

Consulta a profesores como medio de aproximación a las concepciones de los estudiantes acerca del número real

Martha Ferrero - Virginia Montoro

Centro Regional Bariloche - Universidad Nacional del Comahue

marthaferrero@gmail.com / vmontoro@gmail.com.ar

Nivel educativo: secundario – universitario

Palabras clave: Número real – profesorado – concepciones

Reporte de Investigación. Comunicación oral.

Fundamentación

En términos generales, al seguir una metodología de investigación, una vez fijado el tema de investigación y explicadas las razones e inquietudes que llevan a dicho estudio, comienza una fase exploratoria en que es importante recurrir a distintas fuentes de información que permitan establecer un panorama de lo que se conoce acerca del objeto de indagación (Fiorentini y Lorenzato, 2010).

Para situar al lector al respecto, en el caso particular de la investigación que estamos desarrollando, debemos mencionar que nuestro interés se centra en estudiar las concepciones de los estudiantes de la escuela media e ingresantes a la Universidad en relación a los números reales y cómo ellos comprenden este concepto¹.

Consideramos que el aporte de este estudio a la Educación Matemática es relevante en cuanto aborda un contenido central de la Matemática e intenta indagar en las concepciones de los aprendices asumiendo que éstas constituyen el punto de partida de una enseñanza que propicie el aprendizaje significativo.

En una primera etapa exploratoria de nuestro trabajo, además de una profunda revisión bibliográfica a fin de esclarecer y delimitar la temática, decidimos complementar la búsqueda de información con la consulta a profesores como expertos en el aprendizaje del número. Concordamos con Cochran-Smith y Lytle (1999) cuando al respecto señalan que el conocimiento sobre el proceso de enseñanza y de aprendizaje no sólo proviene de

¹ Proyecto de investigación B159: *Comprensión del número real por parte de estudiantes de los últimos años de secundaria e ingresantes a la universidad*. Avalado y subsidiado por la Secretaría de investigación de la Universidad Nacional del Comahue; dirigido por V. Montoro y codirigido por M. Ferrero; otros integrantes del mismo son los docentes: M. T. Juan; M. Cifuentes;; F. Santamaría, V. Zilio y los alumnos: V. Bianchi y G. Fernández Rajoy. Actúan como asesores: N. Schueur; N. Bacalá; C. Padra y D. González

investigadores y hacedores de políticas escolares sino que también se genera, y en forma muy productiva, a partir del ejercicio de la enseñanza propiamente dicho.

Pensamos que los profesores en ejercicio pueden brindarnos una valiosa mirada sobre las dificultades con que los estudiantes se encuentran cuando trabajan con los números reales y en cuanto a las anticipaciones de las ideas de los alumnos sobre este tema en el ámbito del aula. Además, sostenemos que realizar esta consulta a los expertos aumenta la validez de los instrumentos de indagación que luego se implementaran con los estudiantes, puesto que suma elementos de contexto importantes no sólo en cuanto a la adecuación conceptual de las preguntas que usaríamos a tal efecto, sino también hacia una mejor formulación en la presentación de un cuestionario destinado a estudiantes.

El objetivo de la presente comunicación es describir el proceso mediante el cual pretendemos incorporar la voz de los profesores, a través de entrevistas, como forma de dar validez y confiabilidad a nuestra investigación sobre las comprensiones de los estudiantes acerca del número real. Asimismo buscamos comunicar el por qué consideramos importante la consulta a profesores en ejercicio acerca de la temática, cómo se realizó el diseño de la entrevista y los recaudos tomados respecto de la adecuación a la temática mencionada y por último, algunas conclusiones preliminares que surgen de estas entrevistas.

Este trabajo se encuadra en el Proyecto de Investigación “Comprensión del número real por parte de estudiantes de los últimos años de secundaria e ingresantes a la universidad” subsidiado por la Universidad Nacional del Comahue. El equipo de trabajo está integrado por las Virginia Montoro, Martha Ferrero, Mayte Juan, Marcela Cifuentes, Flavia Santamaría, Virginia Zilio, Verónica Bianchi y Guillermo Fernández Rajoy, quienes han participado colaborativamente (Borba y De Loiola Araújo, 2008) en el diseño del guión de la entrevista, toma, transcripción, análisis y discusión de los resultados que se presentan en este artículo.

En el citado proyecto nos proponemos estudiar las concepciones numéricas de estudiantes secundarios e ingresantes a la universidad y su comprensión del concepto de número real, noción clave en la matemática y de particular complejidad epistemológica, cognitiva y educativa. De hecho el concepto de número real es una de las ideas matemáticas más útiles e importantes por cuanto sobre ella se construye la mayor parte del desarrollo de la matemática y, por tanto, se lo encuentra en la base de la enseñanza en las escuelas secundarias y en la universidad.

Podemos ver que la temática que nos ocupa en este proyecto, ha sido tratada en estudios realizados en diferentes países y niveles educativos. Estos muestran que un entendimiento pleno de los números reales no se da fácilmente, por lo que constituyen un desafío tanto para el aprendizaje como para la enseñanza. [Moss, J. y Case, R. (1999), Fischbein, Y. y otros (1994); Sierpinska, A. (1985); Artigue, M. (1995), Moreno-Armella, L., y Waldegg, G. (1995); Romero, C. (1996), Sierpinska, A. (1985); Artigue, M. (1995); Cornu, B. (1983); Monaghan, J. (2001); Moreno-Armella, L., y Waldegg, G. (1991); (1995); Montoro, V. (2005)].

Así mismo, en el proyecto marco nos interesa profundizar en la exploración de las ideas de los estudiantes sobre el número en cuanto asumimos que las concepciones de los aprendices constituyen el punto de partida de la enseñanza. Consideramos que para que los procesos de enseñanza propicien un aprendizaje significativo es necesario partir de las ideas que los estudiantes ponen en juego interactuando con ellas a fin de enriquecerlas o modificarlas. Particularmente nos interesan las ideas y comprensiones de los estudiantes en relación con el nivel de pericia en dominios específicos [Pozo, J. y Carretero, M. (1987), Pozo, J.I. y Scheuer, N. (1999)].

Consultar a docentes con el objeto de indagar sus anticipaciones e impresiones acerca de las ideas que ellos advierten en los alumnos sobre los distintos aspectos que nos ocupan de la comprensión del número real cobra sentido puesto que concordamos con Scheuer y otros, (2010) cuando afirman que *“esas concepciones operan implícitamente en el aprendizaje y la enseñanza, en calidad de mediadoras de los procesos que las personas ponen en juego al aprender y al enseñar, de los parámetros que orientan sus esfuerzos y metas, así como la evaluación de logros y capacidades”*.

En nuestro enfoque los profesores no son los sujetos activos centro de la investigación sino que actúan como informantes privilegiados de la temática que nos ocupa, mediadores e intérpretes del proceso de enseñanza-aprendizaje de los números reales. Siendo una manera novedosa de acercarnos a los docentes, hemos tomado algunos parámetros de investigaciones centradas en las *“prácticas docentes del profesor de matemáticas”* mencionadas en Bosch y Gascón (2001), a saber: *conocimiento del profesor, creencias del profesor y actitudes del profesor*, adaptándolos a nuestros fines.

El *conocimiento del profesor* tiene tres componentes: el conocimiento del *contenido matemático*; el conocimiento *pedagógico* de los métodos de enseñanza; y el conocimiento de los

mecanismos mediante los cuales los alumnos *entienden y aprenden* un contenido particular. En este trabajo se tuvo en cuenta principalmente el *conocimiento del profesor* en referencia a la formulación de las preguntas y para su posterior interpretación.

Sin embargo no podemos soslayar que en las respuestas de los docentes a las entrevistas tendremos indicios de las *creencias del profesor* (que tiene dos componentes: las creencias respecto a qué son las *matemáticas*; y las creencias respecto al proceso de *enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*) y de las *actitudes del profesor*.

Desarrollo

Acerca del diseño de las entrevistas y de la obtención de la información

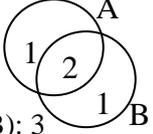
La modalidad de indagación de las anticipaciones que los docentes tienen sobre las ideas y dificultades de los estudiantes sobre el número real, consistió en entrevistas exploratorias semiestructuradas, cuyo diseño se basó en un cuestionario piloto implementado con alumnos en febrero de 2010 (Cifuentes, Ferrero y Montoro, 2010).

Se diseñaron preguntas dónde se solicitaba a los docentes información específica y factual, con orientación cognitiva relativa al contenido matemático número real (Zazkis y Hazzan, 1999) y con el propósito explícito de recabar información que nos permitiera formular o reformular las preguntas para el cuestionario definitivo destinado a alumnos. Estos recaudos se tomaron en busca de aumentar la confiabilidad del instrumento a utilizar con estudiantes en etapas posteriores del Proyecto.

Los profesores participantes fueron seleccionados de acuerdo a variables prefijadas por consenso de los investigadores, a saber: que se encontraran ejerciendo la docencia ya sea en el ámbito de nivel medio o en primer año de la universidad -y en este último caso si se desempeña en una carrera donde la matemática es materia central o accesoria- tipo de formación en matemática (Título) y en docencia (si ha tenido materias de orientación pedagógica en su formación).

Una vez realizada la selección, todos los consultados mostraron disponibilidad para cooperar en la investigación, llevándose a cabo 10 entrevistas. Las mismas fueron realizadas por dos miembros del grupo de investigación, uno asumiendo el rol de entrevistador y el otro como observador no participante. El material fue registrado en grabaciones digitales que fueron transcritas en su totalidad.

El siguiente cuadro refleja la composición del grupo entrevistado:

Profesores participantes	Título	
De Universidad: 6	Con especialidad En Matemática: 4	Con postgrado (A): 3  Con formación docente (B): 3
	Con especialidad En Física: 2	Con postgrado: 1 Con formación docente: 0
De Escuela Media: 4	Profesor de Matemática: 2 Ingeniero: 1 Estudiante avanzado de Profesorado de Matemática: 1	

Como producto de acuerdos entre los investigadores participantes, el guión de la entrevista constó de 11 preguntas y un pedido en cuanto a agregar comentarios. Las mismas fueron elaboradas teniendo en cuenta el objetivo fijado en el Proyecto para esta etapa: “Indagar las anticipaciones e impresiones acerca de las ideas que los profesores advierten en los alumnos sobre los distintos aspectos que nos ocupan de la comprensión del número real”.

Es así que las preguntas no tienen su foco en qué y cómo enseñan el número real cada uno de los entrevistados, sino que el mismo está puesto en la mirada del profesor sobre los alumnos.

Principalmente se consideró el conocimiento profesional del profesor en el sentido de Bosch y Gascón (2001) mencionado en la fundamentación. Es así que se tomó en cuenta: el *conocimiento pedagógico del contenido* (referencias a metodología de enseñanza, a objetivos y medios que pudieran preverse, a conocimiento del currículum oficial, a conocimiento del currículum en acción (Fiorentini y Lorenzato, 2010, pg 20)), y el *conocimiento de los alumnos* (condiciones, procesos y resultados del aprendizaje (Scheuer, de la Cruz, Pozo, 2010, pg 124)), mientras que el *conocimiento del contenido* contribuye también a confirmar la experticia supuesta en los entrevistados.

Ejemplos de las preguntas realizadas

A continuación presentamos algunas de las preguntas realizadas, dando cuenta de las razones de su formulación, de algunos cuidados al momento de realizarlas y de lo que se espera obtener como información pertinente para nuestro objetivo.

Pregunta 1:

En el currículum aparecen los siguientes contenidos relacionados con el conjunto de los números reales (R) para ser desarrollados durante la escuela secundaria: operaciones con números reales, densidad de racionales, completitud, orden en R, representación de los reales en la recta, cardinalidad de los distintos conjuntos numéricos, magnitudes, notación decimal, distintas representaciones.

a) ¿En tu opinión cuáles de éstos temas no debieran dejarse de lado en la educación secundaria?

b) Según tu parecer, ¿en qué aspectos de los mencionados los alumnos presentan más dificultades?

c) ¿A que se deberá?

Pregunta 2:

a) ¿Crees que los alumnos conocen algún número irracional? ¿Cuál?

b) Si les pedís a tus alumnos ejemplos de números irracionales y racionales, ¿Cuáles pensás que te darían?

Pregunta 5:

a) ¿Te parece que a tus alumnos les resulta fácil, natural o intuitivo la representación de los reales en la recta?

b) ¿Qué dificultades encontrás más frecuentemente al respecto?

La parte a) de esta pregunta corresponde a la modalidad *conocimiento pedagógico de contenido* mientras que las siguientes se enfocan en el *conocimiento del alumno*.

Para la presentación de la pregunta a los docentes, se prepararon cartones con las denominaciones de los contenidos curriculares, de manera que cada uno de los entrevistados sugiriera un orden de importancia propio. Pensamos que una mera lectura de los mismos podía inducir al olvido o a utilizar el orden ya predeterminado por el currículo del cual se extrajo la información.

Esta pregunta se centra en el *conocimiento del alumno*. Resulta fundamental a los fines de validación que pretendemos, puesto que si los docentes contestaran negativamente, carece de sentido realizar un cuestionario sobre esta temática a los alumnos.

Esta pregunta corresponde al *conocimiento pedagógico del contenido* y al *conocimiento del alumno*. Nos permite, además de advertir sobre las dificultades, obtener información sobre la pertinencia del uso y la valoración de la representación gráfica en conexión al contenido matemático números reales.

Análisis

Generalidades

Luego de la lectura de cada una de las entrevistas por separado, se realizó un documento conjunto con las transcripciones por pregunta de cada respuesta obtenida. Es decir, de manera transversal, se reunieron las respuestas a una misma pregunta de todos los entrevistados, manteniendo el mismo orden para cada ítem. Este material así organizado fue tomado como documento de trabajo.

Se realizó una primera mirada en que cada integrante del grupo de investigación se hizo responsable de identificar elementos que llamaran su atención en dos preguntas asignadas. Las observaciones realizadas fueron compartidas en reunión de seminario, puestas a consideración de todo el grupo. Estos aportes fueron reunidos en otro documento, el cual se utiliza a modo de resumen para luego cotejar con los episodios de las transcripciones. Esto nos ha permitido

reducir de modo cualitativo la cantidad de información a manejar y centrar el análisis posterior en lo que un miembro del grupo ha considerado como relevante.

Análisis de los ejemplos

Siguiendo con las preguntas elegidas para ilustrar, tenemos

Pregunta 1:

El siguiente cuadro da cuenta del orden de prioridad, en el rango 1 a 9, presentado por cada entrevistado respecto de los contenidos curriculares mencionados (pregunta 1-a) y la x señala los indicados como más difíciles (pregunta 1-b). Se descartó la respuesta de uno de los entrevistados dada la confusión manifestada entre los contenidos nombrados.

Profesores	U1	U2	U3	U4	U5	U6	M1	M2	M3
Operaciones	1	4	3 x	1	3	1 x	4	1 x	7 x
Densidad de Q	S/P	S/P	6	S/P	4	9 x	1 x	1	6 x
Complejidad	S/P	5	S/P	S/P	5	8	S/P	1	9
Orden en R	1 x	2 x	2	1	1	4	2 x	1	2
Representación en la recta	1 x	2 x	4	1	2	6 x	3 x	1	1 x
Cardinalidad	S/P	S/P	S/P	S/P	6	7	S/P	S/P	8
Magnitudes	1	1	?	1	7	3	6	1	5
Notación decimal	1	3	1	1 x	8	5	?	1	4
Distintas representaciones	1	3	5	1	1 x	2	5 x	1	3
Referencias: S/P Sin Prioridad de Asignación ? no mencionado en la transcripción Se desempeña: U: en la Universidad – M: en el Nivel Medio									

En resumen: Operaciones, Orden en R, Representación en la Recta, Magnitudes, Notación decimal y Distintas Representaciones son contenidos que estos profesores consideran que no pueden dejarse de lado en la escuela media. Entre ellos, los más difíciles resultan ser Representación en la recta (con 5 menciones) y Operaciones (con 4 menciones). Interpretamos que Densidad es tomado en el sentido topológico de relación entre Q y R (Q denso en R) por los universitarios, y no como la propiedad que como transposición didáctica recibe ese nombre en secundario: “entre dos racionales siempre se puede encontrar otro racional”. Esto explicaría su clasificación como contenido poco prioritario en media, categoría que comparte con Cardinalidad y Complejidad.

Como resultado, en estos temas de Cardinalidad, Completitud y Densidad es dónde podríamos encontrar las mayores diferencias en cómo responden alumnos de media y universitarios. Los docentes que ejercen en media dicen que son temas que no llegan a verse, si bien aparecen en el currículum oficial, no son parte del currículum en acción, y los de universidad prefieren que estos temas sean tomados con la profundidad necesaria en el ciclo superior para que los alumnos no traigan ideas erróneas.

Pregunta 2:

La parte del análisis que mostramos en esta pregunta es un recorte de las respuestas. La lectura de este recorte muestra las voces de los profesores dando cuenta del conocimiento de los términos por parte de los alumnos y planteando la duda respecto de la profundidad del mismo. Se transcriben a continuación estos fragmentos:

U1: *Pi, pi lo saben., saben lo que es pi, pero lo conocen como tres catorce digamos, no sé si lo conocen como número irracional, como la magnitud del significado de ese irracional. O sea, si saben que hay algunos números que son raros y... pero no tienen ningún empacho en usarlos como racionales enseguidita no más.*

U2: *Tengo la sensación que entran (se refiere a la Universidad) sin conocer lo que es un irracional. Si vos les preguntás te contestan, pero les preguntás y... por arriba... rasguñas un poquito y no conocen lo que es una irracional...Y los que tienen buena memoria te pueden decir por ejemplo que son las raíces de algún número, PI te van a decir, e no te lo van a decir en general, te dicen PI más que nada, pero les preguntás qué es PI y te dicen 3,14! O sea, de última lo piensan como un decimal, como un racional. Entonces...y por qué es un irracional? Esa respuesta no la tienen cuando ingresan, y por ahí los que siguen con otras carreras no la tienen nunca, yo creo.*

U3: *Sí, PI lo conocen a pesar de que en general conocen más bien la aproximación para hacer cuentas, la aproximación por un número racional, 3.14. Es decir, vos les decís PI y todos te contestan 3.14. No sé si tiene claro de que es un número irracional, pero tienen conocimiento de PI.*

U4: *PI ... algunos lo conocen y no saben que es un irracional. Bueno, en álgebra justamente se da formalmente los conjuntos numéricos, racionales, irracionales, y ahí se habla un poquito de las cardinalidades que diferencian un conjunto numérico de otro.*

U5: Yo creo que al azar más o menos dicen, o sea, irracionales es como que tienen una idea vaga de que PI está en ese casillero. Ahora vos les preguntás por qué es irracional y ahí no saben para donde ir. O sea, tienen como la etiquetita, pero... ¿el significado?

U6: Sí, ellos enseguida te nombran el número PI y el número e, por ahí alguno... raíz de 2, y ahí se les termina el mundo. Cuando uno les explica cómo es el tema de los irracionales, que son, cuantos son, y cuantos hay, no entienden. Entonces dicen, me ha pasado, “ a ver, otro irracional cuál es?” Y entonces, ponele que vos ponés $\sqrt{2} + 1$, $\sqrt{2} + 2$, $\sqrt{2} + 3$ ahí te dicen “ ah! entonces hay infinitos!” (risas...) porque yo, depende de lo que le sume o depende de... Bueno, por ejemplo, no? Pero es como que ese concepto no lo tienen. Sí tienen el concepto de que los racionales son infinitos, o que hay muchos, no? Como que confunden también el término, pero de los irracionales no. Creen que son algunos. Que son los raros, 3, 4 o 10.

M1: Sí, el número PI. Porque lo utilizan en geometría (risas...). No sé si saben que es irracional, pero lo conocen. Vos les decís alguno distinto de las raíces que no dan exactas, es el que saben.

M2: Como irracionales nombran raíz de 2, raíz de 3 y PI seguro. Creo que en cualquiera de los años, desde segundo año en adelante los nombran. Y racionales nombran “todos los números” te dicen. Entonces vos les preguntás...o les escribís un número en el pizarrón y les preguntás si es racional o irracional, y cuando escribís por ejemplo 1,2345...entonces dicen. “ah! no hay un período” pero...

M3: Conocen el número PI, pero no lo conocen como irracional. Es 3,14 y listo. Quedan ahí nomás. Y no saben que es un número irracional. Saben que es un número que hay que usarlo en la circunferencia, para el área y esas cosas... pero yo les tengo que decir, a ver, algún número que conozcan que sea irracional...algunos por ahí dicen PI, otros raíz de 2 pero mas que eso.... Por ahí porque se lo han dicho.

M4: Ellos te dicen 3 coma 14, 3,1415927.... No pará, pará... ya el 14 estás hablando de centésimas, y vos después de centavos de peso no tenés más, entonces el 15927... ta ta ta... eso es para los que filosofan... nosotros con el 3,14 nos sobra.

En síntesis, de la pregunta 2 obtuvimos como información acorde a nuestro objetivo que número irracional es un contenido que se trabaja en la escuela media (currículum oficial). Así es que teniendo en cuenta el *conocimiento de los alumnos* que se esperaba aportaran estos

docentes, ellos nos dicen que los estudiantes tienen idea, aunque sea vaga, de la existencia de números irracionales y pueden nombrar algunos ejemplos, si bien la manera de trabajar con estos números es mediante sus aproximaciones racionales (podríamos interpretar que el currículum en acción deviene en proceso *aprendido*).

Las respuestas obtenidas nos ubican en que los alumnos conocen al menos a π y $\sqrt{2}$ “etiquetados” como números irracionales. Sólo un docente dice trabajar “números irracionales inventados” y en general aunque se menciona la infinitud de los irracionales, la idea que queda en los alumnos es que son “números raros”.

Pregunta 5:

Las expresiones referidas al *conocimiento pedagógico de contenido* en relación al recurso “recta numérica” se consignan en *Valoración del recurso*, mientras que según lo observado sobre el *conocimiento de los alumnos* se señalan las *Dificultades en el uso* y las referencias *Sobre el aprendizaje de los alumnos* (condiciones, procesos y resultados del aprendizaje mencionados por los docentes al responder esta pregunta).

Valoración del recurso:

- Contribuye a mejorar la noción de orden en los números (6 de los 10 docentes mencionan el orden relacionado a la representación en la recta), siendo que sirve visualizar gráficamente además de comparar expresiones numéricas.
- No aporta, a causa de la imprecisión en la medida, a la distinción entre tipos de números (U1, M1, M2). Los irracionales se toman por sus aproximaciones racionales para ser representados (M2).
- Los alumnos aceptan que para cada número haya un punto y para cada punto un número, aunque se admite que puede no haber una comprensión profunda (U3, U4).
- U1 sugiere usar la recta numérica también para “hacer lectura de números”, es decir utilizar el recurso en el sentido inverso: dar los números representados (con la etiqueta en expresión fraccionaria por ejemplo) y pedir la expresión decimal.

Dificultades en el uso:

Los alumnos no tienen mayores dificultades en utilizar el recurso de por sí (5 docentes universitarios y 1 docente de media opinan de esta manera), sino que la dificultad se encuentra previamente en la traducción a expresión decimal de las fracciones (para M3 les cuesta y para

U3 el recurso para representar bien es pasar todo a decimal) y en el orden de los números negativos (U2, “el espejo del orden” a que hace referencia U1).

Sobre el aprendizaje de los alumnos:

Condiciones: 3 de los docentes opinan que es intuitiva la representación de los reales en la recta. Para otros 3, de universidad, es un recurso fácil de aprender. 3 de escuela media opinan que a los alumnos les cuesta apropiarse del recurso. 1, universitario, opina que depende del alumno.

Procesos: Pasar a expresión decimal para luego representar (U1, U3).

Los alumnos se sienten cómodos representando en la recta numérica porque “es aproximado” (U1, M2)

Resultados: En la escuela media les cuesta (M1, M2, M3). En la universidad “es de las pocas cosas que hacen bien” (U5).

Discusión

Las preguntas elegidas para ejemplificar el tono de la entrevista y el análisis realizado pertenecen a categorías previas en cuanto al centro de atención en el tipo de conocimiento que suponíamos se mostraría en las repuestas, sin embargo cuando los docentes responden, hacen referencia a elementos de otras categorías y muchas veces no resulta fácil establecer una diferenciación desde lo teórico, lo que hace imprescindible la triangulación entre investigadores.

La modalidad de analizar las preguntas de manera transversal, es decir, las respuestas a la misma pregunta de todos los entrevistados, contribuye enormemente a minimizar la tendencia a categorizar a las personas que nos distrae del objetivo buscado.

Por último mencionaremos que también obtenemos información relevante en la comparación global entre respuestas a preguntas distintas, una vez realizado el análisis por pregunta. Por ejemplo, de la Pregunta 1 obtenemos que en cuanto a los temas que más dificultades presentan, la Representación en la recta encabeza la lista. Esto contrasta, en un acercamiento superficial, con lo que luego responden respecto de este recurso en la Pregunta 5, pero profundizando en la revisión de las dificultades referidas a la recta numérica ya señalamos que los docentes nos remiten a dificultades que tienen que ver con la existencia de distintas representaciones. Las Operaciones es el siguiente ítem que según los profesores consultados presenta el siguiente mayor grado de dificultad. Si bien no se desprende del cuadro que

mostramos, podemos adelantar en base a otras respuestas, que los docentes vinculan estas dificultades nuevamente con la existencia de distintas representaciones de los números y con la imposibilidad de “manipular” expresiones con infinitas cifras decimales ya sea para sumarlas, multiplicarlas, etc., dando a entender que los alumnos están más próximos a una interpretación algorítmica que a una comprensión en términos de propiedades respecto de las operaciones.

Conclusiones

El análisis de las entrevistas presentado en este trabajo se realizó principalmente en función de los aportes a la confiabilidad y validez de los instrumentos de indagación centrales para nuestra investigación que son aquéllos que tomaremos a los alumnos. Es decir, como parte de la metodología cualitativa que estamos implementando, este material sirve a la triangulación en los procedimientos: es un medio de mejorar la confiabilidad de la investigación cualitativa, al mitigar la influencia de una persona determinada o de un procedimiento determinado (Borba & Villarreal, 2005).

El primer aporte que estas entrevistas nos brindan es en cuanto a la pertinencia de las preguntas del cuestionario a realizar para los alumnos: Las mismas están dentro del campo cognitivo de los estudiantes, es decir son adecuadas a las distintas edades y niveles educativos de nuestra población, si bien los docentes nos advierten que el nivel en que los estudiantes se encuentren cursando (medio o universitario) marcará diferencias en cuanto al dominio de estos temas. Esta afirmación se basa en que todos los profesores admitieron que sus alumnos conocen algunos números irracionales, conocen definiciones de los conjuntos numéricos aunque sea de manera vaga, trabajan con las distintas expresiones de los números racionales aunque presenten dificultades al utilizarlas, son mayoritariamente capaces de encontrar números racionales e irracionales entre dos números dados.

Un segundo aporte es el ajuste en la selección de las preguntas del cuestionario final con los alumnos, contribuyendo este requerimiento de información a los docentes a la decisión de reservar algunas tareas para entrevistas en profundidad.

Es interesante rescatar también que surgen elementos que trascienden la temática del número real para dar cuenta de otras relaciones, más vinculadas a las actitudes y creencias de los profesores, entre la matemática y su enseñanza lo cual será tema de futuras comunicaciones.

Como reflexión final, al valor validativo que el procesamiento de esta información aporta y complementa en nuestras futuras indagaciones a los estudiantes desde lo metodológico, se agrega el valor humano. Realizar las entrevistas y procesar los datos resultó una experiencia enriquecedora a nivel personal y profesional para todos los miembros del grupo de investigación gracias a la modalidad colaborativa del trabajo grupal y, fundamentalmente, a la cooperación que mostraron los docentes entrevistados, a quienes debemos un agradecimiento por su apertura y sus ganas de compartir.

Referencias bibliográficas

- Artigue, M.** (1995). *La enseñanza de los principios de cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos*. In M. Artigue, R. y otros (Eds.), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (97-140). Bogotá: Iberoamérica.
- Borba, M. C. y De Loiola Araújo, J.** (compiladores) 2008 Investigación Cualitativa en educación matemática. Mexico, Limusa.
- Borba, M. y Villarreal, M.** (2005) "Methodology: an Interface Between Epistemology and Procedures" Chap 9 Human-with-media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation. Ed. Springer. New York.
- Bosch, M y Gascón, J.** *Las prácticas docentes del profesor de Matemáticas* (Versión provisional del 13/09/01) www.ugr.es/~jgodino/siidm/almeria/Practicas_docentes.PDF
- Cifuentes, M., Ferrero, M. y Montoro, V.** (2010) *Una experiencia de taller sobre números reales con ingresantes a la universidad* Comunicación Breve- IX Conferencia Argentina de Educación Matemática. SOAREM y Universidad Nacional de Villa María.
- Cochran-Smith, M. & Lytle, S.** (1999) *Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities*. In *Review of Research in Education, USA*, 24, p 249-305.
- Cornu B.,** (1983) *Apprentissage de la notion de limite: Conceptions et Obstacles*, Thèse de Doctorat, Grenoble
- Diseño Curricular Provincia de Río Negro** (2007) <http://www3.educacion.rionegro.gov.ar>
- Fiorentini, Lorenzato** (2010) Investigación en Educación Matemática, Autores Asociados, Brasil.

- Fischbein, Y., Jehiam, R., y Cohen, D.** (1994) *The irrational numbers and the corresponding epistemological obstacles*. Proceedings of the XVIII PME (vol. 2, 352-359). Lisbon, Portugal.
- Monaghan, J.,** (2001) *Young People's Ideas of Infinity*. Educational Studies in Mathematics. 48
- Montoro, V.** (2005) *Al infinito y más acá: concepciones de estudiantes universitarios*. Infancia y Aprendizaje (28/4) pp: 409 - 427. Madrid - España. ISSN:0210-3702.
- Moreno-Armella, L., & Waldegg, G.** (1995). *Variación y representación: del número al continuo*. Revista de Educación Matemática, 7(1), 12-28.
- Moss, J., y Case, R.** (1999). *Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122–147.
- Pozo, J. y Carretero, M.** (1987). *Del pensamiento formal a las concepciones espontáneas: ¿Qué cambia en la enseñanza de la ciencia?* Infancia y Aprendizaje (38) pp35-52.
- Pozo, J.I. y Scheuer, N.** (1999). *Las concepciones sobre el aprendizaje como teorías implícitas*. En: J.I. Pozo. y C. Monereo (Eds.), El aprendizaje estratégico (pp. 87-108). Madrid: Santillana
- Romero, C.** (1996). *Una investigación sobre los esquemas conceptuales del continuo. Ensayo de un cuestionario*. Enseñanza de las Ciencias, 14(1), 3-14.
- Scheuer, N de la Cruz, M. Pozo, J.I.** (2010) Aprender a dibujar y a escribir. Las perspectivas de los niños, sus familias y maestros. Noveduc libros. Buenos Aires Argentina
- Sierpiska, A.** (1985). *Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite*. Recherches en Didactiques des Mathematiques, 6(1), 5-67.
- Zazkis, R. y Hazzan, O.** (1999) "Interviewing in Mathematics Education Research: Coosing the Questions" *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (4), 429-439. Elsevier Science Inc.