COMO LOS ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS UTILIZAN LA CONJUNCIÓN Y LA DISYUNCIÓN INCLUSIVA

Rodolfo D`Andrea, Patricia Sastre Vázquez

Pontificia Universidad Católica Argentina, Facultad de Química e Ingeniería del Rosario.

Universidad Nacional del Centro de la Provincia. de Buenos Aires, Facultad de Agronomía, Azul. Argentina

rodolfoedandrea@yahoo.com.ar, pasava2001@yahoo.com.ar

Resumen

El retraso del pensamiento formal de los estudiantes universitarios constituye un obstáculo para la comprensión y uso de la conjunción y la disyunción inclusiva. El objetivo de este trabajo apunta a un análisis del desempeño de estudiantes universitarios de ingeniería con estos conectores lógicos. Se les propuso un grupo de ejercicios a una muestra con el objeto de analizar su desempeño en el uso de estos conectores y su correlato conjuntista. Los resultados muestran que la mayor parte exhibe confusión ante la aparición de estos conectores. Los estudiantes manifiestan desconocer su funcionamiento, y no haber sido formados en su conocimiento.

Introducción

El retraso del pensamiento formal en el estudiante posmoderno es un fenómeno a nivel mundial debido a la fuerza arrasadora que impuso la resolución de problemas en el ciclo medio en el área de Matemática. Tal metodología se enfoca hacia lo procedimental, y si bien ofrece importantes ventajas, acarrea en su generalidad la supresión del método axiomático, limitándose a la resolución de problemas sin el debido sustento teórico y en muchos casos esta tendencia se interpreta como la resolución repetitiva de ejercicios de aplicación de algoritmos. Esto impide el acceso a la construcción y validación de formas proposicionales tales como la conjunción y la disyunción inclusiva, las que constituyen la piedra angular de la construcción del lenguaje Matemático. Esta construcción no solo es determinante para la resolución de problemas y la extrapolación al lenguaje algebraico sino para la comprensión de estructuras conceptuales y propiedades asociadas, lo que requiere de un proceso de validación que hace a la epistemología de la Matemática.

El objetivo de este trabajo apunta a un análisis cualitativo del manejo de la conjunción y disyunción inclusiva realizado por los estudiantes ingresantes universitarios de Ingeniería. La evaluación del manejo, apunta no ya estrictamente a cuestiones de establecer el valor de verdad, sino al desempeño de los estudiantes cuando determinan por extensión a los conjuntos expresados por comprensión, donde la función proposicional que caracteriza a sus elementos involucra a las operaciones lógicas mencionadas.

Marco teórico

Considerando a la Ciencia Matemática como una manifestación semiótica (Radford, 1997), resulta que los elementos que le son propios a esta Ciencia en su dominio conceptual, generan significados sintácticos y semánticos en un lenguaje simbólico, el cual podría considerarse equivalente al lenguaje natural de un individuo. Los estudiantes no transponen automáticamente el lenguaje natural que utilizan habitualmente, al sistema de escritura matemática. Esta característica particular hace que el lenguaje matemático genere dificultades en la comprensión de los conceptos matemáticos, en la forma en como éstos se relacionan y en el uso de los mismos en la resolución de problemas. Es de destacar la importancia que representa el lenguaje para la educación en general y, más específicamente en el área de matemática, debido a que la comprensión del mismo les va a permitir a los estudiantes, entender e interpretar el código utilizado por el docente, en el desarrollo de una clase, en un texto o cualquier otro material educativo. El lenguaje se manifiesta como un instrumento esencial en la formación de conceptos y procedimientos matemáticos. Éste no sólo cumple la función comunicativa cuya única finalidad es llevar a buen término el entendimiento entre profesor y estudiante, sino que debe pensarse como un entorno de análisis y optimización de la actividad matemática. En base a todo lo postulado precedentemente, debe destacarse que estrictamente desde la perspectiva de la comunicación, la característica más importante de la Matemática es su lenguaje riguroso. Este lenguaje riguroso, está ligado al hecho de que sus objetos son entes abstractos cuyas representaciones están determinadas tanto por la semiótica como por la noética (Duval, 1998) y por lo tanto las relaciones de los símbolos y signos dependen del dominio conceptual en el que se encuentren. Duval (1998) expresa que el uso de distintas representaciones es esencial en el desarrollo del pensamiento y en la producción de conocimiento. Diferentes investigadores apoyan esta idea y manifiestan que llegar a comprender un concepto matemático implica realizar procesos de conversión entre diferentes registros de representación, manifestados por la posibilidad de movilización y de articulación entre los mismos (Rico, 2000).

Las expresiones matemáticas por sencillas que sean, en definitiva, son registros semióticos que determinan significados (semántica), sin importar la forma en la que están representadas (sintaxis). Éstos significados están mediados por conceptos fundamentales que son la base de la construcción del saber matemático, y aquí está la clave de tal construcción: en la accesibilidad del sujeto de aprendizaje a ese lenguaje y la conversión entre el lenguaje natural y el lenguaje propio de la Ciencia Matemática.

Marcipar Katz (2001) al plantear la matemática como lenguaje, identifica y determina los siguientes supuestos subyacentes:

1. El lenguaje utilizado en Matemática no sólo es una expresión en la que se "*comunican*" los conceptos sino que es a través de este con el que se construye el concepto mismo.
2. Uno de los factores que intervienen en la crisis del aprendizaje matemático es la manera en que los docentes comunican los contenidos matemáticos, debido al empleo del difundido lenguaje autosuficiente y formal.

3. El lenguaje autosuficiente y formal conlleva a que la Matemática aparezca hoy como una disciplina extremadamente abstracta, extremadamente pura, que escapa totalmente (o casi) a los condicionamientos sociales.
4. El conocimiento matemático está íntimamente ligado a las habilidades lingüísticas matemáticas.

La resolución de problemas matemáticos o el desempeño de un estudiante frente a procesos de validación depende en principio de la comprensión del enunciado y luego de la conversión de las informaciones que se presentan: se debe pasar de una descripción discursiva de los objetos a una escritura simbólica (numérica o literal) de sus relaciones, es decir, a un modelo simbólico de la situación. No debe pensarse que este pasaje es automático y directo y que el estudiante, incluso pudiendo trabajar eficazmente en los registros de partida y de llegada efectuando tratamientos de las representaciones, por separado, será capaz de lograr la conversión entre ambos registros. Una parte importante de las dificultades de los estudiantes ante la resolución de problemas se debe a no poder dar "*el primer paso*", el que se considera básico y fundamental, que es la lectura comprensiva del enunciado del problema, su interpretación acabada, que es la base sobre la cual deberá construirse la posterior resolución, que también puede presentar problemas, pero de otro tipo. (Sastre Vázquez, P., Boubeé, C.; Rey, G. y Delorenzi, O, 2008)

Esta acción latente del sujeto de aprendizaje de querer y no poder dar "*el primer paso*" se hace extensiva en su reacción frente a procesos de validación. Entre las numerosas dificultades con que ingresan los estudiantes a la Universidad, se destaca la incapacidad para expresar sus conocimientos y sus ideas comunes, en el lenguaje corriente. Los estudiantes no son capaces de redactar en forma conexa, desconocen en general los sinónimos y emplean un vocabulario carente de claridad y precisión. La construcción del lenguaje matemático requiere del establecimiento de un andamiaje simbólico y la comprensión de este, el que se sostiene sobre los conectivos lógicos que generan las operaciones proposicionales esenciales tales como: negación; conjunción; disyunción inclusiva y exclusiva; implicación o condicional y doble implicación o bicondicional.

La comprensión, adquisición y apropiación de la conjunción y disyunción inclusiva constituyen la piedra angular de la construcción de las restantes operaciones lógicas. La manipulación de estas estructuras, permiten al sujeto de aprendizaje la construcción de estructuras conceptuales que interpenetran todas las ramas de la Matemática. Este trabajo se concretó considerando como antecedente a D´Andrea (2013) quién realizó un diagnóstico, el cual generó una serie de estrategias didácticas direccionadas a la sedimentación de estructuras lógico-matemáticas, cuyo desconocimiento dificulta el acceso al lenguaje propio de la Ciencia Matemática.

D´Andrea (2013) concluye que en general la conjunción es comprendida cuando todas las componentes son verdaderas, o en menor grado, falsas. Esto está de acuerdo al principio de la verdad (Johnson–Laird, 2001). Este principio describe la tendencia del sujeto a representar los casos verdaderos más que los falsos. En un primer nivel (o representación inicial), las personas se representan inicialmente mediante modelos, las posibilidades verdaderas dejando para hacer explícitas en un momento posterior el resto de la información.

Los estudiantes suelen confundir a la conjunción con la disyunción inclusiva. Pero la confusión radica en el aspecto dual de la disyunción inclusiva, que según el contexto puede funcionar como conjunción. Particularmente los estudiantes niegan esta dualidad y para ellos, la disyunción inclusiva funciona como una opción y a su vez, esta confusión se extrapola a la disyunción exclusiva, estructura que es comprendida regularmente cuando es presentada de forma independiente de la disyunción inclusiva. Precisamente, la disyunción exclusiva es cotidianamente más usual y mucho más 'real' que la disyunción inclusiva de modo que el sujeto es capaz de distinguir la verdad o falsedad en cualquier caso que se le presente ya que es por demás de elocuente y representativa.

Trabajos de campo

El trabajo fue realizado con estudiantes de la Facultad de Química e Ingeniería del Rosario de PUCA: Pontificia Universidad Católica Argentina, Campus Rosario en Rosario, provincia de Santa Fe, Argentina. Se consideró un grupo mixto de 50 estudiantes ingresantes a Ingeniería del turno mañana provenientes de dos especialidades diferentes: Ingeniería Industrial e Ingeniería Ambiental que utilizan Matemática como herramienta. El grupo fue examinado con el objeto de analizar el conocimiento intuitivo de las estructuras lógicas antes mencionadas y su correlato correspondiente en el Álgebra conjuntista. La convocatoria para la realización del trabajo de campo fue voluntaria, la única condición para presentarse era tener aprobado el curso propedéutico y no tener la carga adicional de un trabajo. En el grupo había igual número de varones que de mujeres. El trabajo fue realizado durante el segundo mes de clases del primer cuatrimestre de la carrera de grado elegida por los estudiantes. Este trabajo de campo consistió en una serie de ejercicios sobre Cálculo con desigualdades. Este tipo de ejercicios no consistió en lo tradicionalmente esperado, sino que se solicitó la determinación de conjuntos por extensión, que se encontraban expresados por comprensión. Dicha determinación requería la manipulación de desigualdades conectadas por operaciones lógicas, lo que podía revelar como el sujeto de aprendizaje comprendía tal operación y como la vinculaba con operaciones conjuntistas implícitas en tal simbolización. Este se complementó con una encuesta realizada a estos mismos estudiantes y con otra encuesta sobre cuestiones vinculadas realizada a todos los docentes de matemática pura de la institución en que se llevaron a cabo los trabajos mencionados.

Ejercicios para los estudiantes

Debe destacarse que se no se consideraron los símbolos: $\leq \;\; o \;\; \geq$ de forma de evitar que el estudiante se concentrase en otros símbolos. Lo que fundamentalmente se persiguió fue ver la manipulación de los estudiantes frente a la conjunción y la disyunción sin generar distracciones pensando en otros símbolos.
Determinar cada uno de los siguientes conjuntos por extensión:

1. $A = \{x \in N / x > 5 \wedge x < 10\}$; 2. $B = \{x \in N / x > 5 \vee x < 10\}$
3. $C = \{x \in N / x < 5 \wedge x > 10\}$; 4. $D = \{x \in N / x < 5 \vee x > 10\}$

Encuesta para los estudiantes

1. Realizaste los ejercicios porque: ¿Conoces realmente el funcionamiento del símbolo que une las desigualdades que aparecen respectivamente en A y B; C y D respectivamente, o los realizaste obedeciendo a la intuición?
2. ¿Has recibido alguna formación o información específica durante algún curso de Matemática respecto al funcionamiento de los símbolos que aparecen en A y B; C y D, respectivamente?

Encuesta para los docentes

Las preguntas de los docentes fueron realizadas de la siguiente manera: la primera de las dos preguntas fue efectuada a los cinco docentes de los cursos iniciales de Matemática de la institución escogida para la realización de este trabajo experimental, mientras que la segunda pregunta fue realizadas a la totalidad de docentes de Matemática de la misma institución antes mencionada.

1. Específicamente, ¿Ud. Ha instruido a sus estudiantes en cuanto al manejo de la conjunción y disyunción inclusiva (y – o)?
2. En el desarrollo de su asignatura, ¿Ud. Recurre frecuentemente a la simbolización o tiende a utilizar con mayor frecuencia al lenguaje coloquial en la formulación de definiciones, proposiciones y teoremas?

Resultados

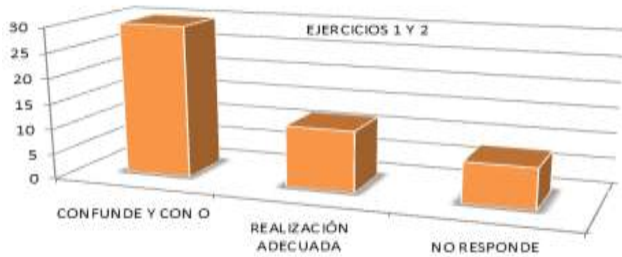
Ejercicios para los estudiantes

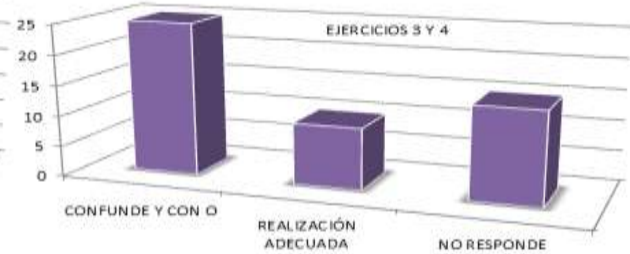
Ejercicios 1 y 2. Los resultados fueron agrupados en las siguientes categorías:

Los estudiantes obtuvieron el mismo resultado en los ejercicios 1 y 2: Operaron como si se tratara de una intersección, confundiendo la conjunción con la disyunción inclusiva: 60%
Los estudiantes obtuvieron el resultado requerido en ambos ejercicios: 24%
Los estudiantes no realizaron los ejercicios: 8 estudiantes: 16%

Ejercicios 3 y 4. Los resultados fueron agrupados en las siguientes categorías:

Los estudiantes obtuvieron el mismo resultado en los ejercicios 1 y 2: Operaron como si se tratara de una intersección, confundiendo la conjunción con la disyunción inclusiva: 50%
Los estudiantes obtuvieron el resultado requerido en ambos ejercicios: 20%
Los estudiantes no realizaron los ejercicios: 30%





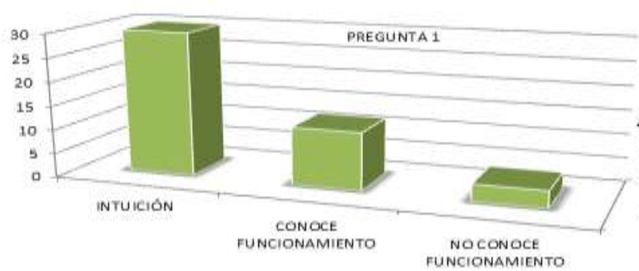
Encuestas para los estudiantes

Pregunta 1. Los resultados se agruparon en las siguientes categorías:

Lo hizo por intuición, pero sin un conocimiento concreto: 60%
Conoce el comportamiento de los conectores lógicos: 24%
No conocen el comportamiento de los conectores lógicos: 16%

Pregunta 2. Los resultados se agruparon en las siguientes categorías:

No he recibido: 76%
He recibido: 24%



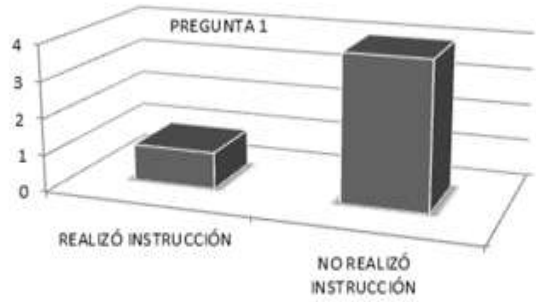
Encuesta para los docentes

Pregunta 1. Los resultados se agruparon en las siguientes categorías:

Realizó instrucción: 20%
No Realizó instrucción: 80%

Pregunta 2. Los resultados se agruparon en las siguientes categorías:

Utiliza lenguaje matemático: 12%
Evita demasiada simbolización: 88%



Conclusiones

Los resultados muestran claramente que la mayor parte de la muestra de estudiantes analizada exhibe confusión ante la aparición de la conjunción y la disyunción inclusiva. Esto está íntimamente ligado a que ellos aluden desconocer su funcionamiento, y más aún, tienen claridad que nadie les dio información ni formación sobre estos conectores.

Los docentes de los cursos básicos de Matemática manifiestan no realizar instrucción alguna a los estudiantes sobre el mecanismo de trabajo de la conjunción y la disyunción inclusiva en su casi totalidad, mientras que la casi totalidad de los docentes poco utilizan el lenguaje matemático en todas sus facetas, evitando la simbolización y recurriendo al lenguaje matemático que si bien es importante, es necesario que el estudiante haga un ejercicio de abstracción para un intercambio de registros semióticos del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa.

El análisis de los datos obtenidos, permitió la realización de un diagnóstico acerca de las acciones docentes y sus consecuencias en los estudiantes, además de mostrar obstáculos propios de los estudiantes que son independientes de las acciones mencionadas. De los resultados presentados surge la necesidad de establecer estrategias didácticas que apunten a la incorporación en los contenidos de estructuras lógico– matemáticas, cuyo desconocimiento dificulta el acceso al lenguaje que le es propio a esta Ciencia. Tales estrategias deben estar guiadas por la necesidad imperiosa de incorporar a los contenidos habituales de Cálculo y Álgebra para Carreras de Ingeniería, de nociones de lógica simbólica de forma de habituar al estudiante en el manejo del lenguaje matemático, y permitirle a este el conocimiento del funcionamiento de cada una de las operaciones lógicas.

Asimismo, es necesario conocer las concepciones de los profesores ya que éstas, implícita o explícitamente, se trasmiten en el aula, formando parte a menudo del denominado *curriculum* oculto. Si se extrapola esto a la Ciencia Matemática, habría que indagar concepciones acerca de esta Ciencia, la epistemología de la misma y que papel jugó en sus Carreras como estudiantes, ya que las vivencias también influyen. Es de esperar que, si tales vivencias no fueron lo suficientemente abarcativas para mostrar a la Ciencia Matemática desde su epistemología adecuadamente, es casi imposible que esto sea extrapolado a los estudiantes. Si bien la muestra analizada es eso, simplemente una muestra, se abre la brecha para futuras investigaciones y análisis acerca de esta problemática.

Si se vuelven a considerar los supuestos de Marcipar Katz (2001), y se particularizan a los resultados obtenidos, se pueden establecer estos supuestos, en base al trabajo realizado.

1) Si el lenguaje es el medio a través del cual se construye el concepto en Matemática, y este, no está del todo presente, ¿Cómo realmente puede construirse un andamiaje conceptual que se articule con la epistemología propia de esta Ciencia?
2) Si los docentes comunican sus contenidos utilizando el lenguaje natural y evitando lo más posible, la simbología propia de la Ciencia Matemática, ¿Qué clase de comunicación puede transmitirse al estudiante en el ámbito áulico?
3) El tercer supuesto para este caso analizado, carece de sentido, porque es el extremo opuesto a lo postulado por este investigador. Es el otro extremo que debe evitarse.
4) La necesidad de los estudiantes de una formación que requieren en ciertos contenidos específicos por parte de los docentes, que no imparten o por desconocimiento, o por comodidad o por alguna otra razón que escapa al análisis planteado por esta investigación.

Adúriz-Bravo (2001) considera esencial que el profesor de Ciencias no solo debe conocer de la ciencia que enseña sino también sobre la Ciencia. Esta expresión 'sobre la ciencia' implícitamente hace referencia a la epistemología de la ciencia que este dicta además del lenguaje que se encuentra implícito. La formación del profesorado y las ideas previas que traen implícitamente mientras son estudiantes influyen notablemente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes y el conocimiento que estos requieren en el área de Matemática en cuánto al lenguaje y su epistemología. Los trabajos de investigación de Adúriz-Bravo (2001) instalan la relevancia de considerar las concepciones que los docentes tienen sobre la ciencia, pues ello permitiría favorecer cambios en la perspectiva de enseñanza de la misma.

Referencias bibliográficas

Adúriz–Bravo, A. (2001) *Integración de la epistemología en la formación del profesorado de ciencias*. Tesis de Doctorado, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra: España.

D´Andrea, R.E. (2013). Intuición, comprensión y repercusión de la conjunción y disyunción en el ingresante universitario a carreras en ciencias naturales e ingenierías. *Congreso Virtual de Enseñanza de las Matemáticas.* Nesterova, Ulloa, Pantoja. (coords.). Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería. Universidad de Gualadajara. México: Editorial Universitaria.. Volumen 2, pp. 275 – 292

Duval R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, ULP, IREM Strasbourg. 5, 37-65.

Johnson–Laird, P.N. (2001). Mental models and deduction. *Trends in Cognitive Science, 5*, 435 – 442.

Marcipar Katz, S. (2001). *Capacitación Docente en Matemática: Integración de métodos para reflexionar sobre un caso*. Tesis de Maestría. Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe. Argentina.

Radford, L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the teaching of Mathematics: Toward a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the learning of Mathematics. 17 (1)*, 26-33.

Rico, L. (2000). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática*. IV Simposio SEIEM. Huelva. España.

Sastre Vázquez, P, Carolina B.,Rey, G. y Delorenzi, O. (2008) La comprensión: proceso lingüístico y matemático. *Revista Iberoamericana de Educación n.º 46*, pp 8 – 15