

Propuestas para la enseñanza de las Matemáticas

DE CASI TODO, UN POCO

Mabel Alicia Slavin, Marisa Barco, Melisa Ialungo, Ana Paula Krompiewski,
María Florencia Pérez, Matías Samartino, Mónica Torre
Grupo CHyM . Instituto Superior de Formación Técnica N° 75. Tandil. Argentina.
mabelslavin@hotmail.com, marisabarco@hotmail.com, asilemri7@hotmail.com,
anapaula_k@hotmail.com, flor_perez01@hotmail.com, matiassamartino@hotmail.com,
mositor@hotmail.com
Niveles Inicial, Primario y Medio

Resumen

El aprender es propio de los hombres y de las mujeres, por eso es que éstos son los únicos capaces de hacer del aprender una aventura creadora. El aprender es reconstruir, es construir, es cambiar, es comprobar, es aventurarse, es arriesgarse. Es por esto que toda práctica educativa, en el aula o fuera de ella lleva en sí el uso de materiales, de técnicas, de métodos, de objetivos, de ideales, de sueños, de miedos.

Es por todo esto que implica el ejercicio de la profesión docente que este taller presenta un desafío, el desafío de jugar para aprender, de aprender para jugar.

El gran problema con el que se enfrenta el docente actual es no sólo transmitir los contenidos específicos de su disciplina, sino también desarrollar en sus alumnos el respeto, el esfuerzo y el placer por aprender.

Este taller intenta lograr autonomía y libertad de trabajo por parte de los jugadores, como así también que asuman el compromiso de repensar las situaciones y completarlas, modificarlas, reutilizarlas para otros contenidos, en fin TOTAL LIBERTAD.

La idea es que los diferentes juegos que se ofrecen resulten, además de atractivos y entretenidos, versátiles; para que cada docente pueda modificarlos, agregar situaciones, cambiar la temática, usarlos con otro objetivo.

Estos juegos se pueden utilizar desde el nivel inicial hasta el nivel ESB para diferentes contenidos, como evaluación, como diagnóstico, o para afianzar un concepto.

Palabras clave: Jugar-Pensar-Calcular-Aprender

Destinatarios

Esta propuesta de taller está dirigida a docentes de Matemática de cualquier nivel y a alumnos del Profesorado de Matemática en cualquier nivel de la carrera. También puede asistir cualquier persona de cualquier edad mayor a tres años a la que le guste *JUGAR*.

Cupo máximo y mínimo de participantes

Se puede jugar individualmente o en grupo. El cupo mínimo será de 10 personas y el máximo 30 personas.

Pre-requisitos

Para realizar algunos de los juegos se requiere un manejo elemental de programas del tipo Cabri o Geogebra (no es excluyente ya que se brindará una revisión de los comandos a utilizar para los juegos).

Material solicitado a los participantes

Papel y lápiz. Calculadora. Regla y compás. Tijera. (No es excluyente ya que los talleristas tienen prevista la entrega de un conjunto de elementos básicos a cada equipo).

Objetivos del taller

Objetivos generales

- Ofrecer una selección de formas y situaciones lúdicas que incluyan no sólo la matemática sino también las artes, las humanidades y las ciencias.
- Propiciar la discusión que llevará a un ejercicio pleno de la libertad generando un intercambio de ideas y sugerencias altamente productivo.
- Ofrecer variedad de experiencias lúdicas no cerradas que generen un manifiesto interés por resolver y así APRENDER.
- Trasmitir el entusiasmo por jugar brindando opciones con respecto a formas de trabajo, administración del tiempo, actividades a realizar, materiales disponibles.
- Promover el uso frecuente de diversos recursos.
- Crear condiciones que favorezcan el diálogo y el debate sobre problemáticas relacionadas con diferentes contenidos matemáticos.
- Proponer situaciones de juego que ofrezcan la oportunidad de generar producciones propias.
- Fomentar la cooperación en el marco de la resolución del juego o de la realización de un proyecto común.
- Favorecer el diálogo y el debate sobre problemáticas relacionadas a las diferentes maneras de presentar un contenido matemático.

Objetivos específicos

- Trasmitir la convicción de que es posible diseñar una situación lúdica que permita la adquisición de diferentes conceptos matemáticos.
- Desarrollar la capacidad de modelizar situaciones.
- Generar un ámbito en el que se valore la ayuda del compañero.
- Proponer situaciones lúdicas en las que el trabajo cooperativo resulte relevante para la resolución que se espera.
- Permitir transitar la ruptura que supone el pasaje de una clase estructurada a una situación de juego.
- Recuperar los conocimientos ya adquiridos y utilizarlos como apoyo para resolver nuevas situaciones.
- Generar condiciones en las que el uso de un software facilita la resolución de una situación.
- Entender la diversidad como una realidad áulica y organizar en consecuencia una enseñanza que sea abarcativa.

Marco teórico y encuadre didáctico

Cuando se va a tratar un determinado tema, cualquiera sea el curso, en numerosas ocasiones el profesor presenta cierto material para llamar y captar la atención o para motivar al alumno, por lo general, solo se logra de manera parcial que el alumno perciba dicho objetivo, la falta de acción para el descubrimiento hace que muchas veces se torne insuficiente. Sin embargo, la manipulación de un material concreto hará despertar mejor los sentidos y agudizará su mente para resolver un problema y así alcanzar ese objetivo central en matemática, que es la generalización. Por otro lado, mediante la modelización matemática el alumno puede explorar fenómenos semejantes a la realidad, e incluso le brinda la oportunidad de crear, manipular e interpretar situaciones imaginarias al considerar

datos irreales. Esto crea una visión más amplia de los fenómenos de la matemática, favoreciendo así la comprensión de conceptos pues los modelos matemáticos sirven para predecir lo que sucedería en una situación real, tanto en condiciones normales, como al modificar algún factor que intervenga en el modelo.

La construcción de competencias y capacidades está basada en los contenidos y por consiguiente en los conocimientos que deben responder a los requisitos propios del interés, aceptación, satisfacción de curiosidades intelectuales que mueven la curiosidad del alumno y le permiten el logro de competencias deseables (D'Amore, 2008). Se trata de elegir contenidos que constituyan el eje, el núcleo alrededor del cual condensar otros posibles contenidos, al interior de un tema disciplinario. El estudiante debe sentirse atraído no sólo por examinar cadenas de contenidos sino por participar en la construcción de sus propias competencias a partir de los conceptos elegidos de manera tal que le sirvan de interés por sí mismos y que involucren y relacionen otros contenidos de la disciplina y de otras disciplinas.

El juego más que un sistema de enseñanza aprendizaje es un complejo sistema de acciones que convierte al estudiante en el protagonista de su aprendizaje generándole autonomía y otorgándole la responsabilidad, el desafío y la posibilidad de romper con complejas redes estructuradas de lo que se debe aprender.

El estudiante acepta esta responsabilidad, lo logra y busca en el docente la confirmación del resultado positivo de su tarea, ya que es él quien confirma la institucionalización del conocimiento.

Esto nos lleva a tener en cuenta el papel decisivo que tiene la motivación que garantiza la implicación del estudiante en la tarea y la volición (D'Amore, 2008) que es la que permite realmente pasar a la acción.

Por ello es que esta colección de juegos tratará de rescatar los conocimientos que permitan lograr las competencias; intentará desarrollar la capacidad de usar los contenidos, fuera y dentro del mismo contexto; arriesgará, haciendo uso de conocimientos no del todo asimilados; motivará para entrar en el juego de hacerse cargo de su aprendizaje y gracias a la volición transformará el deseo en acción, generará el deseo, el gusto, la voluntad de hacer uso de los propios conocimientos para resolver la situación, ayudará a manipular, buscar, elaborar, hacer propio...

Desde el punto de vista epistemológico se ha adoptado la postura de Bachelard quien reivindica el rol del "error" en la enseñanza y sostiene que un análisis epistemológico profundo de los problemas intrínsecos a determinada teoría debe ser el punto de partida de una investigación. Este taller pretende que los alumnos puedan interpretar y construir o reconstruir a partir de su interpretación.

Entre sus presupuestos fundamentales, Bachelard afirma que sólo se construye nuevo conocimiento a partir de uno anterior, que siempre es erróneo y actúa como un obstáculo epistemológico para el progreso científico. Los obstáculos tienen su origen en conocimientos subjetivos y se refieren a aspectos intuitivos, experiencias iniciales, conocimientos generales, incluso hasta intereses y opiniones de tipo afectivo (Bachelard, 1991). El conocimiento común es un obstáculo epistemológico para el conocimiento científico en el sentido que el primero tiene una base empírica y el segundo se basa en un mundo abstracto.

Desde el punto de vista de la educación en ciencias, Bachelard plantea la existencia de los obstáculos pedagógicos, que dificultan la construcción de conocimiento científico por parte de los alumnos. Dentro de los obstáculos pedagógicos se incluyen la "experiencia básica"

sin un análisis crítico, la “simplificación en la presentación de leyes” y el lenguaje como “obstáculo verbal” (Bachelard, 1991).

Respecto de este taller se partirá siempre de las imágenes para observar cómo y con qué dificultades se sustituyen esas imágenes por las formas y los algoritmos adecuados. Es probable que esta geometrización inicial requiera de un tiempo para conquistar y construir el conocimiento deseado. No obstante esta geometrización es una etapa intermedia que contribuirá a que desde cuestiones particulares, desmenuzando los problemas y las experiencias lúdicas se llegue al estado abstracto desde la representación a la abstracción. Esto necesita de un interés muy marcado por el deseo de aprender.

Otra de las tesis centrales de Bachelard que es importante para este marco teórico es que el conocimiento científico avanza mediante sucesivas “rectificaciones de las teorías precedentes” a las que denomina rupturas epistemológicas; afirma que una “verdad” sólo cobra pleno sentido al final de una polémica y que no existe una “verdad primera”, sólo hay “primeros errores”. Para avanzar primero es necesario equivocarse. También sostiene que el “espíritu científico” es fundamentalmente una rectificación del saber, una ampliación de los esquemas de conocimiento. Desde el punto de vista científico, lo verdadero es pensado como rectificación de un largo error. Esta idea es compatible con el planteo de una enseñanza de la matemática que favorezca una imagen de ciencia dinámica y que no niega los errores sino que saca provecho de ellos.

Este taller adopta como eje psicológico, es decir el aspecto teórico que se focaliza en el alumno y plantea una posible interpretación de la forma en que el alumno conceptualiza, para un contenido particular, en situaciones específicas, la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, una teoría psicológica cognitivista que se propone estudiar el aprendizaje de competencias complejas e intenta comprender el modo en que se genera el conocimiento, entendiendo por tal tanto los saberes expresados como los procedimientos que un sujeto emplea (Vergnaud, 1997). Si bien no se trata de una teoría didáctica, claramente tiene implicancias educativas al considerar que una adecuada situación didáctica debe reconocer: las dificultades vinculadas con las tareas cognitivas, los obstáculos, los procedimientos y las representaciones que el individuo dispone.

Se tratará de lograr la manifestación de las conductas, las formas lingüísticas del diálogo y las operaciones mentales que permitan tratar las situaciones planteadas en cada uno de los juegos propuestos. Esto es lo que Vergnaud denomina esquema y que conducirá las anticipaciones, las reglas que generan las conductas y luego las inferencias.

Dentro de los componentes principales de los esquemas se encuentran los "invariantes operatorios", formados por "conceptos en-acto" y "teoremas en acto" que otorgan características distintivas a los esquemas. Los teoremas en acción son proposiciones, consideradas como verdaderas, sobre un aspecto de la realidad. Los conceptos en acción pueden ser objetos, predicados o bien una categoría de pensamiento considerada como importante o adecuada.

Finalmente, uno de los aspectos más relevantes de la teoría de Vergnaud es la idea de desarrollo cognitivo interpretada como el desarrollo de una gran cantidad de esquemas operatorios que comprenden diversas áreas de la conducta humana.

Desde el punto de vista didáctico, este taller tratará de hacer matemática como un trabajo de modelización, (Chevallard, 2000) ya que todo aquel que hace matemática participa, de alguna manera en un trabajo creador. Si se utilizan matemáticas conocidas para resolver un problema, es muy probable que se deba modificar ligeramente el modelo matemático para que se adapte al problema. El que enseña matemática debe reformular los conocimientos

que enseña en función de los tipos de problemas que sus alumnos deben aprender a resolver, además el que aprende matemática “crea” matemáticas nuevas, no nuevas para la humanidad pero si nuevas para él y su grupo de trabajo. Esto genera la idea que el aprendizaje y la enseñanza de la matemática sean considerados como un medio para responder a ciertas cuestiones.

Saber matemática no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es ocuparse de problemas en un sentido tal que involucra encontrar soluciones y también buenas preguntas. Aquí el alumno debe formular enunciados, probar proposiciones, construir modelos, lenguajes, conceptos teorías que los ponga a prueba e intercambie con otros, que reconozca los adecuados y que se apropie de los que le son útiles para continuar con la actividad propuesta.

Para que la actividad espontánea del niño/adolescente, en este caso, el juego, sea un verdadero aprendizaje, debe estar orientada, apoyada, guiada por la intervención del docente. Si un niño/adolescente no puede resolver solo, de manera individual y solitaria, si están dadas las condiciones, puede lograrlo en la interacción con sus compañeros. Por esto es que no debe preocupar tanto el nivel actual de conocimientos del alumno, sino cuál es el potencial que posee, puesto que con la guía del docente, la colaboración de los compañeros, la resolución conjunta y solidaria de los diferentes problemas que se planteen, todo niño/adolescente intentará conocer, aprender o resolver el problema.

La colección de juegos que configuran este taller presenta el desafío de entender que el aprendizaje no pasa por la pasividad de un niño/adolescente que escucha (Bixio, 2010) ni la pasividad de un docente que enseña. Este taller pretende hacer pensar que tal vez el procedimiento utilizado para enseñar no ha sido el más adecuado y entonces replantear las prácticas para ser capaces de inventar, de repensar la educación, transformarla y darle nuevos sentidos, pensar en recuperar el placer de enseñar.

En este sentido, tal cual lo propone Bixio (2010), se tratará de pensar el enseñar y el aprender como una aventura, o como propone este taller: un juego. Desde este taller se intenta cuestionar el modelo más común: la explicación para reemplazarlo por una aventura lúdica donde el niño/adolescente desde su lugar intelectual genera su propio aprendizaje junto con el docente que le ayuda a aprender.

Este taller propone a los docentes convertirse en adultos capaces de aceptar los argumentos de sus alumnos, que le permitan crecer, que generen espacios de debate y de diálogo.

Un docente que ejercite la curiosidad, que sea crítico, que observe, que pregunte, que no se deje obnubilar por su saber ni por su ciencia será capaz de imaginar nuevas herramientas que le permitan decidir, elegir y considerar de esta manera la posibilidad de reformular su práctica docente.

Contenidos

En esta colección de juegos se encuentran enlazados contenidos que corresponden a los cuatro ejes mencionados en los actuales diseños curriculares vigentes en la Provincia de Buenos Aires: Geometría y Magnitudes; Números y Operaciones, Introducción al Álgebra y al Estudio de Funciones y Probabilidad y Estadística. Está previsto que al tratar los contenidos involucrados en un eje se pueda provocar la aparición de un nodo en el que se encuentren contenidos de otro/s eje/s. Esto significa que los ejes se entrecruzan casi naturalmente en el desarrollo de las clases de matemática.

EJES	CONTENIDOS
Geometría y Magnitudes	Figuras: Triángulos y cuadriláteros. Cuerpos: prismas, pirámides, cilindros, conos y cuerpos arquimedeanos. Lugar geométrico: circunferencia, parábola. Medidas de longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, ángulos. Perímetro. Área. Volumen. Semejanza de figuras planas. Teorema de Thales. Trigonometría.
Números y Operaciones	Números enteros. Números racionales. Noción de número irracional. Notación científica Números Reales. Sucesiones Notación y lenguaje.
Introducción al Álgebra y al estudio de las Funciones	Funciones. Función lineal. Funciones de proporcionalidad inversa. Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Distintas expresiones. Polinomios. Factorización. Teorema de Ruffini. Teorema de Gauss.
Probabilidades y Estadística	Presentación de datos. Gráficos. Introducción a la combinatoria.

Como enseñar no significa enseñar enunciados de propiedades sino que se debe enseñar la forma de llegar a ellos, la propuesta de este taller se centrará en ofrecer la actividad lúdica como una secuencia de actividades en las que los participantes del juego tengan la oportunidad de descubrir y/o reutilizar propiedades y justificar su validez, no será pertinente la deducción ya que se forzaría el sentido del jugar pudiendo, de este modo, no alcanzar el objetivo buscado. La diversidad de ideas que surgen en cada una de las situaciones que se plantean con un mismo material permitirá formular conjeturas, elaborar argumentaciones y realizar puestas en común transitorias para luego arribar a las definitivas, solos o con la ayuda del docente, que también participa de la situación de juego.

Material

El material preparado para esta propuesta de taller consiste en una colección formada por ocho juegos inéditos. Ninguno de ellos se cierra en un único contenido o en un único nivel escolar, todos pueden ser utilizados en diversas situaciones áulicas.


Cada uno de los juegos tiene un manual de instrucciones que permiten a los jugadores trabajar con el mismo de manera independiente, es decir sin la guía del docente. Esto facilita la independencia de los mismos.


Los juegos que forman el material de este taller son:


- I. ¡Sólo 6...?
- II. Maby-drez
- III. ¡Códigos..?
- IV. Más-caras y ...
- V. Rapinomios
- VI. Geobatalla
- VII. Naípe Loco
- VIII. Fraccionó


A modo de ejemplo se describe el material que compone el juego ¡Sólo 6...?


Consiste en seis cubos de madera con las caras pavimentadas con diferentes motivos. Cada una de las caras remite a una situación que se debe resolver.


Cara  : Con las seis caras de ese color se debe formar un cuadrado mágico. La numeración utilizada es la numeración china. Además se sugiere encontrar otros numerales utilizando los ideogramas que están representados.

Cara  : Con las seis caras de este color se debe obtener una suma cuyo valor se conoce. Se deben utilizar los distintos numerales que figuran en las caras y se debe encontrar el sistema de numeración que se utilizó. Se sugiere utilizar los numerales para otros sistemas de numeración, obteniendo algunas operaciones posibles con ellos.

Cara  : En cada una de las caras de este color se encuentra un diseño, se deben encontrar las simetrías axiales que posee cada uno de ellos y ordenarlos de acuerdo con la cantidad que posee. Se sugiere la confección de guardas y la reformulación de los diseños para obtener nuevos ejes de simetría.

Cara  : En estas caras se pueden encontrar representaciones de números y esquemas que permiten obtener secuencias y sucesiones. Se debe obtener la ley de formación de las sucesiones y continuar las secuencias. En ningún caso la respuesta es única.

Cara  : Con las seis caras de este color es posible armar diferentes enteros. La propuesta consiste en validar si es cierta la suma que se da como resultado. Luego se sugiere trabajar con los otros enteros posibles para resolver diferentes operaciones con ellos.

Cara  : En las seis caras de este color se encuentran dibujadas curvas. Se deben obtener figuras limitadas por las mismas pero con la condición de tener el mismo perímetro pero diferente superficie. Se sugiere realizar diferentes combinaciones.

Por último, se debe jugar con las seis configuraciones obtenidas, ya que estas corresponden a eneáminos. Se plantea la pregunta: ¿Cuántas faltan?, para ello se pueden utilizar los cubos sin importar que está representado en la cara.

En esta descripción se puede observar que ninguna situación es cerrada, que se puede aplicar en distintos niveles y que cada una de ellas abarca diferentes contenidos. En cada caso se deja total libertad al docente para que utilice el material en el momento y de la forma que le resulte conveniente para su grupo de alumnos.

Actividades

Con las actividades que se desarrollarán en el taller se pretende que los participantes puedan alcanzar los objetivos planteados mediante una distribución equilibrada de los tiempos destinados a la exposición por parte de los coordinadores y el trabajo de los participantes. Los participantes deberán jugar y discutir críticamente las situaciones planteadas en la propuesta didáctica como así también la elaboración de nuevas propuestas que completen los aspectos teóricos considerados en cada una de las propuestas lúdicas ofrecidas.

Se pretende que a lo largo del taller se vaya hilvanando una idea: en los sueños uno simula la realidad como espacio de su práctica, su entrenamiento, para así consolidar lo que empezó a aprender durante el día. El sueño es entonces un campo de juego, un espacio de mutaciones, donde se ensayan y evalúan distintas posibilidades de acción en el aula.

Este taller espera provocar sueños con final feliz: *”La elegancia, la osadía y el atrevimiento despiertan en la matemática una permanente esquizofrenia entre un despertar meticuloso, riguroso y conservador y un osado y revolucionario sueño creativo”* (Sigman, 2004)

Evaluación

Se solicitará a los participantes la elaboración de nuevas propuestas que completen los juegos ofrecidos en el taller. También se indagará sobre posibles relaciones que, desde el punto de vista de un aprendizaje significativo, sería deseable lograr y no fue posible con el/los juegos ofrecidos en el taller.

Referencias Bibliográficas

Nota: En la bibliografía se han incorporado textos adicionales a los mencionados en el cuerpo, que sirvieron para el diseño de los juegos presentados en el taller.

Aizencang, N. (2005). *Jugar, aprender y enseñar*. Buenos Aires: Manantial.

Bachelard, G. (1991). *La Formación del Espíritu Científico*. Buenos Aires. Siglo Veintiuno Editores

Baquero, R. (2001). *Introducción a la psicología del aprendizaje escolar*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Quilmes.

Beltrán, J. y otros. (1993). *Intervención psicopedagógica*. Madrid: Pirámide.

Bixio, C. (1999). *Enseñar a aprender*. Rosario: Homo Sapiens

Bixio, C. (2006). *¿Chicos aburridos? El problema de la motivación en la escuela*. Rosario: Homo Sapiens.

Bixio, C. (2010). *Maestros del siglo XXI*. Rosario: Homo Sapiens

Cerquetti-Aberkane, F. (1994). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial*. Buenos Aires: Edicial.

Cerquetti-Aberkane, F. (1994). *Enseñar Matemática en los Primeros Ciclos*. Buenos Aires: Edicial.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón J. (2000). *Estudiar Matemáticas*. Barcelona: Horsori.

D'Amore, B., Godino, J. y Fandiño Pinilla, M. (2008). *Competencias y Matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Edelstein, G. (1995). *Imágenes e Imaginación. Iniciación a la Docencia*. Buenos Aires: Kapelusz.

Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Paidós.

Ricotti, S. (2005). *Juegos y problemas para construir ideas matemáticas*. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Sigman, M. (2004). *El breve lapso entre el huevo y la gallina*. Buenos Aires: Capital Intelectual S.A.

Vergnaud, G. (1997). *Aprendizajes y didácticas: ¿qué hay de nuevo?* Buenos Aires: Edicial

Villella, J. (2001). *Uno, dos, tres...geometría otra vez*. Buenos Aires: Aique.