

MENOS REGLAS Y MÁS SENTIDO: ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS A LOS ALGORITMOS DE CÁLCULO TRADICIONALES PARA EL DESARROLLO DEL SENTIDO NUMÉRICO EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Rafael Bracho-López
ma1brlpr@uco
Universidad de Córdoba (España)

Tema: I.2 – Pensamiento numérico

Modalidad: CR

Nivel educativo: Primaria (6 a 11 años)

Palabras clave: Sentido numérico, operaciones aritméticas, algoritmos ABN, educación primaria.

Resumen

En las últimas décadas han proliferado los trabajos que inciden sobre las disfunciones y complicaciones que se derivan de la utilización de los algoritmos de cálculo tradicionales, unos procedimientos totalmente mecánicos y carentes de significado para los estudiantes, cuyo dominio suele ocupar la mayor parte del aprendizaje en sus primeros años de contacto con las matemáticas. A pesar de ello, las denominadas “cuatro reglas” se siguen enseñando de forma generalizada de igual manera que hace un siglo, mientras buena parte del profesorado se preocupa por los bajos rendimientos en matemáticas.

En esta conferencia se reflexiona acerca de la conveniencia o no de que las operaciones aritméticas tradicionales cedan el paso a nuevas maneras de calcular. Tras ello se presenta una alternativa metodológica novedosa concreta para el abordaje de las operaciones aritméticas básicas en la Educación Primaria y se analizan los resultados de su puesta en práctica en grupos de alumnos de 1º y 2º de E. Primaria.

A continuación se presenta una síntesis del contenido de la conferencia. Por limitaciones de espacio, se prescindirá de elocuentes visualizaciones de vídeos y demostraciones de cálculo que se incluirán en la sesión presencial.

1. Reflexiones iniciales

La sesión comienza con una pequeña exhibición de “cálculos gigantes” realizados por el conferenciante. Este pide voluntarios que proponen la realización de sumas de muchos grandes sumandos, así como algunas operaciones compuestas en las que también intervienen números considerables y, rápidamente, el calculador devuelve los resultados en todos los casos con habilidad y certeza.

A continuación se plantean algunos interrogantes como...

- Aproximadamente, ¿qué porcentaje del tiempo dedicado a las matemáticas en sus primeros años de la Educación Primaria se centró en el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas?

- ¿Piensan que esta circunstancia ha podido cambiar sustancialmente en la actualidad?
- ¿Creen que el tiempo invertido en el aprendizaje y dominio (relativo) de los algoritmos de cálculo tradicionales contribuye verdaderamente al desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes en la actualidad?
- ¿Les parece que resulte interesante desarrollar una gran habilidad en el cálculo que permita realizar rápidamente operaciones como las que se acaban de plantear o piensan que es suficiente potenciar el cálculo mental hasta un nivel más bajo?

No cabe duda de que corren tiempos de transformación y de cambio en el panorama educativo. Tiempos que se corresponden con los cambios frenéticos que nuestra sociedad está experimentando. Un chico o una chica de los que teníamos en las aulas hace unas décadas tenía unas necesidades de aprendizaje y educativas muy diferentes a las que tiene un estudiante de hoy día. Pero esta realidad ha cambiado de forma aún más vertiginosa en los últimos cinco años y se va haciendo todavía más patente en cada nuevo curso escolar (Bracho, 2001).

En el caso de las matemáticas escolares y más concretamente en lo relativo al dominio del cálculo en los primeros años de aprendizaje matemático, son muchas las voces que se alzan pidiendo cambios metodológicos. Hace más de cuarenta años Ablewhite (1971) ya advertía de los problemas que se derivaban del aprendizaje de las operaciones básicas. Pocos años más tarde la aparición de las calculadoras hizo que comenzara a cuestionarse la enseñanza de los algoritmos tradicionales y su papel en la escuela (Barba y Calvo, 2011) y desde entonces han sido muy numerosos los autores que han escrito sobre el poco sentido pedagógico que los algoritmos tradicionales tienen en la actualidad (Martínez, 2011).

Barba y Calvo (2011) justifican de forma convincente el poco porvenir que tienen los algoritmos tradicionales de cálculo basándose en tres preguntas que han sido formuladas históricamente:

- ¿Cuánto tiempo hace que no ve a alguien resolviendo una división por dos cifras con lápiz y papel? (Plunkett, 1979).
- ¿Cuál es la razón para continuar enseñando algoritmos en la escuela? (Maier, 1987)
- ¿Cómo es posible que dedicando tanto tiempo al aprendizaje de los algoritmos se obtengan resultados tan pobres? (De finales del siglo XX a la actualidad).

Stuard Plunkett cuestionaba el interés de enseñar a realizar operaciones complicadas en un momento en el que comenzaban a proliferar las calculadoras y en la vida real dejaban de realizarse los cálculos complicados con lápiz y papel. Por su parte, Eugene A. Maier acuñó el término *supervivencia escolar* para argumentar que los estudiantes necesitan aprender los algoritmos tradicionales no porque les sean útiles para la vida, sino porque le son necesarios para progresar y tener éxito en la escuela. La respuesta a la tercera pregunta puede deducirse del siguiente comentario de Lluís Segarra en una de sus conferencias: “Solamente existen tres colectivos que actualmente dividen por dos cifras utilizando el algoritmo estándar de lápiz y papel: los niños que cursan cuarto de Primaria, los maestros de cuarto de Primaria cuando enseñan o corrigen las tareas de sus alumnos y los padres de los alumnos de cuarto de Primaria cuando les ayudan con esas tareas”.

Ante esta realidad, tanto los referentes universales sobre educación matemática como los marcos normativos actuales de los países desarrollados, inciden en la importancia de fomentar en los escolares el desarrollo del denominado “sentido numérico” con un enfoque orientado hacia el desarrollo de la competencia matemática (García et al., 2011). Así por ejemplo, desde los *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (NCTM, 2003) se indica que las competencias incluidas en el bloque de numeración y cálculo deben permitir a todos los estudiantes que entiendan los números, las maneras de representarlos, las relaciones entre números y los sistemas de numeración, que capten el significado de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras y que calculen de manera fluida y hagan estimaciones razonables; mientras que el Real Decreto del Ministerio de Educación y Ciencia del estado español por el que se establece el curriculum y se regula la ordenación de la Educación Primaria establece, entre otras cosas, que el objetivo fundamental del Bloque I sobre Números y Operaciones es “conseguir el dominio reflexivo de las relaciones numéricas que se pueden expresar en capacidades como: habilidad para descomponer números de forma natural, comprender la estructura del sistema de numeración decimal, utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar cálculos mentales y razonados” (BOE, 2007, p. 31555), y que “interesa principalmente la habilidad para el cálculo con diferentes procedimientos y la decisión en cada caso sobre el que sea más adecuado”. A lo largo de la etapa, se pretende que el alumnado calcule con fluidez y haga estimaciones razonables, tratando de lograr un equilibrio entre

comprensión conceptual y competencia en el cálculo” (BOE, 2007, p. 31555-31556).

Sin embargo, a pesar de que todos los referentes coinciden en que es necesario un cambio metodológico en el abordaje del cálculo en la Educación Primaria, en la práctica totalidad de las escuelas, incluso en las más innovadoras, todavía se sigue enseñando a calcular por medio de los algoritmos tradicionales, empleando para ello las trasnochadas técnicas asociacionistas consistentes en repetir y repetir rutinas que ocupan la mayor parte del aprendizaje matemático de los estudiantes y que más tarde apenas utilizarán. Basta rebuscar un poco en las clases, en las casas o en las mochilas de los estudiantes para encontrar los cuadernos de cálculo en los que los alumnos repiten y repiten cálculos absurdos. No obstante, es fácil comprender las razones para que exista una resistencia al cambio. Entre otras podemos citar:

1. La tendencia natural a reproducir los modelos metodológicos que hemos vivido como estudiantes y más tarde como maestros y maestras.
2. La presión profesional, social y familiar que nos empuja a seguir enseñando a calcular como se ha hecho toda la vida.
3. La falta de iniciativas sólidas de formación del profesorado desde las administraciones públicas coherentes con la normativa curricular que se propone.
4. La escasez de modelos metodológicos y de materiales didácticos suficientemente asequibles para el profesorado y también para el alumnado que faciliten la adaptación a otras alternativas metodológicas más actuales.

Sin embargo, estamos convencidos de que nos encontramos ante una situación paradigmática y de que empiezan a darse las condiciones ineludibles para que el cambio metodológico empiece a producirse, aunque previsiblemente este se lleve a cabo de forma natural y paulatina.

2. Algunos modelos a seguir

¿Pero cómo podría hoy día un maestro o maestra o, mejor un colegio, lanzarse a la aventura de afrontar metodológicamente el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas de una manera distinta a la tradicional y adecuada a los tiempos que corren?

Sin duda lo ideal sería que las administraciones educativas fuesen las que marcaran los hitos a seguir ofreciendo las herramientas necesarias para el cambio metodológico (marco curricular, formación inicial y permanente del profesorado, materiales didácticos, etc.). En algunos países de nuestro entorno ya se vienen dando pasos

decisivos en este sentido desde hace años con muy buenos resultados y los modelos que se han ido construyendo podrían servirnos de referencia. Un buen ejemplo a seguir es el caso holandés, seguido en otros países del entorno europeo (Heuvel-Panhuizen, 2000). Sin embargo, resulta utópico esperar que todo nos llegue argumentado, impuesto y pautado desde el propio sistema educativo. Históricamente está demostrado que los cambios metodológicos parten de las propias experiencias que se sustentan en las investigaciones educativas.

Buenos ejemplos a seguir tomados de nuestro entorno más cercano pueden ser las experiencias basadas en *aritmética mental* auspiciadas por David Barba y Cecilia Calvo en Cataluña; el caso del CEIP Aguamansa de La Orotava (Tenerife), basado en el uso didáctico de la calculadora y el fomento del cálculo mental, exportado a otros centros canarios y peninsulares, o la metodología basada en algoritmos abiertos basados en números (en adelante ABN), ideada por Jaime Martínez Montero, puesta en marcha inicialmente en varios centros de la provincia de Cádiz y actualmente en prometedora fase de expansión dentro y fuera de Andalucía e incluso en Sudamérica y Europa (véase Barba y Calvo, 2011; Iglesias y Martín, 2011; Martínez, 2011). Todas estas alternativas metodológicas parten de los mismos objetivos y comparten planteamientos como:

- Se basan en un conocimiento profundo del sistema de numeración decimal.
- En todo momento se trabaja con números y no con cifras.
- Se utilizan constantemente las propiedades de las operaciones.
- Los cálculos se realizan de forma variada por lo que se adaptan a la diversidad del alumnado.
- Los cálculos toman su sentido a partir de situaciones problemáticas.

Convencidos de la necesidad de un cambio metodológico radical en lo relativo al tratamiento de la aritmética en Primaria y de la importancia de abordar este cambio desde la formación inicial de los futuros maestros y maestras, tras realizar algunas investigaciones previas, el profesorado del área de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Córdoba viene apostando desde hace dos cursos académicos por la enseñanza de los algoritmos ABN desde la asignatura “Didáctica de las operaciones numéricas y de la medida”, de 2º curso del Grado de Magisterio de Educación Primaria. La decisión de apostar por esta metodología partió de una dinámica de investigación-acción colaborativa en la que vienen participando profesorado de Primaria de 23 colegios de Córdoba, asesores de formación del CEP Luisa Revuelta de Córdoba y el

profesorado del área de Didáctica de la Matemática de la UCO como consecuencia de la inquietud compartida sobre el tema, el conocimiento del éxito metodológico en los primeros años de implementación, la posibilidad de tener acceso a la formación continua necesaria y la existencia de suficientes referentes didácticos (Bracho, Maz, Jiménez y García, 2011).

3. Algoritmos Abiertos Basados en Números

Esta nueva metodología de cálculo ha sido creada por Jaime Martínez Montero, cuya preocupación por las dificultades de aprendizaje del cálculo en la Educación Primaria arranca en 1995 con su tesis doctoral, en la que analiza las dificultades de aprendizaje de los estudiantes ante los problemas aritméticos y propone un enfoque complementario. Desde entonces ha publicado bastantes trabajos mientras que paralelamente ha ido ideando su alternativa metodológica y poniéndola en práctica en colegios desde 2005 (Martínez, 2000, 2001, 2008, 2010, 2011, 2012, entre otros).

La denominación de algoritmos “ABN” hace referencia a:

- “A” de “abierto” en el sentido de que, frente a los algoritmos tradicionales que solo permiten una única forma cerrada de actuar, este tipo de algoritmos dan libertad a los alumnos para que resuelvan cada cálculo de la manera que les parezca más comprensible.
- “BN” de “basados en números”, de forma que los alumnos trabajan teniendo en cuenta todo el significado de los números componiendo y descomponiendo unidades, decenas y centenas, mientras que en los algoritmos tradicionales se actúa sobre cada cifra por separado y siempre se les aplica el mismo tratamiento independientemente del lugar que ocupen con lo que se pierde el significado de las unidades, decenas, centenas, etc.

En la conferencia se presentará el tratamiento de las cuatro operaciones básicas a base de ejemplificaciones y nos *asomaremos* a las aulas a través de vídeos demostrativos. En este documento, a modo de ejemplo, se presenta muy brevemente la manera en que se aborda con algoritmos ABN la suma y la división:

La suma de la **Figura 1** ha sido realizada por un niño de seis años al final del primer trimestre de 1º. Téngase en cuenta que lo normal en ese momento es estar introduciendo la tercera decena y la suma de dos sumandos con llevada no se suele abordar hasta finales de 1º, mientras que con tres sumandos suele verse ya en 2º. En el ejemplo se observa cómo se entiende la suma como “reunión de cantidades” y, en este caso, el

chico decide añadir los dos primeros sumandos al tercero, probablemente por tratarse del mayor. En un primer paso le suma a 34 dos decenas del 25, luego suma al resultado dos decenas de 28 y por último suma 5 y luego 8.

Calcula:

	25	+28	+34
20	5	28	34
24	5	8	29
5	0	8	19
8	0	0	87

$25 + 28 + 34 = 87$

Figura 1. Suma ABN

DIVIDENDO	DIVIDENDO RESULTANTE	COCIENTES PARCIALES
		6
7899	6000	1000
1899	1800	300
99	60	10
39	36	6
3		
7896 : 6 =		1316

Figura 2. División ABN

La división se presenta como un intuitivo reparto. En la división de la Figura 2 se van tomando del dividendo las cantidades que se encuentran fáciles de repartir (2ª columna) y realizando los cocientes parciales. En la 1ª columna se van dejando las cantidades que quedan por repartir. El cociente es la suma de los cocientes parciales y el resto la cantidad que ya no es posible repartir.

Para terminar esta sección se presentarán algunos resultados sobre el impacto escolar de los algoritmos ABN en alumnos de primer ciclo de Educación Primaria.

4. Debate final

La presentación finalizará con la confesión del supuesto calculador reconociendo que los espectaculares cálculos iniciales no fueron más que trucos que se explicarán y justificarán matemáticamente.

Por último, se iniciará un debate dinamizado y moderado sobre el tema expuesto que será ilustrado mediante transcripciones grabadas de las opiniones de alumnos de formación inicial en un grupo de discusión celebrado el pasado curso, una vez que se había terminado el tratamiento de los algoritmos ABN en la asignatura.

5. Bibliografía

- Barba, D. y Calvo, C. (2011). Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. En J. E. García y J.L. Álvarez (Eds.), *Elementos y razonamientos en la competencia matemática* (pp. 47- 78). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- BOE (2007). Orden 2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículum y se regula la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, 31487-31566.

- Bracho, R. (2001). *El Gancho Matemático*. Granada. Port Royal.
- Bracho, R., Maz, A., Jiménez, N. y García, T. (2011). Formación del profesorado en el uso de materiales manipulativos para el desarrollo del sentido numérico. *UNIÓN*, 28, 41-60.
- García, T.; Bracho, R.; Maz, A.; Lucena, M.; Hidalgo, M.D.; Adrián, C., y Jiménez, N. (2011). Una comunidad de investigación orientada al aprovechamiento de recursos didácticos para el desarrollo del sentido numérico en niños y niñas de primer ciclo de Educación Primaria. En J.L. Lupiáñez, M.C. Cañadas, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática* (pp. 113-121). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Heuvel-Panhuizen, M. V. D. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Instituto Freudenthal (CD-ROM). Utrecht: ICME9, Universidad de Utrecht.
- Iglesias, J. M. y Martín A.R. (2011). Algorismes personals per al desenvolupament del càlcul mental: una experiència real. *Perspectiva escolar*, 355, 46-53.
- Maier, E. A. (1987). Basic Mathematical Skills or School Survival Skills? Editorial de la revista *Teaching Children Mathematics* (Sep 1987).
- Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63 (4), 95-110.
- Martínez Montero, J. (2000). Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI. Bilbao: CISS-Praxis.
- Martínez Montero, J. (2001). Los efectos no deseado (y devastadores) de los métodos tradicionales de aprendizaje de la numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas. *Epsilon*, 49. Pp. 13-26.
- Martínez Montero, J. (2008). Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2010). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63 (4). Pp. 95-110.
- Martínez Montero, J. (2012). La atención a la diversidad en el área de las matemáticas. Enfoque metodológico y curricular. Servicio de inspección educativa. Cádiz.
- NCTM (2003): Principios y Estándares para la Educación Matemática. Granada. SAEM THALES y NCTM.
- Plunkett, S. (1979) Decomposition and All That Rot. *Mathematics in School*, v.8, n.3, p. 2-5.