UN ESPACIO DE REFLEXIÓN Y PRODUCCIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESOR

Corrales J., Etchegaray S., Leguizamón V., Vázquez L.
julia.corrales@hotmail.com, setchegaray@exa.unrc.edu.ar,
vleguizamon177@yahoo.com.ar, lia_vqz@hotmail.com
Universidad Nacional de la Patagonia Austral- UACO, Argentina

Tema: Formación del profesorado en Matemática: Formación inicial
Modalidad: CB
Nivel educativo: Terciario - Universitario
Palabras clave: formación inicial, sistema de prácticas, didáctica de la matemática

Resumen

Este trabajo surge como un camino posible para ayudar a dar respuesta a una problemática que se manifiesta en los espacios de Didáctica de la Matemática y del Taller de Práctica Docente. Tal problemática la podemos resumir como el reconocimiento de las dificultades -que los estudiantes futuros profesores poseen- con el manejo del contenido matemático cuando lo tienen que transformar en "contenido a enseñar". En este sentido nuestro profesorado contempla dos asignaturas Optativas en tanto espacios de reflexión sobre la Actividad Matemática, cuyo objetivo fundamental es colocar al estudiante como "productor" de Matemática. Esencialmente se intenta que se logre "vivir" el hacer matemático como una experiencia creativa, centrado en la reconstrucción de la teoría matemática a partir de revisar, interrogar y reflexionar sobre las formas personales y colectivas de "pensar", "hacer", "decir" y "transformar" matemática. La apropiación de esta manera de relacionarse con el contenido matemático en espacios de la formación inicial se manifiesta como una fortaleza al momento de planificar y gestionar una clase que pretendemos se centre en la producción, transformación y validación del conocimiento matemático. Nuestra exposición estará centrada en la socialización del trabajo realizado por nuestros estudiantes sobre una situación que moviliza un proceso de algebrización.

Introducción:

Este trabajo surge como un camino posible para ayudar a dar respuesta a una problemática que se manifiesta en los espacios: Didáctica de la Matemática y Taller de Práctica Docente del profesorado en Matemática. Tal problemática la podemos resumir como el reconocimiento de las dificultades -que los futuros profesores poseen- en el manejo del contenido matemático al tener que transformarlo en "contenido a enseñar". En este sentido se propone una práctica situada y fundamentada en posicionamientos ya explicitados en el estudio nacional sobre los profesorados nacionales en Matemática (Arias, Etchegaray, Sessa, 2011) donde se sostiene que los estudiantes que participan de la reconstrucción de la teoría como conocimiento que fundamenta, sistematiza y organiza las acciones realizadas sobre las situaciones en el aula de Matemática y los discursos explicativos sobre las mismas, logran un dominio diferente de la disciplina que permite pensar con mayor fluidez a ese conocimiento para enseñarlo. La presente comunicación se centra en la descripción y análisis de una gestión de clase y de producciones elaboradas por estudiantes de matemática sobre una situación que moviliza un proceso de algebrización.

Ubicación en el Plan del Profesorado y objetivo del espacio curricular:

La UNPA cuenta con cuatro unidades académicas, una de las cuales se encuentra emplazada en la localidad de Caleta Olivia, provincia de Santa Cruz, al sur de la Argentina. Dentro de la oferta académica está el Profesorado en Matemática en el marco del cual se encuentran las Optativas I y II, donde se desarrolla este trabajo. Son espacios donde se construyen micro-teorías matemáticas a partir de distintos tipos de situaciones y que operan como puente entre lo que se hace en las asignaturas correspondientes a espacios puros de la disciplina matemática y lo que se pretende interpelar y cuestionar para construir saber didáctico luego en la Didáctica de la Matemática y la Práctica.

Fundamentación de la propuesta curricular:

El marco desde donde se propone analizar y reflexionar sobre los objetos y prácticas matemáticas supone a la "**actividad matemática"** esencialmente como una actividad de resolución de problemas, mediatizada por un lenguaje simbólico y organizada lógicamente como un sistema conceptual (Godino 2007) y al **"aula de Matemática"** como un espacio de producción, transformación y validación del conocimiento matemático (Brosseau, 1987) tanto para los alumnos como para los docentes involucrados en el acto de enseñanza y de aprendizaje. En este encuadre teórico se trata de ayudar a transitar en el aula del profesorado en Matemática el siguiente camino día a día:1) Analizar la actividad matemática producida en el aula de formación inicial de profesores para "pensar" sobre la enseñanza de la matemática. 2) Pensar los problemas como recurso para el aprendizaje. 3) Revisar la matemática que se conoce, interrogarla y analizarla para construir nuevas "obras" matemáticas. 4) Reconstruir un aparato teórico que permita reutilizarlos para resolver nuevas situaciones, producir nuevos modelos a partir de la resolución de problemas.

En el presente trabajo se relata y analiza lo ocurrido con un grupo de alumnos a propósito de una situación particular en el cursado de la Optativa I durante el año 2012. Se trata de un trabajo de interpelación al uso y funcionamiento del lenguaje algebraico, su potencia y cómo "vive" éste, ya sea en la formación inicial, o cómo debería vivir en la escuela. A raíz de esto se eligieron situaciones que permitan **recuperar la dialéctica entre la aritmética y el álgebra** como un proceso necesario para la producción de nuevo conocimiento. Apuntamos a hacer explícito cómo ***lo algebraico es un instrumento de las propiedades de los números y recíprocamente las propiedades de los números son los instrumentos que permiten transformar las expresiones algebraicas (Sadovsky, 2003)*.**

Análisis de un episodio de clase

El análisis de este episodio se realizó sobre un registro de clase tomado por las docentes. El emergente institucional pretendido es la construcción de fórmulas concebidas como modelo de una forma de pensar la situación, y el análisis de equivalencia de expresiones algebraicas que permiten "leer" información contextual.

La situación presentada a los alumnos era la segunda de las pensadas para todo el cuatrimestre: *"Tomen un número impar, elévenlo al cuadrado y luego réstenle 1. ¿Qué podemos decir acerca del número resultante?"* (Arcavi.1994)

El primer momento colectivo de la clase, tras la producción individual llevada a cabo por los estudiantes se inicia con el trabajo reflexivo sobre las dos primeras conjeturas que formula la alumna E: "*El resultado es múltiplo de 4" y "El resultado es 4 veces la suma de "el número" con su cuadrado."*

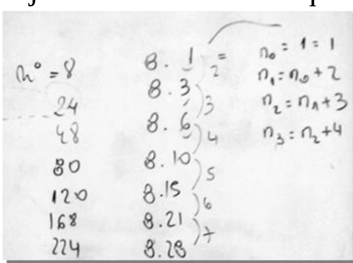
La alumna fue capaz de extraer información de las transformaciones sintácticas que fue generando a partir de escribir un impar como (2*x* +1) y del trabajo sobre propiedades para encontrar expresiones equivalentes. En efecto, su primera producción se observa en la imagen:

$$(2x+1)^2 - 1 = 4x^2 + 4x \quad = \overbrace{4}^{\text{Múltiplo de 4}}(x^2+x) \quad = 4x(x+1)$$
$$= \underbrace{2x}_{\text{Múltiplo de 2}}(2x+2)$$

La alumna enuncia la multiplicidad por 4, desde la escritura de *"4 por algo…*" Además advierte que si reescribe esta expresión, también es posible hablar de que el resultado se trata de un número par. Pero en $4\,(x^2+x)$, la alumna E "lee": *"es cuatro veces el número al cuadrado más el número"*. Esta primera producción "inexacta" ofrece una excelente oportunidad para poner en tensión colectiva la carga que naturalmente los estudiantes "traen" de lecturas lineales de las expresiones sin tener en cuenta las referencias de significado otorgadas por el contexto. En este sentido la clase como la institución que regula en su conjunto los diálogos científicos ayuda a que la propia estudiante E reflexione sobre su "decir". Se hace necesario en ese proceso comparar y relacionar la "*x*" que estaba leyendo con la forma de haber expresado simbólicamente al número impar del que partió. O sea que al identificar que “2*x* +1” es el impar que se eleva al cuadrado, se da cuenta que su conjetura debe ser reformulada. Por lo que es capaz de extraer y validar nueva información de su producción algebraica que pone de manifiesto un proceso personal más complejo de algebrización: -*Ah! Entonces puedo decir* ***que es múltiplo de su antecesor****, porque si el número es “2x +1”, entonces el antecesor es “2x”*-

En un segundo momento de búsqueda de relaciones en la clase, la propia alumna E argumenta que las demás conjeturas las puede concluir y validar desde la lectura de **las transformaciones sintácticas** que va realizando, sin embargo, tiene una nueva conjetura que se sostiene ante la seria sospecha de que el resultado es siempre un múltiplo de 8, pero comunica que esto último sólo pudo observarlo dándole valores a *x* a partir de un registro aritmético. Es muy rico este juego de diferentes procedimientos (Markiewicz, Etchegaray, 2011) asociados al razonamiento conjetural que la docente aprovecha poniéndolos a dialogar, enfrentando los distintos elementos de significados (procedimientos, argumentos, lenguajes) que conforman los diferentes sistemas de prácticas matemáticas que circulan en la clase.

Justamente la alumna E –en este razonamiento inductivo- dice que si toma como dominio los naturales, entonces el resultado es mayor o igual a 8. Desde la gestión de clase se invita a los alumnos a pensar que sucede con el impar 1 y el resultado que arroja, ya que 1 es un número natural. Esta intervención conlleva a un muy fructífero cuestionamiento acerca de una propiedad del “0” ¿es múltiplo de un número? en particular ¿es múltiplo del 8? Superado este conflicto, los estudiantes retoman las diferentes prácticas que les permitieron enunciar las últimas conjeturas. En efecto, los alumnos L y N, manifiestan que ellos están de acuerdo con la multiplicidad por 4, y que de esto se desprende que es par, pero utilizando como argumento que el 4 se escribe como 2x2. Al igual que la alumna E explicitan que “ven” que se trata de múltiplos de 8, también a partir de la exploración sobre una tabla de valores reconociendo que no lo pueden validar a partir de las fórmulas equivalentes construidas. Pareciera ser que las diversas fórmulas generadas para la situación planteada no arrojan esta información que otorga el registro aritmético.

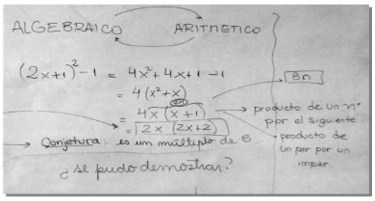


La alumna S dice: - *es par, es múltiplo de 4 y múltiplo de 8, los números que se obtienen son congruentes con 0 módulo 8, 4 y 2. Y validé lo de 8. Busqué la forma de* *generar los múltiplos de 8, hice como mi compañera E pero me extendí un poco más. Estoy sumando el antecesor…*

La alumna S verifica que los números que exploró son "*8 por algo*" y trata de ver que los factores distintos de 8, en apariencia están relacionados es decir, que hay una regularidad por analizar. En este punto se comparte lo escrito por la alumna E acerca de que el número que se pretende caracterizar es múltiplo de su antecesor. Aunque E, como ya se mencionara, lo concluyó a partir de la comparación de las dos escrituras "$2x+1$" y "$2x$", mientras que S lo hizo a partir de un trabajo inductivo analizando distintos valores lo que lleva a que ambas pueden pensar en la misma conjetura más allá de los procedimientos, argumentos y lenguajes utilizados. Este es un primer momento clave para poner en evidencia cómo la gestión de la clase, en este espacio de práctica reflexiva, opera con la intencionalidad de articular diferentes significados emergentes de distintos sistemas de prácticas matemáticas.

El proceso inductivo, en esta clase, no logra ser atrapado en una fórmula, lo que obstaculiza la validación de la última conjetura obtenida. Al no poder avanzar en este punto, los estudiantes "se corren" nuevamente al sistema de práctica netamente algebraico que les produce seguridad para argumentar sobre las propiedades del número obtenido, pero ahora convencidos de que el número del cual partieron en su trabajo, es múltiplo de 8.

Nuevas argumentaciones, avances en los sistemas de prácticas



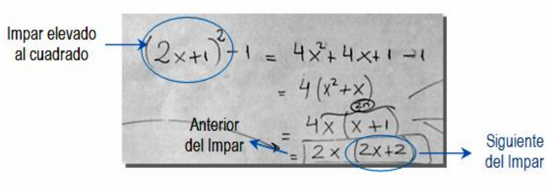
En la clase siguiente se recuperan las transformaciones algebraicas obtenidas hasta ese momento, centrando el trabajo especialmente en las siguientes:

En la búsqueda por demostrar la multiplicidad por 8 del número en cuestión, la alumna N avanza en la argumentación al analizar la expresión "$x.(x+1)$", ya que si x es par, entonces el producto de un par por su siguiente es par, y si x es impar, entonces su siguiente es par y también lo será el producto.

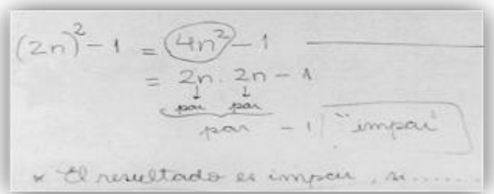
Las profesoras movilizan un proceso de generalización invitando a pensar acerca de cuál sería la propiedad matemática que se puede extraer a partir de lo establecido por la alumna N. Pese a ser ella la que pudo observar esta relación numérica en el contexto algebraico creado por los alumnos, su producción no logró atrapar la propiedad algebraica siguiente: *El producto de dos números consecutivos es necesariamente par*. Es el alumno L quien la expone, y luego de ser discutida en la clase se transforma en un conocimiento colectivo disponible que permitirá avanzar a todo el grupo en el problema de la validación. Esto es así pues, como se aprecia en la imagen anterior, los estudiantes detectan que 4 por un número par asegura tener un múltiplo de 8.

En esta instancia de desarrollo matemático se tienen dos proposiciones matemáticas: 1) *El resultado de un número impar al cuadrado menos 1, es múltiplo de 8. 2) Un número impar al cuadrado menos 1, es múltiplo de su antecesor.*

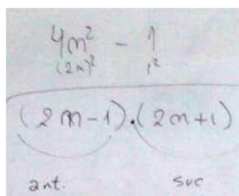
Pero resulta necesario para las docentes a cargo replantear al grupo si hay seguridad sobre lo que se ha generado hasta ese momento, ya que son claros emergentes de diferentes juegos de relaciones personales (distintos sistemas de prácticas). Esta revisión se lleva a cabo desde cada uno de los significados propios otorgados a las proposiciones. En efecto, la confirmación de lo construido se evidencia, por ejemplo cuando la alumna E advierte y visualiza, en lo que ella había escrito, también la multiplicidad por el siguiente: si el número del que parte es $2x+1$, entonces $2x+2$ es su siguiente y a esto lo explicita así:

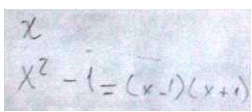


La producción matemática se logra enriquecer en un nuevo momento inaugurado por las docentes al proponer a los alumnos pensar sobre, ¿cuáles son los condicionantes del problema? ¿qué sucede si quitamos al número la condición de ser impar? Surgen así las siguientes nuevas afirmaciones: Alumna E: - *lo que yo dije sigue valiendo* - Alumna N: - *el resultado siempre es impar* -y escribe:



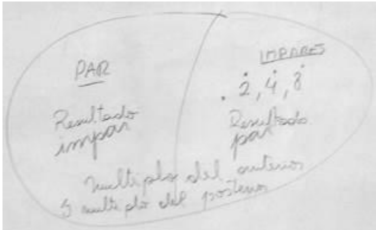
Esto obliga a cuestionar desde donde se está partiendo para ajustar la formulación de su nueva proposición: *Si se parte de un número impar el resultado es par y si se parte de un número par su resultado es impar.* Sin embargo la carga conceptual matemática de esta proposición guarda distancia con la expuesta por la alumna E. Es en este sentido que una de las docentes interpela nuevamente a la clase de la siguiente manera: - *Elena dice que lo de ella sigue valiendo ¿Por qué? –*



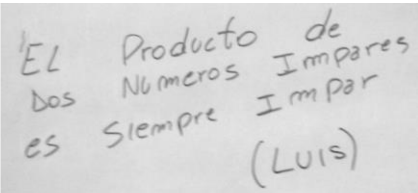


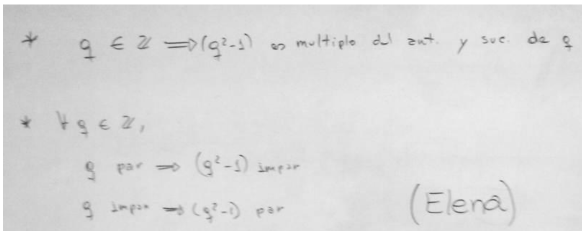
Es esencial desde este análisis de significados que se propone, detenerse en la argumentación con sentido de validación expresada por la alumna E. -*Si es par sólo podía decir que el resultado era impar, entonces lo factoricé como (2n-1)(2n+1). Y ese es el* *anterior y el siguiente y después pensé que si era un número cualquiera x, y me da también lo mismo, es decir que siempre va a ser múltiplo del antecesor y del sucesor.*

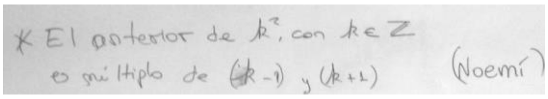
En una primera instancia, se puede observar cómo la producción de la alumna E, que está centrada en las transformaciones sintácticas. En este caso particular relaciona la necesidad -de la estudiante- de que sobreviva ante un nuevo condicionamiento su sistema de prácticas con la necesidad de que quede explicito en la transformación algebraica la propiedad de ser múltiplo del número anterior y del sucesor para que quede validada ostensivamente su proposición. La siguiente imagen sintetiza la producción matemática colectiva:

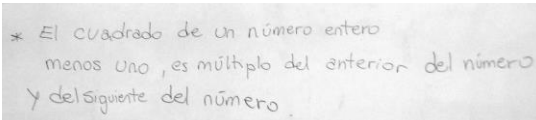


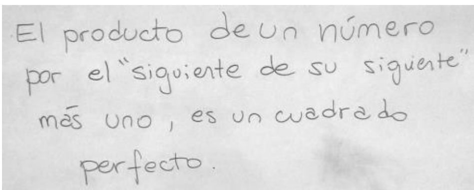
Por último las docentes solicitan a cada estudiante que formule su propia “obra” matemática, con el absoluto convencimiento que esta tarea no solo permite poner en “acto” el significado personal construido por los estudiantes hasta el momento, sino que explicita el sistema de práctica de apoyo sobre el que se construirán nuevos interrogantes. Las siguientes imágenes pretenden ilustrar este importante momento de producción escrita:











A modo de síntesis:

El objetivo primordial en este espacio curricular y su concordancia con los ejes de trabajo de las actuales teorías en Didáctica de la Matemática es: “explicitar como “vive” y se “articula” lo personal y lo colectivo en torno a un abanico de tareas matemáticas para avanzar en la apropiación por parte de los estudiantes de un tipo de conocimiento necesario para el fututo profesor ligado a prácticas reflexivas sobre sus propias formas de "hacer" y "decir" la matemática". Asimismo vale rescatar la importancia y el privilegio de tener espacios y tiempos en la formación inicial del profesor para hacer explícita la relación que cada estudiante va construyendo con el conocimiento matemático a lo largo de su formación. Esto lo intentamos lograr a partir de una práctica y gestión docente que "obligue" al mismo tiempo, por ejemplo, pensar sobre la relación entre el "particular" planteado por el alumno con el "general" previsto por el docente , la "parte" seleccionada para la exploración "singular" de cada estudiante con el "todo" sintetizado desde el saber matemático. En otras palabras el conocimiento didáctico-matemático puesto en contexto (en este caso el aula de formación inicial del profesor en Matemática) es el que permite "poner en acto" procesos duales que hacen al acto de enseñar y aprender un acto complejo y regular una práctica de conocimiento basada en una dialéctica operativa y reflexiva.(Godino, Batanero, Font 2007)

Referencias Bibliográficas

Arcavi, A (1994) *"Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics".* http://flm-journal.org/FLMArcavi.pdf, 5, http://flm-journal.org

Etchegaray S., Arias D., Sessa C. (2011) *"La formación en las carreras de Profesorado en Matemática".* Revista Digital Instituto Nacional de Formación Docente. http://issuu.com/revista_infd/docs/publicacion_infd_septiembre, 13,14 http://issuu.com Consultado el 26/05/13

Godino, J., Batanero C., Font V. (2007) *"Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción Matemática".* http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf, 4. http://www.ugr.es Consultado el 11/05/13

Markiewicz, M., Etchegaray S., (2011) *"Un espacio para el razonamiento conjetural en la formación inicial de profesores".* http://www2.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_27/Markiewicz_trabajo_2011.pdf http://www2.famaf.unc.edu.ar/ Consultado el 5/06/13

Sadovsky, P. (2003) *La didáctica del álgebra elemental como marco de referencia*. Capítulo 2 de la Tesis Doctoral UBA. Pág. 4.