

CB-415

## RELACIONES ENTRE LOS DOMINIOS Y SUBDOMINIOS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Dinazar Escudero-Ávila – Diana Vasco Mora – Álvaro Aguilar-González  
eadinazar@hotmail.com – dianav350@yahoo.com – aguilaralvaro@uniovi.es  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México – Universidad Técnica Estatal de Quevedo, Ecuador – Universidad de Oviedo

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Conocimiento especializado, relaciones entre subdominios

### Resumen

*En la actualidad existe un particular interés por tomar los resultados de la investigación matemática como un material que sirva para la formación de profesores. Con este propósito surgen algunos modelos de qué y cómo debería el profesor conocer la matemática. Así, surge por ejemplo el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés). Una de las principales críticas a este tipo de modelos, es la de que se muestra un conocimiento fragmentado, dando la impresión de que el profesor reconoce aspectos específicos de su labor, de manera segmentada, lo cual es falso. Este trabajo pretende mostrar al lector cómo en el MTSK, se reconoce la naturaleza dinámica, compleja e integral del conocimiento especializado, a través de la explicación de las relaciones entre los dominios y subdominios del modelo.*

### El conocimiento especializado del profesor de matemáticas

En los últimos años el estudio del conocimiento del profesor ha atraído el interés de diversos grupos de investigación, es así que, en el seno del Grupo de Investigación de la Universidad de Huelva, España, se desarrolla el modelo: Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (del inglés *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* - MTSK) (Carrillo, Climent, Contreras, & Muñoz-Catalán, 2013), considerado una propuesta teórica y herramienta metodológica, que nos permite analizar la práctica de un profesor de matemáticas (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar, & Carrillo, 2014). El MTSK se compone de dos dominios: Conocimiento Matemático y Conocimiento Didáctico del Contenido los cuales a su vez se dividen en 3 subdominios cada uno (ver Figura 1). Además, se incluye en el centro del modelo las concepciones del profesor sobre matemáticas,

su enseñanza y aprendizaje, vistas como elementos que permean el conocimiento y que dan sentido a su práctica.

El dominio matemático abarca el conocimiento de las conexiones entre los conceptos, la estructuración de las ideas, la razón de los procedimientos, los medios de prueba y cualquier forma de proceder en matemáticas, considerando además, el conocimiento del lenguaje matemático y su precisión (Carrillo et al., 2013). El dominio didáctico hace referencia al conocimiento que tiene el profesor sobre el contenido matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje.

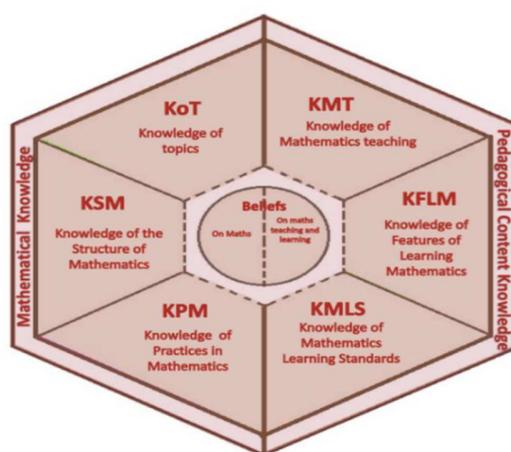


Figura 1. Modelo MTSK con siglas traducidas al inglés.

El Conocimiento de los Temas (KoT) se define como un conocimiento fundamentado y profundo de los contenidos matemáticos. Está compuesto de las categorías: *fenomenología y aplicaciones*, que constituye el conocimiento de modelos atribuibles a un tema, así como, los usos y aplicaciones de un tema matemático (Escudero-Ávila, Carrillo, Flores-Medrano, Climent, Contreras, & Montes, 2015; Vasco, 2015); *definiciones, propiedades y sus fundamentos*, comprende el conocimiento para describir o caracterizar un concepto, las propiedades de un objeto matemático, y el conocimiento del profesor sobre las bases, cimientos o exhaustividad del empleo de una propiedad; *registros de representación*, se refiere al conocimiento sobre las distintas formas en que se puede representar un tema, incluyendo la notación y el lenguaje matemático asociado a dichas representaciones (Vasco, Climent, Escudero-Ávila, Montes, & Ribeiro, 2016); y *procedimientos*, donde consideramos el conocimiento que tiene el profesor sobre algoritmos convencionales y alternativos (*¿Cómo se hace?*), las condiciones suficientes y necesarias para proceder (*¿Cuándo se puede hacer?*),

los fundamentos de los algoritmos (*¿Por qué se hace así?*), y las características del objeto matemático resultante asociadas a un tema (*características del resultado*) (Vasco, 2015).

El Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM) comprende el conocimiento de conexiones entre contenidos posteriores y anteriores (Carrillo et al., 2013), incluyendo el cómo se conectan internamente las matemáticas (Montes, Aguilar, Carrillo, & Muñoz-Catalán, 2013).

El Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) incluye la jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas, formas de validación y demostración, papel de los símbolos y usos del lenguaje formal, procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas, prácticas particulares del quehacer matemático (como la modelación), y condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones (SIDM, 2016).

El Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) integra el conocimiento de las matemáticas y su enseñanza. Sin ser conocimiento matemático en sí, el profesor requiere de este último para poder desarrollarlo.

El Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) es el conocimiento de cómo se aprende un contenido matemático. El foco principal no está en el estudiante, sino en el conocimiento del profesor sobre el contenido matemático como objeto de aprendizaje.

El Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) incluye el conocimiento de los contenidos propuestos en las normativas curriculares, y contempla aspectos de conocimiento derivados de revistas científicas, grupos de investigación y asociaciones profesionales.

Este modelo refiere el conocimiento especializado del profesor de matemáticas en el conjunto de los subdominios que lo conforman, y en este caso nos planteamos investigar las relaciones entre los dominios y subdominios de conocimiento especializado del profesor de matemáticas.

### **Relaciones entre conocimientos dentro del MTSK**

El conocimiento profesional es de naturaleza integrada y la división que se hace en modelos analíticos es ficticia y realizada con el objetivo de analizar puntualmente el conocimiento especializado. Presentamos una descripción de algunas de las relaciones entre conocimientos

dentro del MTSK teniendo en cuenta que para que uno, dos o más subdominios de conocimiento estén relacionados, consideramos que deben existir diferentes indicios o evidencias (Flores-Medrano, 2015) en un episodio, que nos ayuden a interpretar qué conocimiento ha manifestado el profesor (Aguilar-González, 2016).

### **Sobre las relaciones dentro del conocimiento matemático del contenido**

Dentro del dominio de conocimiento matemático, el KoT es uno de los subdominios más explorados como parte de los distintos análisis realizados hasta el momento en las investigaciones con el MTSK (e. g. Escudero, 2015; Vasco, 2015; Rojas, 2014) , y en distintas investigaciones se han podido reportar evidencias de relaciones del KoT con todos los demás subdominios del MTSK (Escudero-Ávila et al., 2015; Vasco et al., 2016), por lo que podría considerársele como la base sobre la cual se relacionan y organizan los demás conocimientos del profesor, lo cual resulta lógico si tomamos en consideración que lo mínimo que requiere conocer un profesor de matemáticas son los contenidos matemáticos. Las relaciones del KoT con otros subdominios del dominio matemático se dan de forma por demás evidente lo cual puede tener fundamento en que el investigador, en lo que se refiere al conocimiento matemático, tiene un referente básico de conocimiento claramente delimitado, el cual puede contrastar con las evidencias de conocimiento que muestra el profesor para identificar lo que corresponda a este dominio.

Por otro lado, el KPM se refiere a la sintaxis matemática, es decir, a las formas de proceder asociadas a las matemáticas en general, lo cual permite al profesor tomar decisiones acerca de las formas de trabajar los contenidos, así como organizar y validar los procesos de los estudiantes para realizar trabajo matemático. Estas características proporcionan a este subdominio una función organizadora de los conocimientos matemáticos y de las formas de operarlos, impactando directamente en las relaciones del KPM con el KoT y mostrándose en las evidencias de conocimiento que pueden encontrarse en los análisis con este modelo. Un ejemplo de esto es la utilización de distintos registros de representación como forma de validación o demostración de que un resultado es correcto en matemáticas (Figura 2) (Escudero, 2015).

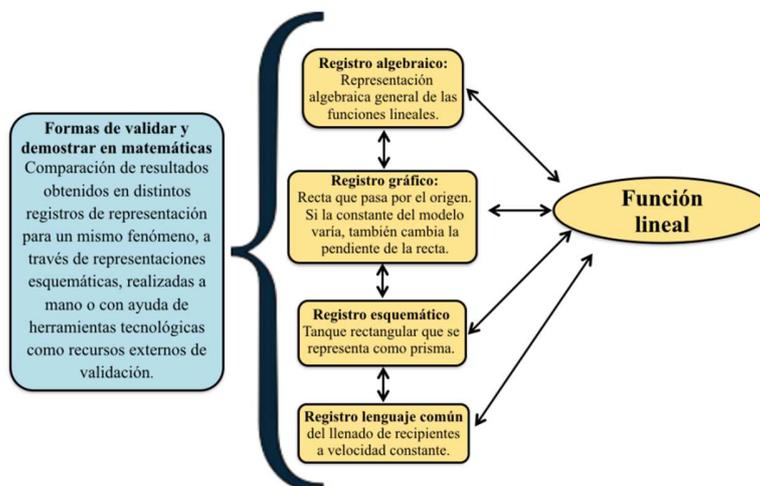


Figura 2. Relación KPM – KoT.

Aunque se ha explorado poco el KSM (ya que parece requerir de preguntas y objetivos específicos de investigación), guarda relación con el KoT, puesto que se refiere al tipo de conexiones que pueden observarse en las relaciones interconceptuales existentes entre contenidos matemáticos (Escudero, 2015).

### **Sobre las relaciones dentro del conocimiento didáctico del contenido matemático**

Dentro del dominio didáctico, resalta la relación entre el KFLM y el KMT, y los resultados de investigación nos han permitido valorar la potencialidad que esta tiene, en tanto que nos permite interpretar y comprender más profundamente la naturaleza del conocimiento del profesor desde dos perspectivas, como contenido a aprender y como un contenido a enseñar (Escudero-Ávila et al., 2015; Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, & Carrillo, 2015). Lo que conoce el profesor sobre las formas de interacción con el contenido y los intereses o expectativas que existen para su aprendizaje, así como lo que sabe sobre teorías de aprendizaje y posibles dificultades asociadas al aprendizaje de un determinado contenido tienen una influencia significativa en el diseño de las actividades que realiza el profesor; sin embargo, es importante distinguir entre la influencia de estos conocimientos en el diseño didáctico y el conocimiento que tiene el profesor sobre el propio diseño como recurso para la enseñanza.

La relación del KFLM con el KoT era de esperarse, puesto que es precisamente este tipo de conocimiento matemático el que subyace en la base del conocimiento especializado del profesor. Además, la propia definición del KFLM está hecha para reconocer el conocimiento

didáctico inherente a un determinado contenido matemático. Por ejemplo, el conocimiento que tiene un profesor acerca del impacto que tiene el uso de distintos registros de representación en el aprendizaje del concepto de función, requiere de tener un conocimiento subyacente sobre la existencia de estos registros, sus características y las relaciones que existen entre ellos (Figura 3) (Escudero, 2015).

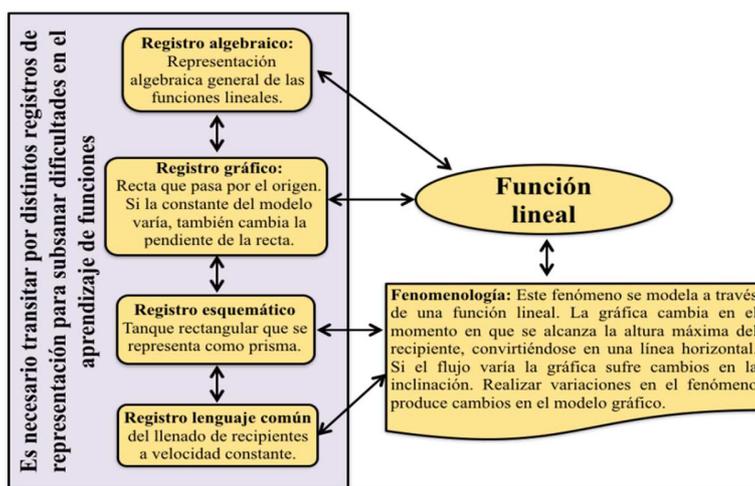


Figura 3. Relación KFLM – KoT

Se observa una relación de dependencia también del KMT con respecto al KoT que posee el profesor. Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor acerca de la necesidad de utilizar distintos registros de representación para propiciar una construcción integral del concepto de función está ligado directamente al conocimiento que tiene el profesor de técnicas, estrategias o tareas específicas para la enseñanza de este contenido, que le permitan evaluar la potencialidad del recurso y valorar su funcionamiento y pertinencia (Figura 4) (Escudero, 2015).

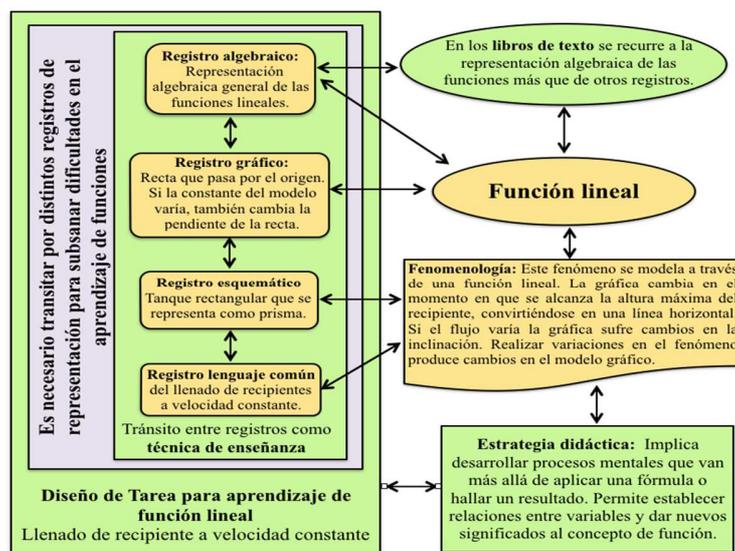


Figura 4. Relaciones entre KFLM – KoT – KMT

Además, el conocimiento de características matemáticas de herramientas como los softwares o libros de texto y ciertas estrategias de enseñanza que tiene el profesor, así como el uso que hace de esos conocimientos puede estar relacionado con lo que sabe acerca de las formas de proceder en matemáticas (KPM) (Figura 5), posiblemente por el carácter organizador del trabajo matemático que tiene el KPM y que ya hemos descrito.

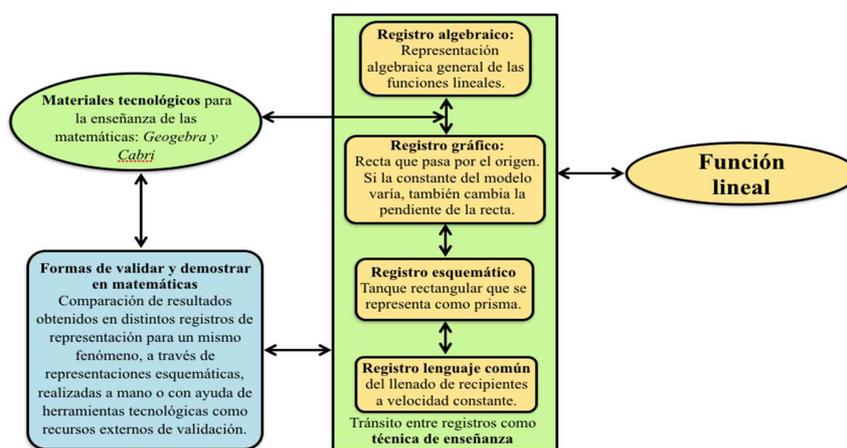


Figura 5. Relaciones entre KPM – KMT

Acerca del subdominio de conocimiento de los estándares de aprendizaje también se requiere realizar más estudios y más específicos que permitan profundizar en este conocimiento, sin embargo, podemos señalar relaciones con el KoT en cuanto al conocimiento de distintos tipos de conexiones interconceptuales y la ubicación temporal e institucional que puede hacer el

profesor de estos contenidos. También existen relaciones con el KMT, en tanto que el conocimiento de los estándares de aprendizaje puede ser una guía para la elaboración e implementación de recursos didácticos.

### **Conclusiones**

Es importante mantener presente que el conocimiento profesional del profesor está integrado y que los modelos analíticos buscan hacer separaciones artificiales de éste conocimiento en aras de realizar un análisis puntual de elementos específicos, los cuales nos permitan establecer cuáles son los conocimientos que son más evidentes o útiles para el profesor, así como establecer posibles formas de desarrollar determinados conocimientos. Por otro lado, el análisis de relaciones específicas entre estos dominios y subdominios de conocimiento nos permiten refinar la observación de aspectos concretos del conocimiento y generar distintas perspectivas o formas de conocer un determinado contenido matemático para usarlo como objeto de enseñanza y aprendizaje, que es precisamente el conocimiento que el profesor debe tener sobre estos objetos.

### **Referencias bibliográficas**

Aguilar-González, A. (2016). *El conocimiento especializado de una maestra sobre la clasificación de las figuras planas. Un estudio de caso*. Tesis de doctorado publicada en <http://hdl.handle.net/10272/12006>. Huelva, España: Universidad de Huelva.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining Specialised Knowledge for Mathematics Teaching. In B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the CERME 8* (pp. 2985-2994). Antalya, Turkey: ERME.

Carrillo, J., Escudero, D. I., & Flores, E. (2014). El uso del MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria. *Revista de Análisis Matemático-Didáctico para profesores, 1*, 16-26.

Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria*. Tesis de doctorado publicada en <http://hdl.handle.net/10272/11456>. Huelva, España: Universidad de Huelva.

Escudero-Ávila, D. I., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L. C. y Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en

la resolución del problema de las cuerdas. *PNA*, 10(1), 53-77. [<http://hdl.handle.net/10481/37190>]

Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, A., & Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E y Montes, M. A. (Eds.). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 57-72). Huelva: Universidad de Huelva.

Flores-Medrano, E. (2015). *Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)*. Tesis de doctorado publicada en <http://hdl.handle.net/10272/11503>. Huelva, España: Universidad de Huelva.

Flores-Medrano, E., Escudero-Avila, D., Montes, M. & Carrillo, J. (2015). ¿Cómo se relaciona el conocimiento que tiene el profesor acerca del aprendizaje de las matemáticas con su entendimiento sobre los espacios de trabajo matemático? *Actas del Cuarto Simposio Internacional ETM Espacio de Trabajo Matemático*, 473-484.

Montes, M.A., Aguilar, A., Carrillo, J., & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). MTSK: From Common and Horizon Knowledge to Knowledge of Topics and Structures. In B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the CERME 8* (pp. 3185-3194). Antalya, Turkey: ERME.

Rojas, N. (2014). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos*. Tesis de doctorado publicada en <https://goo.gl/Lwxk1y>. Granada, España: Universidad de Granada.

Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva. (2016). *Categorías del modelo MTSK*. Documento interno. Huelva: SIDM.

Vasco, D. (2015). *Conocimiento especializado del profesor de Álgebra Lineal. Un estudio de casos en el nivel universitario*. Tesis de doctorado publicada en <http://hdl.handle.net/10272/11901>. Huelva, España: Universidad de Huelva.

Vasco, D., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Montes, M.A., & Ribeiro, M. (2016) Conocimiento Especializado de un Profesor de Álgebra Lineal y Espacios de Trabajo Matemático. *BOLEMA Journal (Mathematics Education Bulletin)*. I. M. Gómez-Chacón & L. Vivier (Eds.), 30(54), pp. 222-239. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a11>