaria y media. Contrato Colciencias: RC-Nº 076-2002; Código: 1106-11-11391. 2004. Investigador principal: Jorge Arce, coinvestigadores: Ligia Amparo Torres Rengifo y María Amilba Ramírez, asesor externo: Luis Carlos Arboleda A.

[3] Trabajo de grado del estudiante Cristian Andrés Hurtado dirigido por Ligia Amparo Torres, de la Maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática, Área de Educación Matemática, Universidad del Valle, 2013.

Anexo:

1. Ecuaciones desde la perspectiva variacional – funcional

Situación 1 Tarea 1

En sus tiempos libres, Natalia vende suscripciones de una revista. La empresa le paga semanalmente un salario total compuesto por un salario base de $20.000, más un salario adicional de $3.000 por cada suscripción vendida.

1. Encuentra, para cada una de siete semanas diferentes, posibles salarios totales que Natalia podría devengar. En una tabla representa tus respuestas.

2. El salario total de cada semana de trabajo de Natalia, entre qué valores oscila (cambia) ¿Cuál es el valor mínimo? ¿Cuál es el valor máximo?

3. Si Natalia quiere ganarse en una semana por lo menos $50.000 ¿Cuántas subscripciones debe vender?

4. Y... para ganarse por lo menos $122.000 en una semana ¿Cuántas suscripciones debe vender?

5. Describe la manera como lograste responder la pregunta 4

6. Si en otra empresa de revistas el salario base es de $15.000 y el salario adicional es de $4.000 por cada suscripción vendida. ¿Le convendría a Natalia renunciar a su primera empresa y vincularse a la nueva? ¿Por qué?

7. Si Natalia quisiese ganarse en ambas empresas un mismo salario total semanal ¿Cuál es el número de suscripciones que debe vender tanto en la una como en la otra?

Situación 1 Tarea 2

En sus tiempos libres Natalia vende suscripciones de una revista. La empresa le paga semanalmente un salario total compuesto por un salario base de $20.000, más un salario adicional de $3.000 por cada suscripción vendida.

Natalia quiere encontrar una manera eficaz de calcular su salario total semanal y para ello elaboró la siguiente tabla:

Sueldo básico - $	Número de suscripcione - Nº	Salario adicional por cada suscripción vendida - $	Salario adicional - $	Salario total semanal - $
20.000	1	3.000	3.000	23.000
20.000	2	3.000	6.000	26.000
	5			
				65.000
			75.000	

1. Completa los datos que faltan en la tabla.

2. ¿Cuáles son las cantidades que debe tener en cuenta Natalia para calcular su salario total semanal?

3. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?

4. ¿De qué depende el salario total semanal de Natalia? Explica tu respuesta.

5. Explica el procedimiento que debe seguir Natalia para calcular su salario total semanal.

Situación 1 Tarea 3

En sus tiempos libres, Natalia vende suscripciones de una revista. La empresa le paga semanalmente un salario total compuesto por un salario base de \$20.000, más un salario adicional de \$3.000 por cada suscripción vendida.

1. En una semana, a Natalia le pagaron en total \$44.000. En la semana siguiente, le pagaron \$53.000. ¿Cuántas suscripciones adicionales tuvo que vender para obtener el salario total de \$53.000?

2. ¿A cuántas subscripciones vendidas adicionales corresponde un aumento de \$15.000 en el salario total semanal de Natalia?

3. ¿En cuánto varió el salario de Natalia si sabes que en una semana vendió 5 suscripciones y en la siguiente 6?

4. ¿Qué cambio se producirá en el salario total semanal de Natalia por cada suscripción que venda? ¿Es constante esa variación de salario total semanal?

5. Explica el procedimiento que empleaste para responder las preguntas anteriores.

2. Ecuaciones desde la perspectiva de Resolución de problemas

Situación 1, tarea 1

Un bolígrafo cuesta \$300 más que un lápiz. Un estudiante de octavo grado ha comprado 8 bolígrafos y 15 lápices. En total le han costado \$31.150 ¿Cuánto vale cada lápiz y cada bolígrafo?
Realice las siguientes tareas de acuerdo con esta información.
Tarea 1: Comprendiendo el enunciado y estableciendo relaciones

1. Indique las cantidades conocidas y desconocidas en el enunciado del problema.
2. Si un lápiz cuesta \$1.200 ¿Cuánto cuesta un bolígrafo? Explique de qué depende el valor de un bolígrafo según el problema.
3. Si x representa el valor de un lápiz, escriba una expresión que represente el valor de un bolígrafo.
4. Complete la siguiente tabla a partir de la información dada en la situación y de las respuestas a los puntos anteriores.

Cantidades	Expresiones
Precio de un lápiz	
Precio de un bolígrafo	
Número de bolígrafos comprados	
Número de lápices comprados	
Costo total de la compra	

5. Teniendo en cuenta la tabla anterior,
   a. escriba una expresión que represente el precio de los 15 lápices.
   b. escriba una expresión que represente el precio de los 8 bolígrafos.
6. Teniendo en cuenta el punto anterior escriba la expresión que representa el costo total pagado por los lápices y bolígrafos.
7. Si el costo total de los lápices y bolígrafos es de \$ 31.150, utilice este dato para igualarlo con la expresión obtenida en el punto anterior.

8. Complete la siguiente tabla que indica el proceso que permite solucionar el problema.

Lenguaje verbal	Expresiones
Precio de un lápiz	x
El precio de un bolígrafo es $300 más que el precio de un lápiz	
Costo de los lápices es el número de lápices por precio de un lápiz	
Costo de los bolígrafos es el número de bolígrafos por precio de un bolígrafo	
Costo total está dado por el costo de los lápices más el costo de los bolígrafos	
Costo total en pesos de los lápices y bolígrafos comprado	

Situación 1, tarea2

Tarea 2: resolviendo ecuaciones e identificando propiedades

La expresión $15x + 8(x + 300) = 31150$ describe el problema dado. Para encontrar el valor de x (precio de un lápiz) Oscar resuelve la ecuación de la siguiente manera:

$15x + 8(x + 300) = 31.150$ (Expresión dada)

$15x + 8x + 2.400 = 31.150$ (1)

$23x + 2.400 = 31.150$ (2)

$23x + 2.400 - 2.400 = 31.150 - 2.400$ (3)

$23x = 28.750$ (4)

$\frac{23\,x}{23} = \frac{28.750}{23}$ (5)

$1x = \frac{28750}{23}$ (6)

$x = 1.250$ (7)

1. Explique el procedimiento realizado por Oscar para pasar de la expresión dada a la expresión (1)
2. Señale los términos que suma Oscar en el paso 2. Indica porque se pueden sumar estos términos.
3. Por qué Oscar resta 2400 en ambos miembros de la igualdad en el paso 3.
4. Describe lo realizado por Oscar en el paso (5).
5. Explique el proceso usado por Oscar para pasar del paso (6) al paso (7).

Situación 1, tarea 3

Tarea 3: validando la solución de la ecuación

Teniendo en cuenta el precio de un bolígrafo obtenido en la tarea 2, $(x = \$1.250)$, calcule:

1. El precio de un bolígrafo
2. El precio de los 15 lápices
3. El precio de los 8 bolígrafos
4. El costo total de los lápices y los bolígrafos
5. De acuerdo con la respuesta del punto anterior, ¿es válido afirmar que el precio de un lápiz (x) está bien calculado en la ecuación? Justifica tu respuesta

Situación 2, tarea 1

Ana ahora tiene el triple de la edad de su hermano David y dentro de dos años tendrá el doble de la edad de su hermano ¿Qué edad tiene David y Ana actualmente?

Según la información dada en la situación problemática, responda a las siguientes tareas:

Tarea 1: Reconociendo cantidades y relaciones entre ellas.

1. Escriba las cantidades conocidas y desconocidas que encuentra en el enunciado de la situación problemática.
2. ¿Es posible que Ana tenga 36 años y David 12 años? Explique su respuesta.
3. ¿Es posible que actualmente Ana tenga 20 años y David 10 años? Explique su respuesta.
4. Juan, un amigo de Ana y David, afirma que ella tiene 6 años y que él tan solo 2 años ¿Es cierta la afirmación de Juan? Explique su respuesta.

Situación 2, tarea 2

Tarea 2: Construyendo expresiones

Como la edad de David es desconocida, suponga que x representa la edad actual de David. De acuerdo a esto realice:

1. Escriba una expresión que represente la edad actual de Ana.
2. Escriba una expresión que represente la edad de David dentro de dos años.
3. Escriba una expresión que represente la edad de Ana dentro de dos años.
4. Si $2(x+2)$ es la expresión que representa el doble de la edad de David dentro de 2 años, encuentre una expresión equivalente a ésta haciendo uso de la propiedad distributiva del producto respecto la suma.
5. De acuerdo con las respuestas a los puntos anteriores, complete la siguiente tabla:

Relación entre cantidades	**Expresión**
Edad actual de David	
Edad de David dentro de dos años	
Edad actual de Ana	$3x$
Edad de Ana dentro de dos años	
Doble de la edad de David dentro de dos años	
La edad de Ana dentro de dos años es igual al doble de la edad de David dentro de dos años	

Situación 2, tarea 3

Tarea 3: Resolviendo y validando ecuaciones

1. La expresión $3x+2=2(x+2)$ permite encontrar la solución a la situación problemática. A partir de esta ecuación halle la edad que tiene David actualmente haciendo uso de un proceso semejante al usado en la tarea 2 de la situación 2.
2. Haciendo uso de la información obtenida en el punto anterior (la edad de David) determine la edad actual de Ana.
3. Compare los resultados obtenidos al resolver la ecuación con los datos dados por Juan para las edades de Ana y David en el punto 4 de la tarea 1. ¿Qué se puede concluir?
4. Remplace el valor de x obtenido al resolver la ecuación que representa la situación problemática ¿Cómo son los resultados en cada lado de la igualdad? Explique este hecho.

Situación 2, tarea 4

Tarea 4:

1. Si en el problema planteado la edad actual de Ana fuera cuatro veces la edad actual de David, escriba la expresión (ecuación) que permitiría encontrar la edad actual de David y resuélvala.
2. Suponga que en el problema al pasar cuatro años Ana sigue teniendo el doble de la edad de su hermano David, determine la ecuación que representa esta situación y resuélvala.