

CB-367

## CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM RÉGUA E COMPASSO: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Elisa Daminelli  
daminelli.elisa@gmail.com  
IFRS Campus Osório - Brasil

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario o Bachillerato (16 a 18 años)

Palabras clave: Geometria – Ensino Médio – Cenários para Investigação – Modelagem Matemática.

### Resumen

*Este relato apresenta uma experiência de ensino de Geometria desenvolvida com estudantes do Ensino Médio Integrado do IFRS Campus Osório. De forma geral, os estudantes possuem pouco conhecimento nessa área. Um levantamento prévio, realizado com estudantes das turmas que participaram da atividade, identificou que a maioria desconhece conceitos básicos de Geometria, e ainda muitos relataram que não tiveram contato com Geometria durante o ensino fundamental. Diante disso, buscou-se realizar uma experiência de ensino com o objetivo de ampliar e desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes, partindo de situações investigativas e com auxílio de materiais de desenho como régua, transferidor e compasso. Os estudantes eram desafiados a realizar construções geométricas e deduzir propriedades, definições e conceitos. Utilizou-se como referencial teórico metodológico os Cenários para investigação de Skovsmose e a Modelagem Matemática na concepção de Barbosa. Como forma de avaliação buscou-se valorizar a participação e a produção individual ou coletiva em sala de aula. Verificou-se que os estudantes envolveram-se nas atividades propostas e sentiram-se desafiados e motivados, o que corrobora o fato de que a proposta desenvolvida pode contribuir para melhorar o ensino de Geometria.*

### Introdução

O ensino de Geometria, de forma geral, é pautado no uso de fórmulas, mais especificamente direcionado para os cálculos de área e perímetros quando se trata do Ensino Fundamental. Um levantamento realizado com os estudantes, que ingressaram no Ensino Médio Integrado no IFRS campus Osório em 2013, constatou que a maioria desconhecia conceitos básicos de Geometria, inclusive conceitos como de área e perímetro. Para alguns estudantes a Geometria não fez parte do ensino de Matemática durante o Ensino Fundamental.

Paralelo a essa questão, a Geometria no Ensino Médio parece seguir um padrão no qual se abordam questões relacionadas ao cálculo de áreas e volumes, especialmente de alguns sólidos geométricos, como prismas, pirâmides, cilindro, cone e esfera. Além disso, a previsão de conteúdos relacionados à Geometria se restringe em um determinado período do curso, tornando difícil fazer escolhas sobre quais conceitos e aspectos da Geometria devem ser priorizados durante o Ensino Médio.

As dificuldades apresentadas pelos estudantes em relação ao tema motivaram a busca por uma proposta de ensino que contemplasse parte do conhecimento de Geometria plana, que em geral não é trabalhada em sala de aula no Ensino Médio, mas que, conforme observado pelo levantamento realizado, era um tema pouco conhecido pelos estudantes.

A proposta contemplou conceitos relacionados aos triângulos, sua classificação quanto às medidas dos lados e ângulos, mediatriz, bissetriz, mediana e altura, e os pontos notáveis baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro. Devido ao pouco tempo que poderia ser destinado para esta atividade, em virtude da necessidade de cumprir o cronograma e o programa de conteúdos estabelecido para o curso, não foi possível explorar outros conceitos geométricos, com outras figuras e suas propriedades.

Destacamos que a proposta atingiu os objetivos propostos, visto que houve interesse e motivação dos estudantes em sua participação. Portanto, consideramos que a proposta pode ser implementada para desenvolver outras atividades, inclusive para a abordagem de outros conceitos da Geometria plana.

### **Fundamentação Teórica**

O ensino de Matemática, no seu modo mais tradicional, segue uma ordem específica, na qual o professor apresenta os conceitos, explica sua aplicação e resolve alguns exemplos para que, em seguida, os estudantes resolvam uma sequência de exercícios semelhantes. Segundo Skovsmose (2008) essa é a prática tradicional no ensino de Matemática, a qual ele denomina de paradigma do exercício.

Skovsmose (2008) apresenta uma nova proposta para o Ensino de Matemática, o qual ele denominou de Cenários para investigação. Nessa perspectiva, o ensino de Matemática busca dialogar com os estudantes, propondo situações de investigação, que instiguem a curiosidade

e permitam o debate e a argumentação, para, a partir disso, construir o conhecimento matemático.

Na concepção de Skovsmose (2008) os exercícios não deixam de ser importantes, nem devem ser abandonados, mas para o autor é preciso aliar a prática dos exercícios com outras propostas e metodologias. Nesse sentido, o autor apresenta uma matriz de referência com seis Ambientes de Aprendizagem, conforme figura a seguir:

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Figura 1: Ambientes de Aprendizagem<sup>22</sup>

Skovsmose (2008) indica três tipos de referências que podem ser abordadas tanto no paradigma do exercício quanto em Cenários para investigação. Os ambientes (1), (3) e (5) são definidos pelo autor como paradigma do exercício. Portanto, se enquadram na proposta tradicional de ensino de Matemática. O que pode apresentar diferenças entre esses três ambientes é o tipo de referência utilizada, no caso das referências à Matemática pura são atividades que apresentam exercícios que envolvem apenas conceitos matemáticos, como cálculos de equações e demonstrações. Já em referências a semi-realidade é possível uma simulação de uma situação para aplicação de conceitos matemáticos, enquanto as referências à realidade indicam a presença de problemas reais que são resolvidos com auxílio da Matemática.

Essas referências permanecem as mesmas quando se transfere as atividades do paradigma do exercício para a proposta de Cenários para investigação. O que muda essencialmente é a forma como a atividade é conduzida. Na proposta de cenários para investigação a ideia não é aprender e treinar um algoritmo para resolução de problemas matemáticos, embora isso faça parte do processo. A proposta de Cenários para investigação é criar ambientes de aprendizagem que instiguem a curiosidade, que possibilitem a visualização de diversos

---

<sup>22</sup> Quadro utilizado por Skovsmose (2008) para representar os Ambientes de Aprendizagem.

cenários e pontos de vista a partir de uma mesma situação, seja ela da Matemática pura ou da realidade.

Portanto, a proposta de Cenários para investigação exige uma postura de mudança do professor em sala de aula, mais aberto ao diálogo e disposto a aceitar desafios e correr riscos. Aceitar desafios porque exige que o professor repense sua prática docente e que busque novas estratégias e metodologias para o ensino da Matemática, e correr riscos porque instigar a curiosidade e estimular a argumentação pode levar a situações de conflito ou mesmo conduzir para áreas de pouco conhecimento e domínio do professor.

No entanto, conforme Penteadó & Skovsmose (2008) os riscos trazem novas possibilidades e oportunidades de aprendizagem. Para os autores a tranquilidade da aula tradicional pode estabelecer uma zona de conforto, que nem sempre produz os melhores resultados na aprendizagem. Por outro lado, a zona de risco, mesmo que represente um pouco de perda de controle do professor sobre a situação, pode possibilitar aos alunos que façam novas descobertas através de experimentações.

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática torna-se aliada na proposta de Cenários para investigação. Na concepção de Barbosa (2001, p.6) a *“Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.”*

Para Barbosa (2004) o ambiente de modelagem está associado à problematização e à investigação. A modelagem permite inicialmente a elaboração de questões e indagações que poderão ser respondidas por meio de argumentações e reflexões envolvendo o conhecimento matemático. Neste contexto, a experiência de ensino relatada procurou embasar sua proposta nos referenciais de cenários para investigação e na concepção de modelagem como ambiente de aprendizagem.

## **Metodologia**

A proposta de atividade foi realizada em horário regular de aula, com 55 estudantes de duas turmas de Ensino Médio integrado do IFRS Campus Osório, durante cinco encontros no segundo semestre de 2015, totalizando 10 horas/aula de 50 minutos. O conteúdo de Geometria plana fazia parte dos tópicos a serem trabalhados no período letivo. Buscando novas formas de trabalhar os conceitos de Geometria, em consonância com os referenciais

apresentados, propomos aos estudantes que as atividades seriam realizadas em sala de aula, com uso de um caderno de desenho individual, e com auxílio de materiais de desenho, como régua, compassos e transferidor.

Além disso, também se propôs uma forma de avaliação diferente dos métodos tradicionais, que em geral usam provas e testes. A avaliação foi realizada a partir da participação em aula, das discussões e argumentações realizadas, e da produção do material próprio no caderno de desenho.

### **Relato das atividades**

A primeira atividade proposta aos estudantes foi a construção de quatro triângulos no caderno de desenho, com medidas variadas. A proposta tinha como objetivo discutir a condição de existência de um triângulo e também introduzir os critérios para classificação dos triângulos quanto às medidas dos lados e dos ângulos. O primeiro triângulo solicitado tinha medidas 3cm, 4cm e 5cm, sendo um triângulo retângulo e escaleno, com o qual os estudantes já tinham alguma familiaridade devido ao estudo do Teorema de Pitágoras.

O segundo triângulo tinha medidas 6cm, 6cm, e 6cm, sendo um triângulo equilátero e acutângulo. O terceiro triângulo tinha medidas 5cm, 5cm e 6cm, sendo um triângulo isósceles e acutângulo. E o último desenho com medidas 3cm, 2cm e 6cm, o qual não era possível construir um triângulo, pois o resultado da soma dos dois lados menores é menor que o terceiro lado do triângulo proposto ( $3 + 2 < 6$ ) o que contraria a condição de existência para triângulos.

Essa atividade foi importante inicialmente para que os estudantes pudessem manusear alguns instrumentos de medida, como régua e compasso. A construção do primeiro triângulo, que era retângulo, foi realizada de forma rápida pelos estudantes, por se tratar de uma figura já conhecida, inclusive pelas medidas que foram solicitadas, e nessa construção os estudantes utilizaram apenas régua. Para a construção dos outros triângulos, apresentamos o compasso como um instrumento auxiliar no processo, sendo utilizado para demarcar a distância de um vértice até outro do triângulo.

Os estudantes inicialmente mostraram-se resistentes ao uso do compasso, e insistiram em utilizar apenas a régua. No entanto, foram percebendo que a régua exigia uma habilidade de previsão sobre os lugares dos vértices, e quem nem sempre funcionava muito bem, pois na

hora de traçar o último lado do triângulo as medidas não conferiam com as indicadas. Essa situação possibilitou que os alunos percebessem que a utilização do compasso nessa atividade facilitava o trabalho e era mais precisa nos resultados do desenho.

Na construção do último desenho, os estudantes fizeram várias tentativas até compreender que não era possível construir um triângulo com aquelas medidas. Nesse momento, iniciou-se uma discussão acerca do assunto que levou os estudantes a refletirem quais as razões para que aquele desenho não pudesse ser construído, que diferenças existiam entre aquela proposta de triângulo e as anteriores, até que, por fim, chegassem a conclusão da condição de existência de triângulos.

Além dessa discussão sobre a condição de existência, outros debates foram realizados durante esta atividade. Discutimos o que significa ser um triângulo retângulo, e como posso garantir, a partir das medidas que o triângulo tem um ângulo reto. Essas questões levaram os estudantes a retomarem a ideia do Teorema de Pitágoras, tema já estudado por eles. Outras questões foram indagadas aos estudantes, para que pudessem refletir sobre as definições apresentadas para as classificações dos triângulos em relação às medidas de ângulo e lados. Perguntamos, por exemplo, se um triângulo pode ser isósceles e retângulo? Ou se um triângulo pode ser equilátero e retângulo? Essas questões possibilitaram que os estudantes refletissem sobre o significado de ser triângulo retângulo, triângulo equilátero ou escaleno, e exigiram que eles fizessem relações entre esses conceitos para analisar e responder as questões.

A segunda atividade proposta, dando continuidade ao tema inicial, estava relacionada aos pontos notáveis de um triângulo. Nessa atividade os estudantes foram desafiados a construir diferentes triângulos, nos quais deveriam encontrar, a partir das medianas, bissetrizes, mediatrizes e alturas, os pontos notáveis do triângulo: baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro. No caso do incentro e circuncentro os alunos foram desafiados a construir a partir destes pontos as circunferências inscritas e circunscritas no triângulo.

No caso do baricentro, informamos que este é o ponto de equilíbrio do triângulo e desafiamos os estudantes para que, depois de construir o triângulo e marcar o baricentro, recortassem a figura e tentassem equilibrá-la na ponta de um lápis ou caneta. Essa atividade motivou os estudantes, que ficaram curiosos para verificar se era realmente possível equilibrar o triângulo na ponta de um lápis ou caneta. Muitos fizeram inúmeras tentativas, e alguns

conseguiram atingir o objetivo proposto. A partir disso, discutimos porque nem todos conseguiram, e levantamos questões relacionadas à dificuldade na utilização dos instrumentos de desenho e também o grau de precisão na hora de fazer a construção. Outra atividade também realizada foi com o uso do geoplano, que é uma malha quadriculada, conforme representado na figura a seguir:

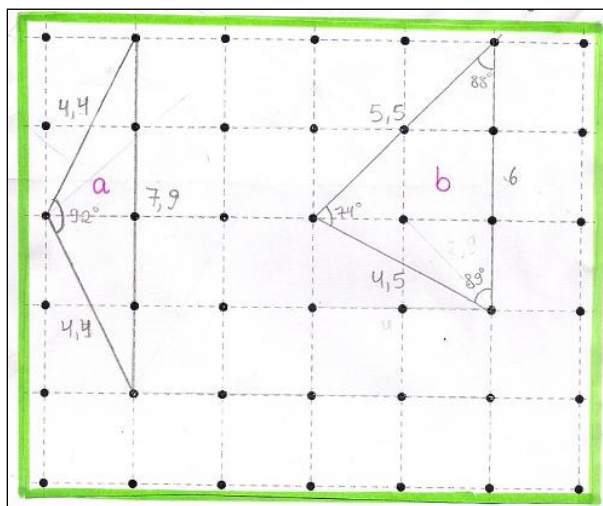


Figura 2: Imagem retirada do caderno de um aluno que representa o geoplano

Para esta atividade solicitamos que os estudantes desenhassem diferentes triângulos, de forma que cada vértice do triângulo correspondesse a um ponto do geoplano. Não foram indicadas as medidas dos triângulos, mas apenas suas características. Os estudantes deveriam desenhar as seguintes figuras: um triângulo isósceles e obtusângulo, um triângulo escaleno e acutângulo, e um triângulo equilátero. Os dois primeiros triângulos foram construídos sem maiores dificuldades. Mas foram inúmeras tentativas na construção do triângulo equilátero, até que, a partir de observações e argumentações, os estudantes concluíram que não era possível construir um triângulo equilátero de forma que os três vértices fossem pontos da malha quadriculada do geoplano.

A conclusão dos estudantes utilizou como argumento que a partir do momento em que são traçados dois lados do triângulo, o terceiro lado já está determinado, e ele tem sempre medida diferente dos outros. Para melhorar o argumento, usamos a ideia de que ao marcar os vértices sobre os pontos do geoplano, o triângulo pode ser sempre visualizado como a metade da área de um retângulo. Pedimos que cada estudante identificasse em seu desenho o retângulo que poderia ser completado a partir do triângulo marcado nos vértices.

A partir disso, discutimos a relação entre as medidas dos lados do triângulo equilátero e sua altura. Para determinar a altura do triângulo equilátero utilizamos a aplicação do teorema de Pitágoras, considerando a metade do triângulo equilátero. Para todas as opções de triângulos, com medidas de lados representadas por números naturais, concluímos que a altura do referido triângulo era representada por um número irracional, pois o resultado sempre chegava a uma multiplicação por uma raiz quadrada de 3. Como a altura no triângulo equilátero é um segmento de reta que liga o vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto, essa situação tornava impossível obter os três vértices do triângulo congruentes com os pontos do geoplano.

### **Considerações finais**

Este relato destacou os aspectos positivos de trabalhar o ensino de Matemática, e mais especificamente o ensino de Geometria através da proposta de Cenários para investigação aliado à Modelagem Matemática, permitindo aos estudantes realizar observações, argumentações e generalizações acerca do conhecimento desenvolvido em sala de aula.

A proposta de elaborar construções geométricas com régua e compasso possibilitou, além da experiência de utilizar estes instrumentos, espaço para discussões acerca dos conceitos estudados, uma vez que os estudantes precisavam compreender o conceito para elaborar a construção, e também para argumentar sobre os resultados do desenho e os problemas percebidos durante a elaboração da atividade, que muitas vezes não poderia ser concluída pela impossibilidade de respeitar as propriedades da figura na proposta apresentada.

Essas atividades permitiram discussões, com a possibilidade de indagar sobre outros cenários, como por exemplo, questionar se era possível construir um triângulo equilátero no geoplano ou se era possível construir um triângulo com medidas 3cm, 2cm, e 6cm, ou ainda se era possível construir um triângulo equilátero e obtusângulo. Esses questionamentos possibilitaram que os estudantes fizessem reflexões acerca dos conceitos apresentados, o que proporcionou maior compreensão e melhor aprendizagem.

Em geral, na aula tradicional, o professor apresentaria os conceitos, muitas vezes sem uma demonstração ou discussão acerca de sua validade, e os estudantes assimilariam as ideias como verdadeiras, mas sem um momento de experimentação e discussão. Essa prática pode tornar o ensino meramente informativo e aprendizagem superficial. Acreditamos que



aprendizagem é reforçada com atividades que exigem a participação ativa dos estudantes, nas quais eles podem realizar experiências, testar hipóteses, e fazer argumentações e generalizações para a validação de um conceito.

### **Referencias bibliográficas**

Barbosa, J. C. (2001, 9 de outubro). Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico. Trabalho apresentado na 24<sup>o</sup> reunião nacional da Anped. Caxambu, MG: ANPED.

Barbosa, J. C. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? IN: Veritati, n. 4, p. 73- 80, 2004.

Penteado, M. G, & Skovsmose, O. (2008). Riscos trazem possibilidades. En: O. Skovsmose, Desafios da reflexão em educação matemática crítica, capítulo 2, pp 41 – 50. Campinas: Papirus.

Skovsmose, O. (2008). Cenários para investigação. En: O. Skovsmose, Desafios da reflexão em educação matemática crítica, capítulo 1, pp 15 – 40. Campinas: Papirus.