View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Funes

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO

Álvarez, W., Lacués, E., Pagano, M.
Universidad Católica del Uruguay (UCU), Uruguay.
walter.alvarez@gmail.com; elacues@ucu.edu.uy; mapagano@ucu.edu.uy
Enseñanza media superior; enseñanza universitaria inicial

Resumen
Existe consenso, respecto a la importancia de la Matemática en la formación de las personas, tanto para su desenvolvimiento en la sociedad como para su desempeño personal y laboral.
Tendencias actuales en la Didáctica de la Matemática señalan al conjunto de estrategias de resolución de problemas como una metodología didáctica que permite no sólo promover el logro de aprendizajes del área, sino también de habilidades y competencias de interés para el desarrollo de los individuos. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea.
Por otro lado, la atención desde la enseñanza a los procesos asociados a la representación matemática de situaciones reales, ayuda a los estudiantes a movilizar diversos mecanismos que promueven el desarrollo de competencias.
Palabras Clave: Resolución de problemas; Heurísticas; Cálculo; Juego de cuadros.

Primera Sesión
Presentación del Marco teórico general.
El uso de "La definición de límite" como problema.

Segunda Sesión
Otras apreciaciones sobre el Marco teórico general.
Problemas de optimización y otros.
Cada sesión se organizará en tres partes:
a) Exposición indicando un marco teórico para la propuesta de evaluación, seguida de la presentación de ejemplos (30').
b) Trabajo en taller (60').
c) Síntesis de la sesión (30').

Introducción

Cualquiera sea el marco teórico de referencia con respecto a la resolución de problemas es innegable que la inclusión de los mismos en el currículo es indispensable para garantizar la conceptualización de los objetos matemáticos y es un complemento ineludible a la hora de promover el desarrollo de diferentes tipos de competencias.
La propuesta del taller consiste en un breve análisis del marco teórico de referencia para luego presentar tareas que promuevan los aspectos mencionados por los diferentes autores.
Los problemas a resolver y analizar corresponden a los contenidos habituales de un primer curso de Cálculo a nivel secundario superior o universitario inicial.
La modalidad del taller consistirá en la resolución por parte de los participantes de las tareas propuestas como forma de involucrarse en las mismas y a partir de esto realizar un análisis de su pertinencia, su grado de dificultad y la adecuación de la misma a cada una de las definiciones de problema presentadas en el marco teórico.

Por otra parte se espera que al finalizar el taller además de la resolución y análisis de los problemas presentados se haya logrado la producción conjunta de nuevas situaciones problemáticas que contribuyan al desempeño futuro de los docentes involucrados.

Marco teórico

D´Amore (DÁmore, 2004), citando a Duval, Chevallard, Godino y Batanero, propone que el aprendizaje conceptual pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas. Esta adquisición de las diferentes representaciones semióticas depende de tres elementos: representación, tratamiento y conversión. La adquisición de un concepto está estrechamente vinculada con la capacidad de representación del concepto en un determinado registro, con el tratamiento de la representación al interior del registro y con la posibilidad de traducción o conversión de un registro a otro. Es fundamental entonces a la hora de pensar actividades para nuestros alumnos planificarlas teniendo en cuenta estos tres requisitos.

Siguiendo el desarrollo de estos autores, la construcción de los conceptos matemáticos (conceptualización), se logra cuando el estudiante pasa del concepto como instrumento al concepto como objeto matemático. Dada la inaccesibilidad tangible de los objetos matemáticos, este proceso de conceptualización solo puede realizarse a partir de las "manipulaciones" con las diferentes representaciones semióticas de éstos últimos y a su vez estas manipulaciones necesariamente han de ser contextualizadas, esto es, deben realizarse en contextos en los cuales los objetos matemáticos cumplen unos determinados roles específicos (instrumentos).

Justamente la noción de problema desde la Didáctica Francesa, planteada por Duoady (Artigue, M. y otros, 1995) apunta a la conceptualización definiendo un problema como la instancia de presentación de un nuevo objeto del saber matemático.

De acuerdo con esta corriente los saberes matemáticos pueden ser considerados en dos perspectivas diferentes:

- Como **instrumentos** construidos a propósito de la solución de ciertas situaciones, que pueden ir en un continuo desde completamente internas a las matemáticas hasta completamente externas a ellas.
- Como **objetos** que conforman un corpus de conocimiento reconocido socialmente como tal, con reglas propias de validación de resultados aceptadas por la comunidad productora del saber.

Considerar los saberes matemáticos como instrumentos implica:

- Disponer funcionalmente de ellos para ser aplicados en las situaciones que los originaron.
- Adaptarlos flexiblemente a una situación nueva, diferente de la que originalmente fue motivo de su creación.
- Establecer puentes entre ellos y el significado en la interpretación de la realidad que ellos permiten concretar.

Considerar los saberes matemáticos como objetos implica:

- Reconocer el papel que definiciones, teoremas, algoritmos, etcétera, tienen en la organización de la disciplina.
- Producir conjeturas y proporcionar pruebas o refutaciones de ellas.
- Proponer definiciones o desarrollar algoritmos o procedimientos.

La resolución de problemas se presenta entonces como una instancia imprescindible a la hora fomentar el aprendizaje de los saberes matemáticos tanto desde su perspectiva de instrumento como desde su perspectiva de objeto.

Stancey y Groves (Stancey y Groves, 2001) postulan que los problemas proporcionan oportunidades para:

- Repasar y consolidar importantes ideas matemáticas, así como un foco en los procesos de resolución de problemas.
- Convertir un problema estándar en uno más interesante o desafiante cambiando el planteo.
- Permitir ver las conexiones matemáticas y lograr una mejor comprensión.
- Ayudar a que los estudiantes consigan "poder matemático", es decir, desarrollar aptitudes para: entender conceptos y métodos matemáticos; discernir relaciones matemáticas, razonar lógicamente, aplicar conceptos, métodos y relaciones matemáticos para resolver una variedad de problemas no rutinarios. Desde este punto de vista el estudiante debe entender que resolver un problema no es algo "extra" sino que es una habilidad central en el aprendizaje del uso de las ideas matemáticas
- Insistir en la metacognición y la autorregulación.

  Es tarea del docente:
- Ayudar a los estudiantes a aceptar los desafíos; un problema no es tal hasta que uno no quiera resolverlo.
- Construir un clima de apoyo en el aula, en el cual los estudiantes estén preparados para enfrentarse a lo que no les resulta familiar y no se sientan muy amenazados cuando se bloquean.
- Permitir que los estudiantes sigan sus propios caminos hacia una solución y ayudarlos cuando sea necesario, sin darles la respuesta.
- Proporcionar un marco en el que los estudiantes puedan reflexionar sobre los procesos involucrados (es decir pensarlos, discutirlos y escribir sobre ellos) y aprender por lo tanto de la experiencia.
- Comunicar a los alumnos los procesos involucrados en la construcción y el uso de la matemática para que puedan construir un vocabulario que les ayude a comprender y comunicar las ideas matemáticas.

Se espera entonces que a partir de estas instancias, el alumno manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental y ejercite su creatividad. Debe promoverse la reflexión sobre los propios procesos de pensamiento, la transferencia hacia otras actividades, la adquisición de confianza en sí mismo y el gusto por la propia actividad mental.

Etapas en la resolución de problemas

Siguiendo a Polya (Polya, 1965), los pasos o etapas para la resolución de problemas involucran entre otros los siguientes:

1. Comprender el problema
2. Concebir un plan
   - Determinar la relación entre los datos y la incógnita.
   - De no encontrarse una relación inmediata, pueden considerarse problemas auxiliares.
   - Obtener finalmente un plan de solución.
3. Ejecutar el plan
4. Examinar la solución obtenida.

Veamos específicamente que implica cada una de estas etapas:
Comprender el problema

- ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Es redundante? ¿Contradictoria?

Concebir un plan

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Se ha visto el mismo problema en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una similar.
- He aquí un problema relacionado con el suyo y que se ha resuelto ya ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar el resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Le haría falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.
- Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere solo una parte del problema descarte la otra parte ¿en qué medida queda la incógnita ahora determinada? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita?
- ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado todas las condiciones? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Ejecutar el plan

- Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos.
- ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

Y finalmente, tener una
Visión retrospectiva

- ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo completamente? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Desarrollo del taller
El programa a desarrollar es el siguiente:

Primera Sesión
Presentación del Marco teórico general.
Problemas relacionados con la definición de límite: relación épsilon- delta vinculando diferentes registros semióticos; uso de la definición de límite para la demostración de enunciados.

Segunda Sesión
Otras apreciaciones sobre el Marco teórico general.
Problemas de optimización: construcción y análisis de modelos de la realidad y de la propia disciplina.

Organización de cada sesión
Cada sesión se organizará en tres partes:
Exposición indicando un marco teórico para la propuesta de evaluación, seguida de la presentación de ejemplos (30').
Trabajo de los participantes en taller (60').
Síntesis de la sesión (30').

Observación importante: Le será entregado a cada participante un ejemplar del marco teórico así como las consignas de las tareas a desarrollar por parte de los participantes. Además, los participantes elegirán entre algunas opciones propuestas por los dictantes las consignas de la segunda sesión.

Referencias Bibliográficas
Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L.; Gómez, P. (1995) *Ingeniería didáctica en educación matemática*, Bogotá, Una empresa docente. Grupo Editorial Iberoamericana.
D'Amore, B. (2004) Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética. *Revista Uno, 35*, 90-106,
Godino, J. (2002) Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen?, *Revista Uno, 29*, 9-19.
Janvier, C., Translation Processes en Mathematics Education, en Problems of representation in the teaching and learning of mathematics, Janvier, C. (editor), Laurence Erlbaum Associates, Publishers, Hillsdale, New Jersey, 1987. 27-32
Polya, G. (1965) *Cómo plantear y resolver problemas*, México, Trillas.
Stacey, K.; Groves,S. (2001) *Resolver problemas: Estrategias Unidades para desarrollar el razonamiento matemático*. Madrid, Narcea.
Vinner, S.(1991) The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, en Tall, D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*,65-79, Dordretch, Kluwer Academic Publishers