

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS PROFESORES: DESARROLLO DE PROYECTOS Y PRÁCTICAS PROFESIONALES DOCENTES CON MODELIZACIÓN

Smith, S. – Esteley, C. – Villarreal, M.

smith@famaf.unc.edu.ar – esteley@famaf.unc.edu.ar – mvilla@famaf.unc.edu.ar
Facultad de Matemática, Astronomía y Física (Universidad Nacional de Córdoba) –
CONICET – Argentina

Tema: IV.1 – Formación inicial

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario – Universitario

Palabras clave: modelización matemática – desarrollo profesional – práctica docente

Resumen

Este trabajo presenta resultados producidos en el marco de una investigación que tiene por objeto caracterizar el desarrollo profesional de futuros profesores de matemática que se involucran en el diseño y ejecución de proyectos de modelización matemática. En particular, analizamos un proyecto de modelización de estudiantes de Profesorado en Matemática y su huella en la práctica profesional docente posterior de dichos estudiantes. Nos referimos a dificultades, desafíos y obstáculos que tuvieron que enfrentar, tanto durante el desarrollo de sus proyectos de modelización cuanto en la preparación y puesta en marcha de actividades de modelización para el aula. Discutimos aportes de ambas experiencias para el desarrollo profesional de estos estudiantes.

Introducción

Este trabajo presenta resultados provenientes de una investigación que tiene como objetivo caracterizar el desarrollo profesional de futuros profesores de matemática involucrados en escenarios de modelización matemática. Se conjugan dos temáticas: desarrollo profesional de futuros profesores y modelización como abordaje pedagógico. La temática referida al desarrollo profesional de profesores en servicio o futuros profesores de matemática es reconocida como relevante por la comunidad de investigadores en Educación Matemática (Even & Ball, 2009) preocupada por entender la naturaleza de ser y desarrollarse como profesor de matemática. El desarrollo profesional se puede reconocer como un movimiento que pone en juego un proceso permanente de constitución profesional enfatizando “[...] *la experiencia como centro de la constitución del sujeto*” (Guérios, 2005, p.134). Se puede caracterizar como un proceso personal y continuo que puede tomar múltiples formas, integrado a las prácticas sociales del cotidiano escolar (Ferreira, 2008; Ponte, 2008; Costa & Fiorentini, 2007). Las ideas de movimiento, cambio y experiencia son rescatadas por varios autores para ilustrar el sentido atribuido a la noción de desarrollo profesional. Para Larrosa (2003),

un proceso de formación implica un movimiento desde lo familiar o conocido hacia lo extraño o desconocido, retornando luego transformado. Esta idea de formación como un movimiento que implica una transformación y la consideración de la experiencia como centro de la constitución del sujeto, resultan relevantes para nuestro estudio centrado en las experiencias vividas por los futuros profesores en escenarios de modelización.

La expresión modelización matemática (MM) es amplia y puede ser interpretada desde diversas perspectivas. Para Blomhøj (2004), es un proceso que se transita para establecer una conexión entre una situación real y una idea matemática, tiene carácter cíclico y consiste en seis subprocesos: a) Formulación de un problema de la realidad que será modelizada. b) Selección de objetos relevantes, relaciones, etc. e idealización de los mismos para representarlos matemáticamente. c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático. d) Uso de métodos matemáticos para obtener resultados y conclusiones. e) Interpretación de los resultados y conclusiones. f) Evaluación de la validez del modelo.

En el ámbito educativo, la MM se recupera en sintonía con la noción de “escenario de investigación” de Skovsmose (2000). Se propone la constitución de escenarios de modelización, en los cuales se promueve que los estudiantes transiten el proceso completo de modelización. Los conceptos matemáticos que serán necesarios para la creación del modelo pueden o no estar disponibles al momento de comenzar a abordar los problemas. De esta manera, la MM puede ser vista como un abordaje pedagógico que enfatiza la relación mundo real – dominio matemático como centro de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La conjunción de las dos temáticas que abordamos en nuestro estudio nos permite arribar al foco de este trabajo particular: el desarrollo de proyectos y prácticas profesionales docentes con modelización llevadas a cabo por futuros profesores.

Procedimientos metodológicos y escenarios de investigación

La metodología de investigación es de naturaleza cualitativa en el marco de un paradigma interpretativo, basada en el análisis de datos provenientes de escenarios educativos donde futuros profesores se involucran en diversas actividades vinculadas con la modelización, sea como actividad matemática o como abordaje pedagógico.

Se trabajó con estudiantes del Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba. Esta carrera tiene una duración de cuatro años. El 66% de los cursos que componen su diseño curricular

corresponden a contenidos específicos de matemática y el resto a disciplinas de carácter didáctico-pedagógico. En los cursos de matemática, los ejemplos de aplicaciones a la vida real son escasos; los estudiantes no desarrollan procesos de MM que conduzcan a la generación de modelos, por lo general aplican modelos ya creados.

Entre las disciplinas didáctico-pedagógicas, se dictan Didáctica de la Matemática (DM) y Metodología, Observación y Práctica de la Enseñanza (MOPE). Ambas materias son de carácter anual y tienen una carga horaria de 240 hs y 320 hs, respectivamente. La primera corresponde al tercer año y la segunda al cuarto año. Estas dos disciplinas se constituyen en los escenarios educativos en los que llevamos a cabo nuestra investigación. A continuación se los describe brevemente.

En DM se analizan diversas tendencias en educación matemática, entre ellas, el empleo de la MM como abordaje pedagógico. Se discuten: el significado de la expresión modelo matemático, la noción de proceso de MM desde la óptica de diversos autores y cómo un proceso de MM podría constituirse en un abordaje pedagógico. Los alumnos desarrollan en pequeños grupos un proyecto de modelización, a partir de la elección libre de un tema del mundo real. Cada grupo debe entregar un informe escrito del proyecto y realizar una presentación oral. Estas experiencias se han desarrollado desde el año 2010. Para el análisis de los proyectos de modelización de los estudiantes, las principales fuentes de datos fueron sus reportes escritos, los registros de observaciones de las actividades de los estudiantes en sus proyectos de modelización y en sus presentaciones orales y videograbaciones de dichas presentaciones en 2011.

En MOPE, los estudiantes deben desarrollar prácticas de enseñanza en instituciones educativas del nivel secundario. Algunas de esas instituciones ofrecen la posibilidad de llevar adelante prácticas en las cuales la MM sea utilizada como abordaje pedagógico.

Las prácticas se realizan en grupos constituidos por dos estudiantes. Durante un mes completo, ambos estudiantes dan clases en una misma escuela y en el mismo año de escolaridad secundaria, aunque en cursos diferentes. La planificación cuenta con el asesoramiento de un profesor de MOPE y es revisada por el profesor de la escuela. Cuando los estudiantes comienzan a dar clases en los cursos asignados, su compañero de prácticas debe asistir, cumpliendo el rol de colaborador. Siempre están presentes el profesor de MOPE y el profesor de la escuela. Finalizadas las prácticas, cada grupo elabora un informe escrito. En este segundo escenario, las fuentes de datos son múltiples: planificaciones escritas por futuros profesores en situación de práctica docente y guías de actividades preparadas para los estudiantes; registros de

observaciones y videograbaciones de sus clases, fotografías, e-mails, escritos narrativos de los futuros profesores, entrevistas e informes finales de sus prácticas docentes.

Proyecto y prácticas docentes con modelización: dos experiencias

En este artículo nos referimos al trabajo de dos futuros profesores, Carlos y Damián, que, habiendo formado parte del mismo grupo en el desarrollo del proyecto de modelización en DM en el año 2011, realizaron juntos sus prácticas docentes en 2012.

Lo ocurrido en el escenario de Didáctica de la Matemática

El proyecto de modelización producido en 2011 por Carlos y Damián, junto a otros dos estudiantes, se titula *Modelización matemática: ayudando a la suerte*. Consiste en la elaboración de una estrategia fundamentada matemáticamente para obtener cierta ganancia en un juego de azar, requiriendo la menor cantidad posible de dinero inicial. En la elección del tema influyó la matemática que se pone en juego: "... éste tenía matemática por donde lo mire" (Carlos, presentación oral del trabajo). Describimos e interpretamos el proceso de modelización del grupo considerando los subprocesos propuestos por Blomhoj (2004): a) Formulación del problema: *¿Cómo ganar, apostando en la quiniela, un monto determinado de dinero, sin pérdidas, usando la menor cantidad de dinero posible?* b) Identificación de los mecanismos involucrados en el acto de apostar a la quiniela y selección de aquellos que serán considerados relevantes: quiniela y sorteos en los cuales apostarán, normativa que rige las apuestas de quiniela y tipo de apuesta que realizarán. Durante cuatro semanas, de lunes a viernes, registran la última cifra sorteada, en los cinco primeros puestos, en los tres sorteos diarios de la quiniela de Córdoba. c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático: consideran tres partes constitutivas del modelo: i) Estrategia de apuesta; ii) Cantidad aproximada de dinero necesario para apostar; iii) Elección del número. Identifican las variables del problema: X =*monto apostado*, Y =*monto que se desea ganar*, C =*coeficiente multiplicatorio* (coeficiente establecido en el reglamento para calcular el premio; para jugadas a primer orden, a última cifra, $C=7$), C_r =*coeficiente de ganancia real* (se deduce el 2%, que se destina a programas de asistencia social). d) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones: calculan $C_r=5,86$ y establecen la relación $X = Y/C_r$ entre cantidad neta de dinero que se desea ganar y coeficiente real de ganancia, a fin de determinar la cantidad de dinero a apostar.

La estrategia propuesta es apostar siempre al mismo número, hasta que salga. La cantidad de dinero a apostar a partir de la segunda jugada se obtiene considerando que la ganancia real obtenida debe ser igual a la suma entre el monto que se desea ganar y todo lo que se ha invertido hasta el momento en apuestas. Arriban a la relación recursiva

$$X_n = Y/C_r \left(1 + 1/C_r\right)^{n-1}, n \in \mathbb{N}, \text{ donde } X_n \text{ indica el monto de dinero que se debe}$$

apostar en el n -ésimo sorteo. Demuestran esta fórmula por inducción. Usando cálculo probabilístico, estiman que se necesitan 22 sorteos para que la probabilidad de que salga a primera el número elegido sea superior a 0,9. Finalmente, proponen elegir la cifra a la que se apostará teniendo en cuenta la frecuencia absoluta de aparición de cada cifra durante los sorteos registrados en el subproceso b). e) Concluyen que para ganar el monto deseado Y , sin pérdidas, es necesario contar con $\sum_{n=1}^{22} X_n = Y((1+1/C_r)^{22} - 1)$ pesos inicialmente. f) Realizan dos validaciones del modelo, una teórica y otra empírica. La validación teórica se lleva a cabo a través de una simulación, tomando como base estadísticas de la quiniela. La validación empírica se materializa apostando según la estrategia diseñada y ganando efectivamente. Por último, analizan lo que sucedería al considerar otro tipo de apuesta, abriendo un nuevo ciclo de modelización.

Lo ocurrido en el escenario de MOPE

Carlos y Damián desarrollaron sus prácticas docentes en dos secciones de primer año de una escuela secundaria privada de gestión pública. La unidad didáctica asignada para las prácticas se titulaba *Regularidades. Representación de regularidades*, y comenzaba diciendo: *Nociones de: regularidad, modelo matemático, variable, magnitud, representación, expresión analítica, y ecuación*. Se hacía mención a varios tipos de relaciones funcionales y se debía abordar el estudio de *tablas y gráficos cartesianos*.

Los estudiantes deciden montar un escenario de investigación particular, según lo expresan en su informe final de práctica:

“... planificamos desarrollar una “gran” actividad, la construcción de una caja usando técnicas de origami, la misma se dividirá en dos partes. La actividad tiene como objetivo principal la búsqueda de regularidades, por lo que cada parte estará centrada en este aspecto.

Para construir la caja es necesario realizar una serie de pasos, cada paso consiste básicamente en doblar el papel de una determinada manera (ver Anexo 1). Entonces la primera parte de esta actividad consiste en realizar los primeros dobleces con el papel

y analizar algunos aspectos que van apareciendo, por ejemplo, el número de figuras que se forman al realizar cada doblez. Estos datos se irán registrando en tablas, que servirán para la búsqueda de regularidades. Para finalizar esta primera parte se verán diferentes formas de expresar las regularidades encontradas (coloquial, simbólica y gráfica)” (Cabrera & García, 2012, p.14).

En la primera clase de las prácticas, cada alumno de primer año recibió un cuadrado de papel, de diferentes dimensiones. Los primeros dobleces necesarios para la construcción de la caja de papel se pueden observar en la Figura 1:

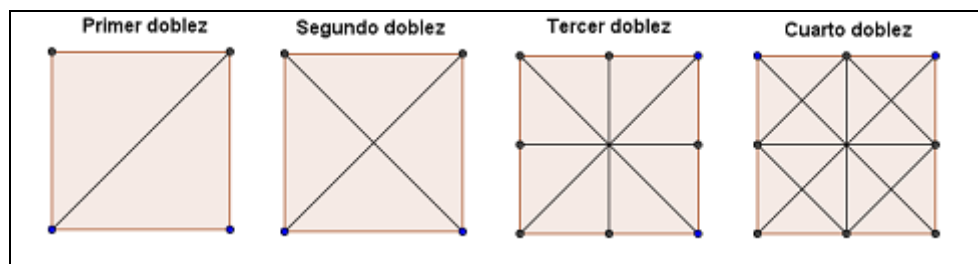


Figura 1: Primeros dobleces para la construcción de la caja de papel

Esta actividad permitió la búsqueda de regularidades entre diferentes variables a partir de la confección de tablas. Por ejemplo, para un cuadrado inicial de 14 cm de lado, es posible generar una tabla similar a la Tabla 1:

Cantidad de dobleces	Cantidad de segmentos	Cantidad de figuras	Área de la figura
1	1	2	98
2	2	4	49
3	4	8	24,5
4	8	16	12,25

Tabla 1: Variables seleccionadas y búsqueda de regularidades

Un análisis de esta tabla pone en evidencia un conjunto de relaciones entre las diferentes columnas de la misma. Por ejemplo: llamando x a la cantidad de dobleces e y a la cantidad de figuras, se obtiene $y = 2^x$; llamando x a la cantidad de figuras e y al área de cada figura, se obtiene $y = 196 \div x$ ($196 = \text{área del cuadrado de 14 cm de lado}$).

Lo descrito hasta aquí en relación a las experiencias de Carlos y Damián ilustra sintéticamente lo vivido por ellos en escenarios de MM. Si bien estas experiencias fueron exitosas, las mismas no estuvieron exentas de dificultades, desafíos y obstáculos.

Análisis y conclusiones

Como se pone en evidencia en la descripción del proceso de producción de un proyecto de MM y de las prácticas profesionales, los estudiantes fueron tomando un conjunto de

decisiones de naturaleza compleja. Tales decisiones pueden ser vistas como “sus respuestas” a una serie de aspectos que emergen en el cotidiano educativo, reconocidas por ellos como dificultades, desafíos u obstáculos. En todos los casos, los estudiantes ofrecieron respuestas pensadas y asociadas con sus experiencias en los escenarios educativos transitados. Las palabras de los estudiantes que sustentan nuestros análisis provienen de una narrativa sobre sus prácticas, escrita dos meses después de la finalización y aprobación de las mismas, a pedido de las profesoras de MOPE.

Antes de escoger la MM como abordaje pedagógico para trabajar en sus prácticas, indican: *“Las principales complicaciones que nos planteamos eran la insuficiente experiencia que teníamos con estas herramientas, recién el año anterior en Didáctica habíamos conocido lo que era modelización”*. Sin embargo, la huella de lo vivido con ese trabajo fue soporte para seguir: *“...aceptamos el desafío, porque, cuando estudiamos el proceso de modelización tuvimos que realizar un proyecto de modelización y la realización de éste fue una experiencia muy gratificante para nosotros”*. A pesar del marco de seguridad que les da lo experimentado en el curso de DM, el nuevo ámbito de las “prácticas profesionales” produce incertidumbre, nuevos desafíos y posibles obstáculos: *“Caos total aparecía en nuestras mentes, miedo y dudas debido a que teníamos que ingresar en la zona de riesgo que esta herramienta implica y perder un poco el control de la clase”*. A pesar de ello, no desisten de trabajar con MM y nuevos interrogantes u obstáculos emergen: *“¿sería bueno presentarles los pasos del proceso de modelización antes de comenzar con el proyecto, o después?, ¿alcanzaría el poco tiempo que teníamos para llevar a cabo todo? [...], ¿qué íbamos a evaluar? y ¿cómo? era un gran misterio”*. Finalmente, seleccionan un tema, delimitan un problema y logran diseñar una actividad que les permite avanzar con sus prácticas, toman el control de aquello que parecía un gran desafío que obstaculizaría el trabajo. La delimitación del problema a considerar fue decisiva para organizar tanto las actividades relacionadas con el proyecto de MM realizado en DM como las prácticas docentes. Como ocurrió en DM, al interior de la actividad diseñada para las prácticas, descubren una gran riqueza matemática: *“...pudimos encontrar mucha matemática, y particularmente vincularla con los temas sugeridos en la unidad que debíamos enseñar”*. Desafíos, dificultades y obstáculos son superados tomando como andamio firme la experiencia vivida en DM. Tal superación se convierte en medio que soporta una nueva experiencia de la cual salen ya transformados: *“Esto [la práctica] nos hizo reflexionar sobre lo que significa la modelización como estrategia de enseñanza. Nos*

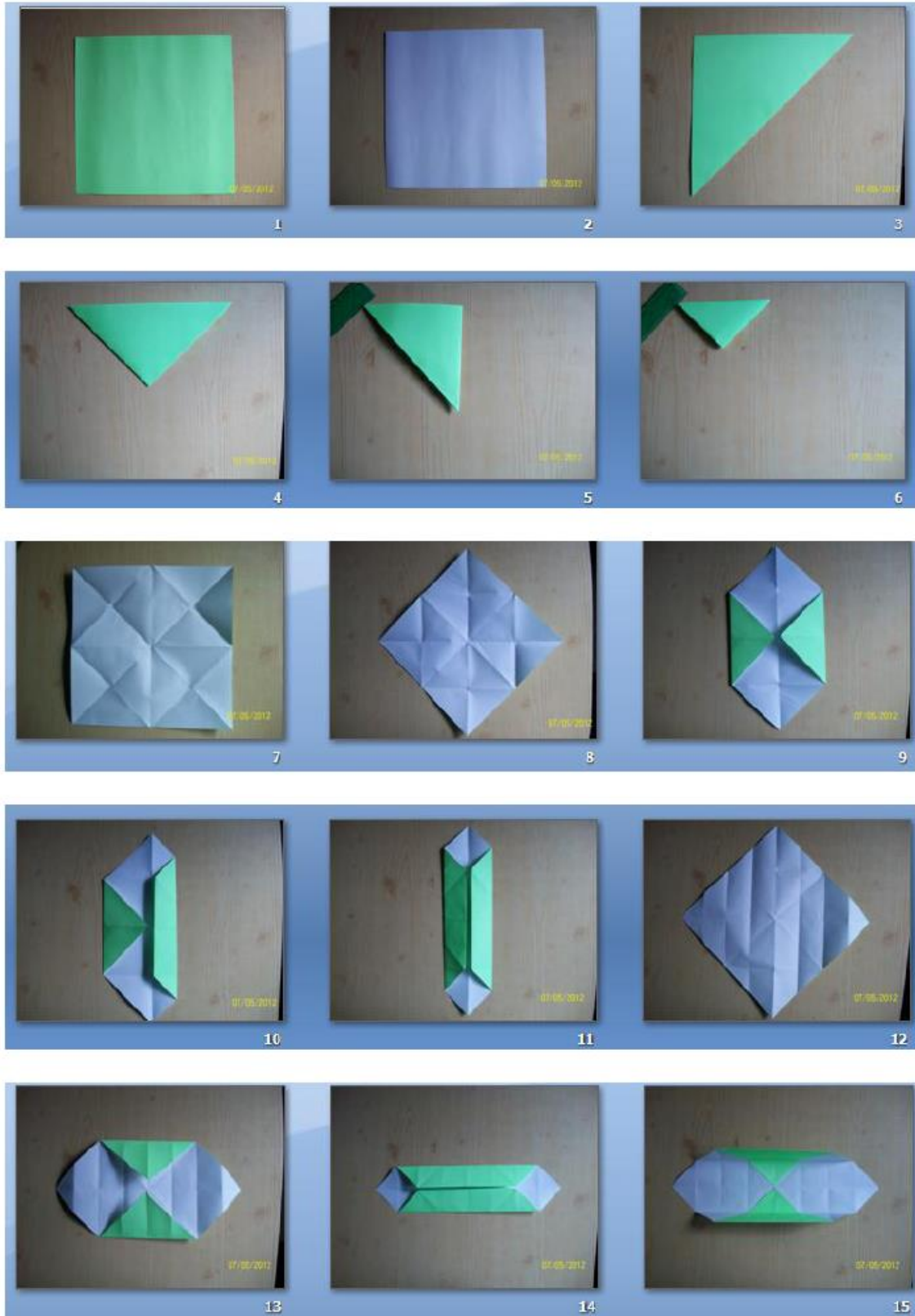
dimos cuenta de que la modelización no se restringe a la realización de un proyecto como creíamos hasta ese momento sino que es una estrategia de enseñanza que puede llevarse a cabo a lo largo del tiempo con actividades muy diversas". Tal transformación les permite, ya como profesores, sostener: "cuando recordamos por todo lo que pasamos [...] con las prácticas, [...] debemos reconocer que fue una experiencia muy placentera".

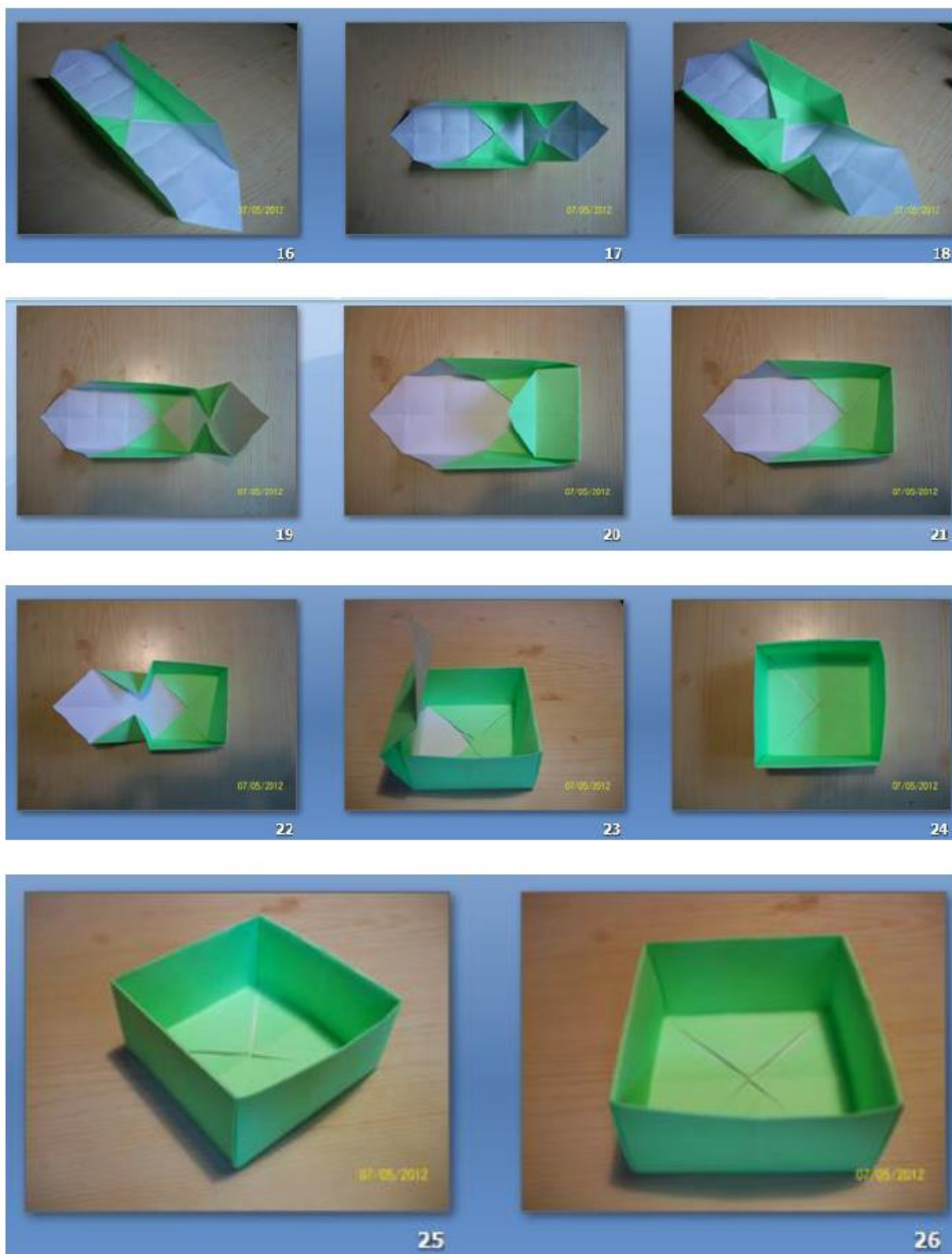
Referencias bibliográficas

- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B. *et al.* (Eds.). *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 145-159). Göteborg: Göteborg University.
- Cabrera, D. & García, C. (2012). Informe final de MOPE. Córdoba: Facultad de Matemática, Astronomía y Física.
- Costa, G. & Fiorentini, D. (2007). Mudança da cultura docente em um contexto de trabalho colaborativo de introdução das tecnologias de informação e comunicação na prática escolar. *Boletim de Educação Matemática*, 20(27), 1-22.
- Even, R. & Ball, D. (Eds.). (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study*. New York: Springer.
- Ferreira, A. (2008). O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. En Nacarato, A. & Paiva, M. (Eds.), *A Formação do Professor que Ensina Matemática: perspectivas e pesquisas* (pp.149-166). Belo Horizonte: Autêntica.
- Guérios, E. (2005). Espaços intersticiais na formação docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática. En Fiorentini, D & Nacarato A. (Ed.), *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando sobre a prática* (p.128-151). São Paulo: Musa.
- Larrosa, J. (2003). *La experiencia de la lectura*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Ponte, J. P. (2008). Mathematics teacher education and professional development. En: *Symposium on the occasion of the 100th anniversary of ICMI*. Roma. Recuperado de <http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG2/Papers/PONTE.pdf>
- Skovsmose, O. (2000) Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26.

Anexo 1

Pasos para construir la caja





Este material fue extraído de Cabrera & García (2012, p. 86-87).