

## ELABORACION DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA. UNA VISIÓN NEUROPSICOLÓGICA DE LOS PROCESOS DE PENSAMIENTO INVOLUCRADOS EN SU APRENDIZAJE.

Alejandro Albornoz – Adela Meier – Carmen Vanegas  
[albornoz@usb.ve](mailto:albornoz@usb.ve) – [ameier@usb.ve](mailto:ameier@usb.ve) – [cvanegas@usb.ve](mailto:cvanegas@usb.ve)  
Universidad Simón Bolívar, Venezuela.

Tema: V.4 - Materiales y Recursos Didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario - universitario

Palabras clave: neurociencia, procesos de pensamiento, enseñanza de la matemática, material didáctico.

### Resumen

*En este trabajo, proyecto factible especial de campo y descriptivo, se presenta el diseño de un material instruccional impreso de inequaciones para la enseñanza de la matemática universitaria construido siguiendo los procesos de producción de medios instruccionales. La elaboración del material tomó en cuenta los nuevos hallazgos de la neurociencia y psicología del aprendizaje acerca de cómo el cerebro funciona cuando está aprendiendo matemática, entre ellos el sentido y significado que deben tener los contenidos matemáticos a ser aprendidos, la utilización de las expresiones verbales y simbólicas, los procesos de pensamiento: percepción completa y discriminada de los datos, asociación con información semejante guardada en su memoria, ordenamiento de los datos, clasificación, comparación y relación entre los mismos, reflexión sobre procedimientos utilizados, verificación de resultados y autoevaluación de lo aprendido y de lo no aprendido. El material elaborado ayudó significativamente a los estudiantes del curso a comprender y asimilar correctamente el tema, lo cual fue corroborado tanto por las notas que obtuvieron como por sus opiniones en la encuesta de evaluación. Basado en el impacto ocasionado en los estudiantes, la metodología utilizada en la elaboración de este material puede aplicarse en otros temas propios de la matemática.*

### Introducción.

Uno de los grandes desafíos de este siglo para los educadores en el área de la matemática es cómo abordar el proceso enseñanza- aprendizaje de la misma basándose en los nuevos hallazgos de la neurociencia y psicología del aprendizaje acerca de cómo el cerebro funciona cuando está aprendiendo matemática.

Actualmente se cuenta con instrumentos muy valiosos, en especial las imágenes de resonancia magnética funcional (fMRI) que permiten ver cuáles circuitos neuronales entran en juego cuando el cerebro enfrenta una tarea. Los estudios de imágenes cerebrales realizados en forma longitudinal entre los 4 y 21 años han revelado cómo se van desarrollando partes del cerebro involucradas en el aprendizaje y el comportamiento (Gogtay et al., 2004). El área límbica, que procesa la información emocional, se

desarrolla más rápido y madura más temprano. Para los 10-12 años está completamente madura. El área de los lóbulos frontales, donde se realizan los procesos cognitivos, puede tardar en madurar hasta los 24 años (Paus, 2005; Steinberg, 2005).

Imágenes cerebrales y experiencias clínicas han convencido a los investigadores que el símbolo numérico y las palabras que lo designan son procesadas en diferentes partes del cerebro: la parte simbólica de las matemáticas es procesada y guardada en el lóbulo parietal izquierdo mientras que la verbal es procesada y guardada en el área de Broca en el lóbulo frontal izquierdo. Esto puede ser utilizado conscientemente por los educadores presentando la información simultáneamente en forma simbólica y verbal.

Experiencias realizadas por investigadores de la neurociencia (Mcguire, Frith y Morris, 1999; Schacter, 2007) revelaron que hay significativamente más actividad cerebral con amplificación de las señales fMRI y mayor flujo de hemoglobina oxigenada seguido por un aumento importante de la retención en los contenidos que son rápidamente comprendidos (porque tienen sentido para el aprendiz) y pueden ser conectados con experiencias previas (tienen significado para el que aprende). Esta retención se incrementa con ejercicios prácticos donde la información y los datos sean procesados utilizando conscientemente los procesos de pensamiento: percepción completa y discriminada de los datos, asociación con información semejante guardada en su memoria, ordenamiento de los datos, clasificación, comparación y relación entre los mismos, reflexión sobre procedimientos utilizados, verificación de resultados y autoevaluación de lo aprendido.

Para no retener información errada es necesario que el estudiante reciba retroalimentación inmediata a la actividad que realiza, en especial si se trata de solución de ejercicios o problemas (Sousa, 2008). Además, la retención se facilita mediante la escritura del razonamiento durante la resolución de ejercicios y/o problemas, que hace consciente la información que se está procesando y obliga a organizar las ideas.

Otro factor que entra en juego son las emociones, creencias y actitudes de los estudiantes, que puede facilitar o entorpecer el aprendizaje de la matemática (Gil, Guerrero y Blanco, 2006; Gomez-Chacón, 2000).

Para facilitar el aprendizaje de los contenidos de una asignatura se utiliza el material instruccional, el cual puede presentarse a través de distintos medios, como los impresos, audiovisuales y de alta tecnología. Los medios impresos se caracterizan por presentar

los contenidos linealmente mediante símbolos visuales sobre un papel, adecuarse al ritmo de lectura del lector, se pueden revisar en cualquier momento, son económicos y fáciles de reproducir. Un medio impreso de especial relevancia es el libro o agrupación de informaciones, actividades, propuestas y orientaciones expresadas en un formato impreso (Galdeano, 2001 en Pérez, Pupo y Fonseca, 2011).

En el diseño de un libro como material instruccional impreso se consideran los objetivos a lograr por el estudiante, las características de los estudiantes y docentes, la estrategia instruccional del curso, los atributos inherentes del medio, el contenido a transmitir, y la factibilidad (Dorrego y García, 1993).

El libro debe ser muy “amigable”, tanto en sus atributos inherentes (relacionados con la presentación visual), la forma que es presentado el contenido a transmitir (de lo más sencillo a lo más complejo, con un balance entre simbología y lenguaje verbal) como por su factibilidad (costos, disponibilidad de materiales, el tamaño y peso). Considerando esto último surge la propuesta de dividir el libro en fascículos, que presenten los temas en forma independiente (Campanario, 2004).

El presente trabajo tiene como objetivo presentar el diseño de un material instruccional impreso en forma de fascículo, en el área de la matemática, que considere los hallazgos de la neurociencia y la psicología del aprendizaje.

### **Metodología.**

La investigación es de tipo proyecto factible especial de campo y descriptivo. La elaboración del fascículo se realizó según los procesos de producción de medios instruccionales (Dorrego y García, 1993) como parte del diseño instruccional de la asignatura “Aprender MA1111: una visión psicodidáctica”, creada específicamente para atender a una población de estudiantes en situación crítica según el reglamento de estudios de la Universidad Simón Bolívar. Entre los contenidos del curso se seleccionó el tema inecuaciones en vista de las dificultades que presentaron los estudiantes con dicho tema.

Los procesos de producción de medios instruccionales incluyen la realización de tres etapas: planificación, realización y prototipo. En la planificación se elabora el plan didáctico y el de producción. El plan didáctico consiste en seleccionar el medio y

realizar su diseño instruccional. El plan de producción especifica las fases a seguir en la etapa de realización, que culmina con la elaboración del prototipo y su evaluación.

El fascículo sobre inecuaciones fue elaborado por los autores de este trabajo entre enero y julio de 2011 y su prototipo fue entregado y evaluado por una población de 32 estudiantes del curso MA0002 (Aprender MA1111: una visión psicodidáctica) correspondiente al trimestre septiembre – diciembre de 2011. Se realizaron los ajustes pertinentes y una segunda versión fue entregada a los estudiantes del curso MA0002 correspondientes al trimestre septiembre – diciembre 2012.

### **Aplicación de los procesos de producción de medios instruccionales.**

En la elaboración del plan didáctico se seleccionó el medio impreso por los objetivos a lograr en los estudiantes, los atributos inherentes al medio y su factibilidad. Para la determinación de las estrategias instruccionales, la selección y organización del contenido y las variables técnicas del diseño instruccional se consideraron los aportes de la neurociencia y la psicología del aprendizaje como se expresa a continuación.

La organización se realizó con base a una introducción para hacer contacto con los conocimientos previos del estudiante (sentido) y con ejemplos de la vida real donde éstos se aplican (significado), una visión de conjunto de los contenidos del tema y sus partes, una serie de ejercicios planteados que representan lo que se espera que el estudiante pueda resolver al final de cada contenido y en la situación de examen.

Los contenidos fueron presentados inicialmente en un mapa conceptual con una clasificación de los mismos en base a sus características esenciales y de lo más sencillo a lo más complejo. Después de una explicación teórica haciendo énfasis en el vocabulario verbal y simbólico, se procedió a presentar ejercicios resueltos paso a paso, con las explicaciones pertinentes (entre 4 y 6 ejercicios de cada parte), luego ejercicios por resolver, semejantes a los resueltos, con las respuestas completas de todos (procedimiento y resultado) al final del fascículo. Al finalizar estas series de ejercicios tanto los resueltos como los por resolver, se promovió un análisis reflexivo y el proceso de comparación entre ellos con ejemplos para llegar a conclusiones.

Se continuó trabajando progresivamente con todos los contenidos ya clasificados de la misma forma; así se favoreció la capacidad de memoria operativa del cerebro. En un tiempo relativamente corto se trabajó el aprendizaje guiado con los ejercicios resueltos, luego los estudiantes pusieron a prueba la comprensión y retención de los mismos,

recibiendo retroalimentación inmediata para comprobar la exactitud de su trabajo y en caso contrario detectar los errores y corregirlos en el momento.

En cuanto a las variables técnicas, se aplicaron las leyes de la percepción visual planteadas por la psicología de la Gestalt; se respetaron los espacios de los datos entre sí para evitar confusiones y los espacios apropiados entre cada ejercicio para facilitar la visión de conjunto. Se utilizó un tamaño de letra Times New Roman 12, negrillas, colores para evitar la monotonía, resaltar aspectos claves y facilitar el proceso de selección de elementos esenciales. Se hicieron recuadros en algunos contenidos que facilitaron la ubicación de la información.

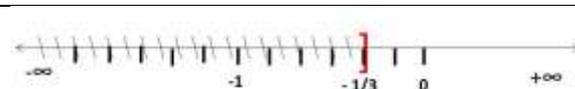
Finalmente, para la evaluación del fascículo se elaboró una encuesta cuyo formato tenía una parte de identificación, otra con afirmaciones relacionadas con la presentación de los contenidos (profundidad, extensión, completitud, comprensión, lenguaje, estrategias de pensamiento, ejercicios, orden del contenido, procedimiento en la resolución de los ejercicios, sugerencias, verificación de resultados en ejercicios), su forma (tamaño y tipo de letras y símbolos, distribución de contenidos por página, redacción, ortografía y organización de datos) y una de opinión que se evaluaron mediante una escala tipo Likert de cinco puntos (1 al 5) y tres preguntas abiertas donde el estudiante expresaba lo que le agregaría o quitaría y comentarios generales. Para los análisis estadísticos descriptivos e inferenciales se utilizó el paquete SPSS v.12.

### El prototipo

Dada la imposibilidad de colocar el fascículo (78 páginas), se presentarán algunos componentes del mismo que reflejan aspectos vinculados con su diseño instruccional.

1. Un ejemplo del uso del vocabulario simbólico y verbal es el siguiente:

Intervalo solución (S):



$S = (-\infty, -1/3]$

Este intervalo solución significa que todos los números menores que  $-1/3$ , incluido este último, hacen que la expresión inicial de la desigualdad se cumpla.

2. Para hacer referencia a la transferencia del conocimiento a la vida real se muestra el siguiente ejemplo:

“...podemos encontrar las pruebas relacionadas con el perfil lipídico donde los valores de referencia considerados como normales se muestran ligeramente distintos a los anteriores. Así, el valor del colesterol LDL o colesterol “malo”, evidencia un valor posible menor de cien mg/dL para ser considerado como normal. En términos matemáticos, esto se podría representar así:  $LDL < 100 \text{ mg/dL}$ . Esto significa que cualquier valor positivo inferior a 100 en este indicador, representa un valor normal. Si queremos ser más exactos, considerando la naturaleza de la variable, el intervalo se representaría de la siguiente forma:  $(0,100)$ . Aquí excluimos del intervalo los valores “100” y “0”. Cualitativamente, no podemos afirmar que una persona pueda tener valor muy cercano a cero”.

3. Para la estimulación de los procesos de comparación se presenta uno de los análisis al respecto utilizados en el fascículo:

Análisis comparativo entre inecuaciones cuya solución se expresa en un solo intervalo desde el infinito a un punto de la recta R: caso A y caso B.

Variable de comparación	Caso A	Caso B
Elementos que lo componen	Un símbolo de desigualdad con dos expresiones.	Un símbolo de desigualdad con dos expresiones.
Presencia de la incógnita “x”	Puede estar en una o ambas expresiones.	Puede estar en una o ambas expresiones.
Dirección de la desigualdad	Al resolver el ejercicio el resultado final siempre es “<” o “≤”. La expresión inicial puede contener la dirección de la desigualdad opuesta (“>” o “≥”).	Al resolver el ejercicio el resultado final siempre es “>” o “≥”. La expresión inicial puede contener la dirección de la desigualdad opuesta (“<” o “≤”).
Gráfica	Su grafica va desde $-\infty$ a un punto de la recta.	Su grafica va desde un punto de la recta a $\infty$ .

Conclusiones:

En estos dos casos de desigualdades, la solución siempre será un solo intervalo no acotado. Siempre que observemos al final del procedimiento de cálculo que el signo que precede al símbolo x es negativo, tenemos que aplicar la propiedad de multiplicar ambos lados por -1 lo que nos cambia la dirección de la desigualdad”

4. Uno de los pasos importantes en la resolución de problemas es la verificación de resultados. A continuación se da un ejemplo tomado del fascículo:

<p>Verificación: tomemos el valor de -2 y hagamos la sustitución en la expresión inicial (<b>ejemplo</b>):</p> $3x + 2 \leq 1$ $3 \cdot (-2) + 2 \leq 1$ $-6 + 2 \leq 1$ $-4 \leq 1.$ <p>En este caso, -4 es menor que 1, lo que nos verifica que el ejercicio está resuelto correctamente.</p>	<p>Como <b>contraejemplo</b>, si tomamos un valor que este fuera del intervalo solución, como el "0", el resultado es incorrecto ya que 2 no es menor o igual que 1.</p> $3x + 2 \leq 1$ $3 \cdot (0) + 2 \leq 1$ $0 + 2 \leq 1$ $2 \leq 1.$
---	--

### Evaluación del prototipo.

El fascículo elaborado alcanzó muy buena evaluación por parte de los estudiantes. Con respecto a los contenidos, la evaluación fue de 4,58/5 puntos, mientras que la de forma fue de 4,59/5 puntos. En promedio, los estudiantes del curso que utilizaron el fascículo alcanzaron una calificación mayor en la pregunta sobre inecuaciones del primer parcial (4,02/6 puntos) que los estudiantes que no lo utilizaron (3,92/6 puntos).

### Conclusiones preliminares.

El fascículo ayudó significativamente a los estudiantes del curso a comprender y asimilar correctamente el tema lo cual fue corroborado tanto por las notas que obtuvieron como por sus opiniones en la encuesta de evaluación.

El uso del material instruccional generó una disposición en los estudiantes de poner en práctica esta nueva metodología en el aprendizaje de otros temas en matemática.

### Referencias

- Berger, A., Tzur, G., y Posner, M.I. (2006). Infant brains detect arithmetic errors. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103 (33), 12649 – 12653.  
 Recuperado de: <http://www.pnas.org/content/103/33.toc>
- Campanario, J. M. (2004). Multilibros o "libros a la carta": las ventajas de un enfoque alternativo para la elaboración y comercialización por fascículos de manuales escolares de ciencias. *Revista Iberoamericana de Educación*, 34(2), 1-8.  
 Recuperado de: [http://www.rieoei.org/rec\\_dist4.htm](http://www.rieoei.org/rec_dist4.htm)
- Danzing, T. (1967) *Number: The language of science*. New York: Free Press.
- Dorrego, E y García, A. (1993). *Dos modelos para la producción y evaluación de materiales instruccionales*. Caracas: Fondo Editorial de Humanidades y Educación, Universidad Central de Venezuela.
- Gil, N., Guerrero, E., y Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 8, vol.

4 (1), 47-72.

Recuperado de: <http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/new/index.php?n=8>

Gogtay, N., Giedd, J.N., Lusk, L., Hayashi, K., Greenstein, D., Valtuzis, A.C., Nugent III, T., Herman, D., Clasen, L., Toga, A., Rapoport, J y Thompson, P (2004) Dynamic mapping of human cortical development during childhood and early adulthood. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 101 (21), 8174-8179.

Recuperado de: <http://www.pnas.org/content/101/21.toc>

Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemáticas Emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.

Maguire, E.A., Frith, C.D y Morris, R. (1999). The functional neuroanatomy of comprehension and memory: The importance of prior knowledge. *Brain*, 122, 1839-1850.

Paus, T. (2005). Mapping brain maturation and cognitive development during adolescence. *Trends in Cognitive Sciences*, 9, 60-68.

Pérez, M., Pupo, S y Fonseca, A. (2011). Metodología para la elaboración de libros de texto en la enseñanza del inglés con fines turísticos. *Ciencias Holguín*, Vol XVII (2), 1-10.

Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=181522301011>.

Sánchez (de), M. (1994). *Desarrollo de habilidades del pensamiento. Procesos básicos*. México, DF: Trillas.

Schacter, D. (2007). *Los siete pecados de la memoria. Cómo olvida y recuerda la mente*. Barcelona, España: Editorial Ariel S.A.

Sousa, David. (2008). *How the Brain Learns Mathematics*. Thousand Oaks: Corwin Press.

Steinberg, L. (2005). Cognitive and affective development in adolescence. *Trends in Cognitive Sciences*, 9, 69-74.

Strauss, M.S., y Curtis, L.E. (1981). Infant perception of numerosity. *Child Development*, 52, 1146 – 1152.