

CB-65

¿NUEVAS FORMAS DE APRENDER MATEMÁTICA EN LA UNIVERSIDAD? ¿NUEVAS FORMAS DE ENSEÑAR!

Adriana Engler, Silvia Vrancken, Marcela Hecklein, Daniela Müller, Natalia HENZENN y
Ana Leyendecker
aengler@fca.unl.edu.ar, svrancke@fca.unl.edu.ar, mhecklei@fca.unl.edu.ar,
dmuller@fca.unl.edu.ar, nhenzenn@fca.unl.edu.ar, aleyendecker@fca.unl.edu.ar
Facultad de Ciencias Agrarias - Universidad Nacional del Litoral - Argentina

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de la matemática

Modalidad: Comunicación breve

Nivel: Terciario - Universitario

Palabras clave: matemática, enseñanza, aprendizaje, universidad

Resumen

Es sabido que en la sociedad está cambiando la manera en la que nos comunicamos y nos relacionamos así como la forma en la que nuestros alumnos acceden y se involucran con el conocimiento. Numerosas investigaciones respaldan cambios en la manera de enseñar matemática en la universidad. Los docentes tenemos mucho para reflexionar, pensar y trabajar. Si bien es cierto que, implementar innovaciones tiene limitaciones por la complejidad del proceso educativo, los docentes debemos hacer esfuerzos para crear ambientes de aprendizaje donde la innovación esté mediada por propuestas que faciliten la adquisición y construcción de conocimiento de manera flexible y autónoma. De hecho, resulta importante el diseño de situaciones de aprendizaje para definir la forma en que se va a disponer el alumno para aprender teniendo en cuenta las realidades tanto de quien enseña como de quien aprende y atendiendo al escenario donde se contextualizan los saberes.

En este trabajo queremos compartir algunos cambios realizados en nuestra tarea de enseñar matemática en Ingeniería Agronómica esperando mejores resultados en el aprendizaje. A modo de ejemplo presentamos una situación de aprendizaje diseñada para abordar la relación entre Función posición-Función velocidad-Función aceleración, el concepto derivada y el análisis del comportamiento de una función.

Introducción

En este mundo cambiante, complejo e interconectado se hace necesario que las instituciones universitarias se replanteen sus modelos de formación para responder de manera adecuada a las necesidades del contexto social actual. A medida que la sociedad va

cambiando, cambia la forma de acceder al conocimiento. En este sentido hoy siguen vigentes las expresiones de Moreno (2006):

Los cambios que se están produciendo en la sociedad inciden en la demanda de una redefinición del trabajo del profesor y seguramente de la profesión docente, de su formación y de su desarrollo profesional. Los papeles que tradicionalmente han asumido los docentes enseñando de manera conservadora un currículo caracterizado por contenidos académicos hoy en día resultan, a todas luces, inadecuados. A los alumnos les llega la información por múltiples vías (televisión, radio, internet) y los profesores no pueden hacer como si nada de eso tuviera que ver con ellos. (p. 101)

Se torna necesario hablar de nuevas formas de aprender matemática y, por lo tanto, nuevas formas de enseñar considerando además que la presencia de la tecnología en las aulas es una realidad que no tiene vuelta atrás. Hoy es prácticamente imposible pensar en la enseñanza sin reconocer la incorporación e intervención de los recursos tecnológicos. Cada vez son más las instituciones universitarias que trabajan para acercar la tecnología al aula y ponerla a disposición de la comunidad educativa. La enseñanza de la matemática mediante acciones que combinan *la enseñanza tradicional* con las tecnologías se logra solo con una sólida formación de los profesores. Lo primero que se necesita es reconocer que, la forma en la que aprendimos matemática los docentes con años en las aulas dista mucho de la manera en la que hoy aprenden nuestros alumnos. En general los estudiantes buscan *aprender para algo* y por eso, surgen preguntas como: ¿para qué tengo que estudiar esto?, ¿para qué me sirve?, ¿cuándo lo voy a usar?, ¿es necesario hacer esto?, entre otras tantas. En 1999, José Chamoso escribía:

... la vida del aula conlleva una participación y una serie de intercambios que da pie a un proceso a través del cual, sobre la base de las informaciones recibidas, los sujetos van extrayendo una serie de atributos y formando un conjunto de creencias y actitudes sobre las que diseñan y modelan sus actuaciones con el fin de establecer relaciones satisfactorias con el medio. (s.n.)

Surge, del intercambio entre colegas, que actualmente muchos profesores de matemática (no importa el nivel en el que se desempeñan) están insatisfechos del modo en el que transcurren las clases, la participación de los alumnos, y los logros alcanzados generando

esto profundos cuestionamientos en torno a cómo implementar cambios para modificar esta situación. En definitiva, desde los ámbitos más diversos y las opiniones más variadas, se exige una nueva forma de entender la enseñanza en general y la de matemática en particular. Debemos pensar en el diseño de propuestas que estén al servicio del aprendizaje pero que sirvan también para que los alumnos sigan aprendiendo a lo largo de su formación de grado, posgrado y desempeño profesional. La presencia de la actividad matemática en el aula cobra un sentido didáctico cuando el *qué enseñar* se integra al *cómo enseñar*. Los profesores universitarios debemos adaptarnos a esta realidad y por eso, uno de los principales desafíos es ejercer nuestra profesión sin descuidar el currículum vigente pero facilitando y potenciando el aprendizaje con significado. Es preciso propiciar las condiciones para hacer del aula un ambiente donde los estudiantes desarrollen experiencias de aprendizaje, fomenten procesos de exploración y descubrimiento mediante estrategias de enseñanza que favorezcan la construcción de conocimiento y el desarrollo del pensamiento. Considerando entonces este escenario, se torna imprescindible pensar en cambios. La idea es convertirnos en generadores de ambientes de aprendizaje (Viveros, s.f) que propicien y faciliten la adquisición y construcción de conocimiento de manera flexible y autónoma, donde la innovación esté mediada por propuestas a través de diferentes tipos de materiales educativos y/o cambios metodológicos. Para lograrlo, debemos tratar de responder algunas preguntas: ¿qué queremos hacer?, ¿para qué lo queremos hacer?, ¿qué buscamos con lo que vamos a hacer?, ¿qué resultados esperamos?, ¿qué cambios estamos buscando que se produzcan?, ¿qué expectativas de logro tenemos?, ¿están dadas las condiciones para implementar esta forma de trabajo?, ¿contamos con los recursos materiales y humanos necesarios?

La acción de intervenir eficazmente en el sistema didáctico para mejorar el aprendizaje de las matemáticas excede al simple proceder de *buena voluntad*. Más bien, exige el compromiso de profundizar en el conocimiento de la problemática y hacer de la práctica docente cotidiana un espacio de reflexión sobre el saber adquirido. (Salinas y Alanís, 2009, p. 357)

Para llevar adelante estos cambios es necesario convencer a los alumnos de que estamos en el mismo camino, propiciar un ambiente de trabajo ameno y generar las condiciones para

que todos puedan aprender a sus ritmos, asumiendo sus debilidades y valorando sus fortalezas. Sadovsky (2005) manifiesta:

Desafiar a un alumno supone proponerle situaciones que él visualice como complejas pero al mismo tiempo posibles, que le generen una cierta tensión, que lo animen a atreverse, que lo inviten a pensar, a explorar, a poner en juego conocimientos que tiene y probar si son o no útiles para la tarea que tiene entre manos, que lo lleven a conectarse con sus compañeros, a plantear preguntas que le permitan avanzar (...). Se necesita -claro- *creer* que es posible lograr que los alumnos se ubiquen en esa posición, pero esa creencia no se puede inventar, es necesario sustentarla en conocimientos que permitan pensar por dónde se puede empezar a actuar. (p. 13)

Teniendo en cuenta lo expresado, compartimos algunas cuestiones referidas a nuestra tarea de enseñar matemática en Ingeniería Agronómica en la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional del Litoral.

Nuestra tarea de enseñar matemática en Ingeniería Agronómica

El Ingeniero Agrónomo participa en la actividad de la empresa ayudando a identificar y resolver problemas, analizando el agrosistema y procesando y transmitiendo la información más adecuada para la toma de decisiones. Grenón (2011, p. 6) expresa:

(...) la ciencia en la investigación básica agronómica desarrolla y usa modelos para comprender cómo son las cosas en el mundo real, a fin de poder predecir cómo serán (análisis), mientras que la ingeniería, con su investigación aplicada, tiene que ver con cómo deben ser las cosas y genera modelos de agrosistemas modificados y conducidos para alcanzar los objetivos estipulados (diseño).

Así, es importante que los estudiantes comprendan cómo las herramientas matemáticas permiten analizar un fenómeno o crear un modelo para reflejar la realidad de su entorno.

En este contexto, desde las asignaturas del área matemática nos propusimos lograr que los alumnos sean capaces de comprender, plantear y resolver problemas concretos relacionados a las áreas de interés, que puedan desarrollar el pensamiento matemático, acrecentar su creatividad, espíritu crítico y capacidad de adquirir nuevos conocimientos en forma autónoma. Actualmente el plan de estudio presenta dos asignaturas obligatorias,

Matemática I y Matemática II que se dictan en primer año. Habitualmente, los alumnos asisten a clase siete horas semanales distribuidas en cuatro encuentros (tres de dos horas en el aula y uno de una hora en el Gabinete de Informática) en grupos de hasta 30 alumnos. Utilizamos también el entorno virtual de la universidad. Desde hace tiempo, a fin de organizar mejor la tarea docente decidimos generar, para diferentes momentos del dictado de cada asignatura, situaciones de aprendizaje (SA) esto es, diseños didácticos intencionales a fin de involucrar al alumno en la construcción de conocimiento. Asumimos la definición de Corrales (2002, p. 6):

Situación de aprendizaje es el estado, condición o disposición (colocación) de una persona que espera lograr un aprendizaje. Implica el reconocimiento de un estado inicial a partir del cual la persona ha de realizar un proceso de transformación hasta alcanzar un nuevo estado, en relación con su saber conceptual, su saber procedimental y su saber actitudinal. Desde esta perspectiva diseñar situaciones de aprendizaje implica el diseño del punto de partida, el punto de llegada y el proceso que se ha de recorrer para lograr un aprendizaje.

En una SA se articulan actividades a partir de las cuales el alumno recupera conocimientos previos, amplía los que posee, desarrolla habilidades y actitudes, busca alternativas de solución a problemas y transfiere lo aprendido a situaciones nuevas. Se logra trabajar de manera interrelacionada conceptos, procedimientos, instrumentos, actitudes y valores. Un buen diseño busca que el estudiante aprenda a partir de identificar sus propias formas de aprendizaje, de saber diseñar estrategias personales y descubrir las lógicas de uso o patrones de aplicación de los conocimientos y las herramientas, con sus propios esquemas de organización y representación, así como valorar los procesos, los productos de estos procesos y apreciar los resultados obtenidos de esta manera. Con la implementación de una SA, se propicia el trabajo independiente en un ambiente colaborativo.

A continuación presentamos cómo trabajamos con los alumnos para abordar contenidos que se desarrollan durante Matemática II pero recuperando ideas ya trabajadas en Matemática I. Con la puesta en marcha de la SA diseñada se busca que los alumnos descubran y afiancen la relación entre Función posición-Función velocidad-Función aceleración, el concepto derivada y el análisis del comportamiento de una función.

El trabajo con los alumnos

Como se mencionó, la SA se implementó durante el cursado de Matemática II. Según el cronograma establecido, durante tres semanas se abordaron los siguientes contenidos: razón de cambio media, razón de cambio instantánea, derivada de una función en un punto, interpretación geométrica de la derivada, función derivada, derivabilidad y continuidad, reglas de derivación y derivadas sucesivas. Finalizado este tiempo, se trabajó, durante una semana y media el análisis del comportamiento de una función (valores extremos de una función, función creciente y decreciente, concavidad y puntos de inflexión). Para el desarrollo de los temas se utilizaron diferentes metodologías didácticas que combinan actividades en el aula de clase, en el gabinete de informática y en el aula virtual. En los distintos encuentros se propusieron diferentes estrategias y recursos a fin de instarlos a explorar, formular y validar hipótesis, expresar y debatir ideas y aprender a través del análisis de los propios errores. A lo largo del tiempo en el que se abordaron los temas descriptos se destinaron cuatro horas, distribuidas en tres jornadas durante diferentes semanas, para realizar las actividades presenciales de la SA diseñada. En forma paralela, en las otras clases obligatorias se desarrollaron los contenidos teóricos que sustentaron las actividades planificadas en la SA y se realizaron las prácticas correspondientes a los diferentes tópicos abordados. Durante las clases se utilizaron presentaciones mediante la MIMIO interactiva, el graficador Funciones para Windows y animaciones realizadas con Geogebra a fin de visualizar algunos aspectos interesantes de las gráficas de la función y sus derivadas. En simultáneo con las clases presenciales debieron participar en el aula virtual. Para organizar el trabajo en el aula virtual se elaboraron planes de trabajo semanales. En ellos, se enunciaron los contenidos a desarrollar en las clases presenciales y se presentaron actividades para que el alumno descubra, complemente, profundice y/o afiance sus conocimientos. Se establecieron consignas de trabajo para llevar adelante el desarrollo de la asignatura. Se propusieron foros y wikis como espacios para consultar, motivar y/o generar debates, reflexiones y seguimiento de la asignatura. Se implementaron cuestionarios para que los alumnos evalúen sus logros y aprendan también a través de sus errores. Los recursos del aula constituyeron aspectos importantes como complemento al material impreso y lo desarrollado en la clase presencial. Las propuestas en el entorno estaban conectadas con las actividades presenciales así que el alumno debió estar siempre

presente en el aula virtual a fin de poder seguir el cursado presencial sin dificultades. A continuación describimos, de manera muy resumida, la puesta en marcha de la SA.

Primera Jornada

Se trabajó durante una hora en el gabinete de informática después de haber desarrollado las ideas correspondientes a razón de cambio media, razón de cambio instantánea, derivada de una función en un punto, interpretación geométrica de la derivada y función derivada. Los alumnos conocían la relación que existe entre función posición y función velocidad. Se presentó una guía de actividades intuitivas e informales para resolver con el apoyo de un geogebra antes de abordar el desarrollo del tema desde una perspectiva lógico-formal. De esta manera, el alumno puede profundizar las ideas con las que llegó al encuentro así como construir relaciones entre el concepto de derivada y el comportamiento de una función. Se realizó la puesta en común de las respuestas obtenidas. **Ver Anexo.** (En el Anexo solo incluimos parte del material utilizado por cuestiones de extensión)

Segunda Jornada

Al momento de llevar adelante este encuentro de dos horas, los alumnos ya habían desarrollado lo referido a derivabilidad y continuidad, reglas de derivación y derivadas sucesivas. Al abordar derivadas sucesivas, lograron establecer la relación entre función posición, función velocidad y función aceleración. Para poder asistir debieron realizar previamente las actividades propuestas a través del entorno en las que, nuevamente y de manera intuitiva e informal, con la ayuda de algunas preguntas y el apoyo de un geogebra diseñado especialmente, se buscó fortalecer la comprensión de las relaciones y comenzar a construir ideas entre el concepto de función, función derivada y el comportamiento de una función. Durante este encuentro se propusieron cuatro actividades integradoras que resolvieron individualmente y luego discutieron de a dos a fin de seguir avanzando en preparación al estudio de extremos de una función, crecimiento y decrecimiento y concavidad. Por un lado se buscó afianzar conocimiento y por otro, profundizar y generar nuevos a través del aprendizaje por descubrimiento. Se realizó el debate de ideas para afianzar conclusiones y seguir avanzando. **Ver Anexo.**

Tercera Jornada

Nuevamente se propuso un encuentro de una hora en el gabinete de informática antes de que se desarrolle en clase lo referido a estudio de funciones. Los alumnos ya conocían las ideas de máximo, mínimo, crecimiento y decrecimiento de una función porque fueron estudiadas en Matemática I. Se presentó un problema disparador a fin de que, valiéndose del gráfico de la función puedan dar respuesta a distintos interrogantes para luego, tratar de que comiencen a descubrir las relaciones existentes entre la función derivada y el comportamiento de una función. Se les planteó además una actividad en la que aparece la segunda derivada y su relación con la concavidad para que resuelvan para el próximo encuentro presencial a fin de continuar con los aspectos teóricos y formalizar las ideas desarrolladas. Como siempre, antes de finalizar cada jornada se realizó la puesta en común y debate e intercambio de ideas. **Ver Anexo.**

Conclusiones

Lo importante de este diseño fue que, más allá de los contenidos que se iban desarrollando, pudimos llevar adelante las ideas con un trabajo efectivo y comprometido del alumno a fin de lograr que las mismas fueran surgiendo naturalmente para, en otro momento poder formalizarlas. Logramos ponerlos en camino hacia la construcción de relaciones entre Función – Función derivada – Función derivada segunda y Función posición – Función velocidad – Función aceleración así como que comiencen a transitar los primeros pasos para establecer conexiones entre la derivada y el comportamiento de las funciones (crecimiento, extremos, concavidad y punto de inflexión).

A través de este trabajo queremos mostrar que es posible hacer intentos de intervención en el aula universitaria. Como docentes comprometidos con nuestra tarea es necesario reconocer la importancia de analizar los resultados de investigaciones en educación matemática y actuar en relación con ellos. Esperamos promover una reflexión tanto personal como colectiva a fin de generar inquietudes sobre la manera en la que llevamos adelante nuestra tarea. Debemos, desde el rol que desempeñamos, aportar ideas para generar propuestas alternativas para incorporar en la práctica cotidiana cambios en el discurso matemático escolar a fin de conseguir aprendizajes con significado.

Referencias bibliográficas

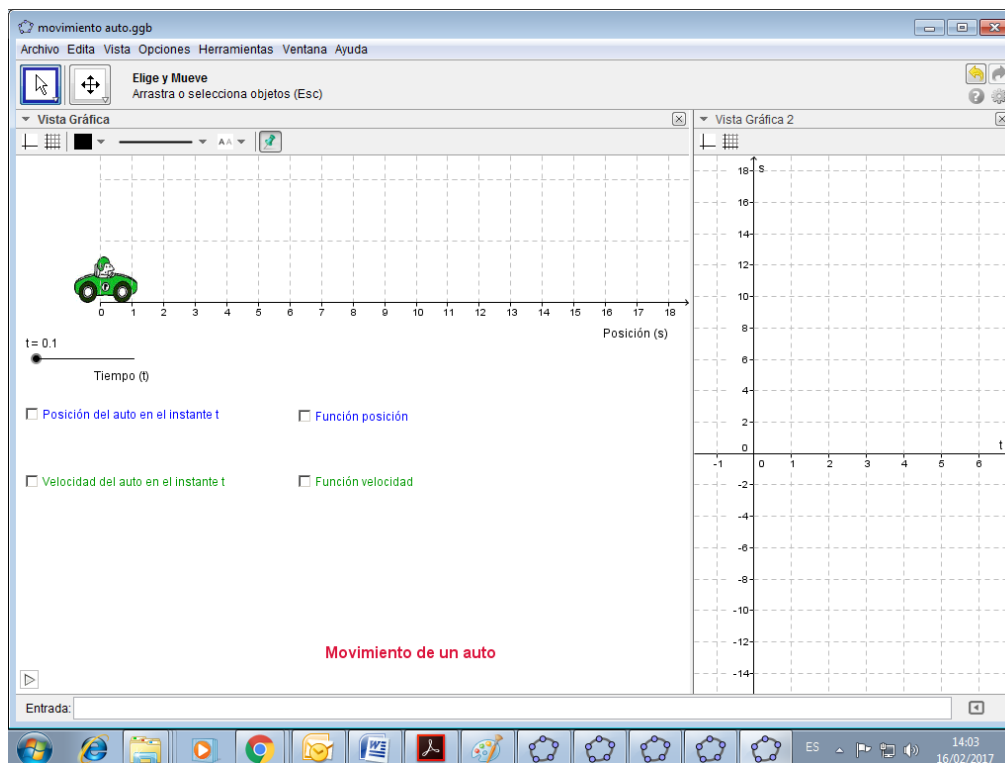
- Chamoso, J. (1999). ¿Hacia unas Nuevas Matemáticas? *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información. 1*. http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_01/articulo4.html. Consultado 26/12/2016.
- Corrales, C. (2002). Taller de diseño de entornos, situaciones y actividades de aprendizaje. https://www.academia.edu/4664982/Entornos_situaciones_y_actividades_de_aprendizaje?auto=download. Consultado 29/09/2016.
- Grenón, D. (2011). *Utilidad de los modelos de simulación en la formación en Ingeniería Agronómica*. Ponencias de la 6º Jornada de Informática y Educación. Villa María (Córdoba).
- Moreno, T. (2006). La colaboración y la colegialidad docente en la universidad: del discurso a la realidad. *Perfiles Educativos. XXVIII (112)*, 98-130.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Salinas, P. y Alanís, J. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 12(3)*, 355-382.
- Viveros, P. (s.f). Ambientes de aprendizaje. Una opción para mejorar la calidad de la educación. Universidad Euro Hispanoamericana. http://practicadocente.bligoo.com.mx/media/users/13/669001/files/77986/AMBIETES_DE_APRENDIZAJE._ENSAYO.pdf. Consultado 15/02/2016.

ANEXO.

Primera jornada. Actividad para el encuentro presencial.

Una persona sale de su casa para ir a su trabajo en auto. Luego de unos minutos se da cuenta que olvidó una carpeta y regresa a buscarla.

D) Observa la animación de geogebra “movimiento de un auto” en la que se simula el desplazamiento del auto.



Considerando que la posición s se mide en cientos de metros y el tiempo t en minutos, analiza las siguientes preguntas: **a)** ¿Qué sucede con el desplazamiento del auto para intervalos iguales de tiempo? Analiza la velocidad a lo largo de todo el trayecto. **b)** ¿En qué instante la persona está más lejos de su casa? ¿A qué distancia se encuentra en este momento? **c)** Completa los siguientes valores con la posición del auto en distintos momentos del recorrido. Considera que, en la animación, la posición del auto está dada por el punto que coincide con el frente del auto.

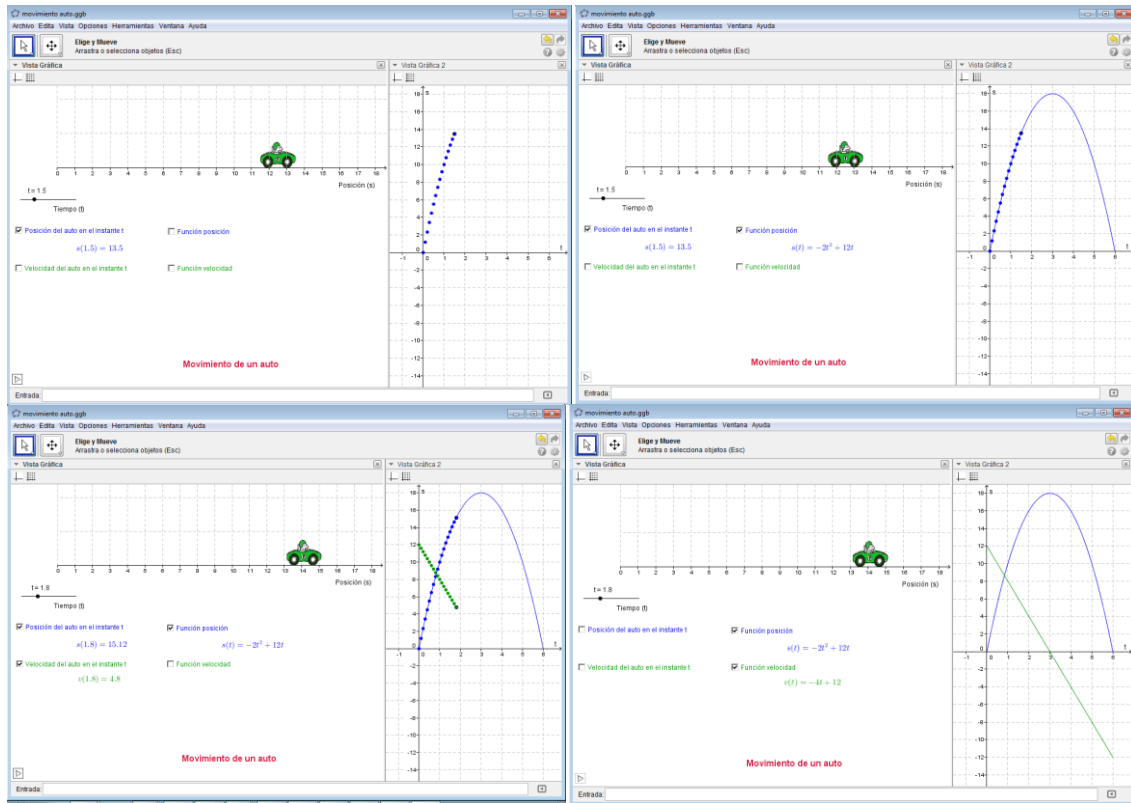
$$s(0) = \dots \quad s(1) = \dots \quad s(2) = \dots \quad s(3) = \dots \quad s(4) = \dots \quad s(5) = \dots \quad s(6) = \dots$$

d) ¿Cuál es la distancia que recorre entre cero y un minuto? ¿Cuál es la distancia que recorre entre 1 y 2 minutos? ¿Cuál es la distancia que recorre entre 2 y 3 minutos? ¿Cuál es la distancia que recorre en total la persona desde que sale hasta que regresa a su casa a buscar la carpeta? **e)** Habilita las casillas “Posición del auto en el instante t ” y “Velocidad del auto en el instante t ”, vuelve a simular el movimiento del auto y corrobora las respuestas de los incisos anteriores.

II) Simula nuevamente el movimiento del auto, habilitando previamente la casilla “Función posición”. ¿Cómo se relaciona la dirección del movimiento del auto con el comportamiento de la gráfica de la función posición? ¿Qué sucede con la gráfica cuando la persona comienza el regreso a su casa?

III) Observa el comportamiento del movimiento del auto y, en forma simultánea, las representaciones gráficas de la “Función posición” y la “Función velocidad”.

a) ¿Cuál es la velocidad del auto a los dos minutos y a los cuatro minutos? Explica el significado de ambos valores comparándolos entre sí. **b)** ¿En qué instante la velocidad es cero? ¿Qué sucede con la gráfica de la función posición en ese instante? **c)** ¿Qué sucede con el movimiento del auto cuando la velocidad es positiva? ¿Si es negativa?



Segunda jornada. Actividad previa al encuentro presencial

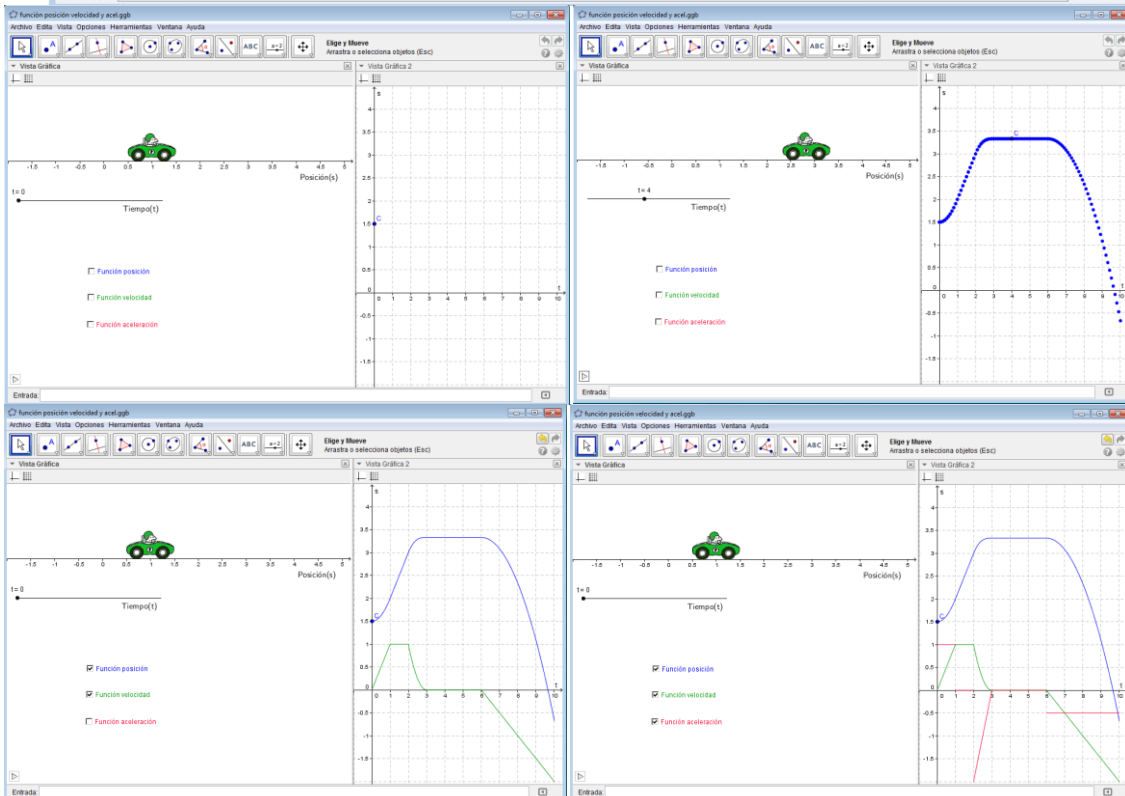
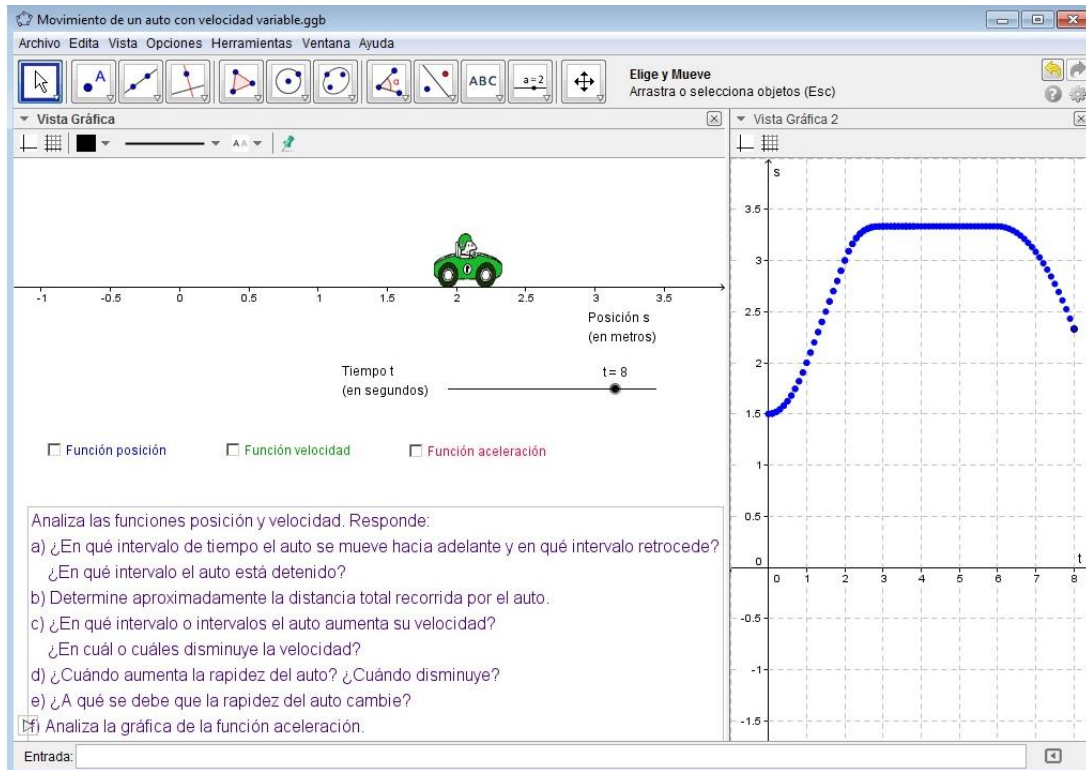


Movimiento de un auto. Función posición, velocidad y aceleración
de

- Wednesday, 11 de May de 2016, 08:41

Lee y analiza detenidamente los ejemplos resueltos del Libro de Cálculo Diferencial sobre la relación entre las funciones posición, velocidad y aceleración.

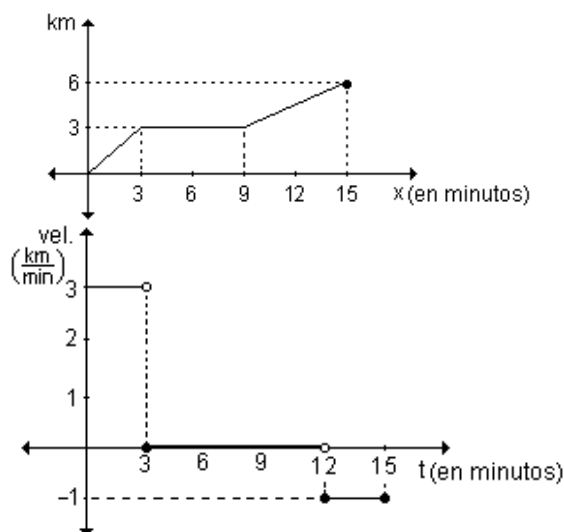
Teniendo en cuenta esos ejemplos y problemas resueltos, te proponemos en este foro que escribas lo que puedes observar respecto a la funciones que se presentan en el archivo GeoGebra "Función posición, velocidad y aceleración".



Segunda jornada. Actividades durante el encuentro presencial

Actividad 1. La siguiente gráfica muestra la posición de un móvil durante un recorrido de 15 minutos.

Esboce la gráfica de su correspondiente función velocidad (en $\frac{\text{km}}{\text{min}}$).



Actividad 2. La función describe la velocidad en $\frac{\text{km}}{\text{min}}$ de un móvil durante un trayecto de 15 minutos. Esboce la gráfica de la función que describe la posición en función del tiempo.

Actividad 3. La posición de un objeto en movimiento rectilíneo variado está dada por la función $s(t) = t^3 - 12t + 2$, donde t se mide en segundos y $s(t)$ en metros. **a)** Determine la velocidad del objeto en cada instante t . **b)** Halle en qué instantes el móvil se detiene. **c)** Analice su movimiento entre los instantes $t = 0$ y $t = 3$. **d)** Encuentre la posición de la partícula en $t = 0$, $t = 2$ y $t = 3$ y dibuje un diagrama que represente el movimiento de la partícula entre $t = 0$ y $t = 3$. **e)** Calcule la distancia total recorrida por la partícula durante los primeros tres segundos.

Actividad 4. Un objeto se mueve horizontalmente de modo que su posición está determinada por la expresión $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 5$, donde s se mide en metros, t en segundos y $t \geq 0$. **a)** Encuentre la función velocidad. **b)** Determine los intervalos de tiempo para los cuales el móvil avanza y retrocede. **c)** Halle la función aceleración. ¿En qué instante la aceleración es nula? **d)** Represente en un mismo sistema de coordenadas las funciones posición, velocidad y aceleración para $0 \leq t \leq 5$. **e)** ¿Cuándo aumenta la rapidez del objeto? ¿Cuándo disminuye?

Tercera jornada.



Análisis de un problema. Modelo de crecimiento de una población

de - Friday, 20 de May de 2016, 11:19

Problema. Modelo de crecimiento de una población

La derivada nos permite conocer características de la función y su gráfica: máximos, mínimos, intervalos donde la función crece y decrece, intervalos de concavidad y puntos donde la concavidad cambia.

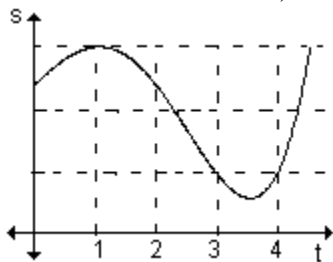
Es una herramienta muy importante en la modelización de fenómenos de la naturaleza y de distintas ciencias relacionadas a la Ingeniería Agronómica.

Lee el enunciado del problema y responde algún inciso, trabajando analíticamente o analizando la gráfica de la función utilizando un graficador (como el programa Funciones o el programa GeoGebra).

Problema. Modelo de crecimiento de una población. Un biólogo realizó un estudio sobre los factores que influyen en el crecimiento o decrecimiento de una población de peces presentes en un lago natural. El científico llegó a la conclusión que en verano, producto de la visita humana al lugar, la cantidad de peces presentes en el lago se modela por $p(t) = 4 + te^{-0,5t}$ donde t es el tiempo medido en semanas ($t = 0$ es el primer día de verano) y $p(t)$ es el número de peces, en miles. Se considera que el modelo describe el comportamiento de la población durante 12 semanas. Grafique la función y responda: **a)** ¿Cuál es la cantidad máxima de peces que se encuentran en el lago? ¿Después de cuántas semanas se llega a esa población? **b)** Considerando el período estudiado por el biólogo, ¿cuál es la menor población de peces que existe en el lago? ¿En qué momento se produce? **c)** ¿Cuándo aumenta la cantidad de peces en el lago y cuándo disminuye? ¿Cuánto aumentó la población desde el primer día de verano? ¿Cuánto disminuyó después de alcanzar su punto máximo? **d)** Si el modelo se mantiene a lo largo del tiempo, ¿cuántos peces habría en el lago?

Una vez respondidas las preguntas grafique de manera conjunta la función y su derivada. Visualice el comportamiento de las gráficas para obtener conclusiones en relación a las respuestas dadas.

Tercera jornada. Actividad para realizar para el próximo encuentro. Una partícula se mueve a lo largo de una recta horizontal. La gráfica muestra su posición en función del tiempo. (Para responder las preguntas puede ayudarse dibujando algunas rectas tangentes en distintos valores de t).



- a)** ¿En qué intervalos de tiempo la partícula se mueve hacia la derecha y en qué intervalos hacia la izquierda? Fundamente su respuesta.
- b)** ¿En qué intervalos de tiempo la partícula está acelerando y en qué intervalos está desacelerando? Explique.