

## LA INVESTIGACIÓN EN LA FORMACIÓN DEL PROFESOR: UNA EXPERIENCIA EN DIDACTICA DE LA MATEMÁTICA

Patricia M. Konic – Silvia C. Etchegaray – Marianela Sosa – Martina Olivares

pkonic@exa.unrc.edu.ar - setchegaray@exa.unrc.edu.ar

marianelaetsosa@hotmail.com - marttu\_mr24@hotmail.com

Universidad Nacional de Río Cuarto - Argentina

Tema: Formación y actualización del profesorado

Modalidad: CB

Nivel educativo: Seleccionar uno de los 7 niveles considerados

Palabras clave: Investigación, Profesor, Didáctica de la matemática, Matemática

### Resumen

*Con este trabajo pretendemos compartir la experiencia realizada con dos estudiantes del profesorado en matemática (UNRC, Argentina), quienes accedieron a becas para estudiantes universitarios avanzados, con el propósito de desarrollar vocaciones científicas (2012/2013). Iniciamos con ellas un proceso de formación investigativa desde el cual se derivaron conocimientos enriquecedores en el marco de su formación como futuro docente. Se inscribe en el Proyecto “análisis de significados personales en procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática” (Etchegaray, Konic, Markiewicz y cls., 2012-2014) cuyo marco teórico es el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, Batanero y Font, 2009). Las estudiantes protagonizaron aspectos de un proceso de investigación con facetas individuales y compartidas. En un caso al disponer de un instrumento de evaluación que permite captar características del problema del conocimiento para enseñar los números decimales, se analizó y estudió los significados personales de futuros profesores en 5 ítems. En el otro se identificaron qué herramientas matemáticas disponen los alumnos que ingresan a la Universidad para la resolución de problemas que involucren nociones elementales de la Divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ . Ambas estudiantes compartieron un proceso de conceptualización de herramientas teóricas y metodológicas a través de una serie de actividades específicas.*

### Introducción

Con este trabajo pretendemos, como docentes investigadores en el área de la Didáctica de la Matemática, compartir la experiencia vivida con dos estudiantes, en el marco de acceso a dos becas nacionales para estudiantes universitarios avanzados con el propósito de desarrollar vocaciones científicas (2012/2013). Iniciamos un proceso de formación en investigación desde el cual se derivaron conocimientos enriquecedores para la formación integral como futuro profesional de la docencia. Se fue dando, en paralelo,

un proceso de formación disciplinar, docente y de investigación que podríamos denominar “de involucramiento” paulatino. Dicho proceso se manifestó en ellas desde sus propios conocimientos, construyendo a partir de ello conocimientos nuevos.

### **Desarrollo**

Con el propósito de iniciar a las estudiantes en la investigación en el ámbito de la Didáctica de la Matemática y contribuir al desarrollo del Proyecto de Investigación, desde una perspectiva que contempla la investigación como parte de la formación profesional del futuro profesor en Matemática, se protagonizaron aspectos de un proceso de trabajo en equipo y otra etapa donde cada becaria se introduce en el desarrollo de una investigación específica.

Se plantea una primera etapa de trabajo en el seno del Proyecto de investigación en el que se insertan las Becas. En esta etapa se compartieron algunas conceptualizaciones generales acerca de la Didáctica de la Matemática y en particular de algunos enfoques teóricos tales como La Teoría de Situaciones (TS), Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción matemática (EOS). En una segunda etapa, y dentro de los lineamientos teóricos que sustentan el Proyecto de Investigación, se realizaron lecturas interpretativas y discusiones colectivas sobre concepciones teóricas del EOS. Para ello se seleccionaron dos artículos “representativos” del EOS con el objetivo de tomar conocimiento de herramientas básicas y su aplicación en un contexto particular (Godino, Font y Wilhelmi, 2007, Godino, 2012).

Por último, una tercera etapa en la que se “vive” un proceso investigativo particular, en un caso al disponer de un instrumento de evaluación que permite captar características del problema del conocimiento para enseñar los números decimales, se analizó y estudió los significados personales de futuros profesores en 5 ítems. En el otro se identificaron qué herramientas matemáticas disponen los alumnos que ingresan a la Universidad para la resolución de problemas que involucren nociones elementales de la Divisibilidad en  $Z$  y conflictos semióticos potenciales y efectivos asociados a estas situaciones.

Es nuestro interés, para su mejor comprensión, describir con mayor especificidad el trabajo realizado en la tercera Etapa. La misma se aborda desde distintas fases que permiten insertar a las becarias en la problemática de la enseñanza y aprendizaje de un tópico específico y trabajar en lo que se convierte el punto de encuentro de ambos estudios: El análisis de significados personales en el marco del EOS.

### **Conflictos en el aprendizaje y enseñanza de los números decimales**

El proceso investigativo realizado se centró en el desarrollo de un conjunto de actividades que aportaron herramientas para iniciar a la becaria en la toma de decisiones y para delinear un estudio exploratorio.

El contexto en el que se centra tal estudio es la formación de futuros profesores de nivel medio de la ciudad de Río Cuarto y el problema de investigación es la enseñanza - aprendizaje de los números decimales. Se estudian significados personales que se ponen de manifiesto en el conocimiento de un contenido matemático con el fin de ser enseñado. En particular, se abordan cuestiones relativas a la concepción de Número Decimal y a su distinción con la expresión decimal y aproximación decimal de un número real. El marco de referencia en que se desarrolla el proceso mencionado es la Tesis doctoral (Konic, 2011). En dicha tesis se aborda el problema de la evaluación de los conocimientos didácticos matemáticos de futuros profesores de educación primaria sobre números decimales mediante la construcción de un cuestionario cuyo objetivo es “captar claves de las características del problema del conocimiento para enseñar” (Hill, Ball, Schilling, 2008). Por otra parte proporciona un marco teórico y metodológico particular que permite insertar a la becaria en un proceso investigativo específico. Hill y cols. (2008) sostienen que en la investigación en educación matemática, faltan estudios que demuestren que los profesores poseen un conocimiento diferente del conocimiento del contenido en sí mismo. Plantean la necesidad de un *Conocimiento Especializado del Contenido*, el que caracterizan como “el conocimiento matemático que permite a los profesores participar particularmente en *tareas de enseñanza*, incluyendo cómo representar con precisión las ideas matemáticas, dar explicaciones matemáticas para reglas comunes y procedimientos, y examinar y comprender métodos de solución, no usuales, a los problemas” (pp. 377,378).

Por tanto se centró el interés en determinar el estado de formación de los futuros profesores e identificar factores condicionantes para la enseñanza y el aprendizaje de los números decimales.

Dadas las condiciones del proceso, esto es, inicios de un proceso investigativo, se toma la decisión de seleccionar solo algunos ítems del cuestionario y aplicarlos a futuros profesores de matemática de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC).

Se seleccionaron 6 ítems y la decisión se tomó considerando la complejidad epistémica de los objetos matemáticos involucrados y la coherencia interna entre ellos. En tal sentido se centró el estudio en la estructura de los ítems que componen el instrumento

central de evaluación. De la lectura de la tesis doctoral y de las prácticas matemáticas realizada por la becaria con sus respectivas configuraciones epistémicas, se determinaron conocimientos puestos en juego en los ítems mencionados. En tal sentido se centró la atención en aquellas situaciones que pudieran poner de manifiesto cuestiones inherentes a la distinción entre concepto de número decimal, formas de expresión, y particularmente expresión decimal de un número y aproximación decimal de un número.

Los 6 ítems se aplicaron a 15 estudiantes para profesor en matemática que se hallan cursando el cuarto año de la carrera (primer cuatrimestre de 2013) en la UNRC. Si bien el instrumento fue construido para ser aplicado a futuros profesores de educación primaria, la elección de esta muestra se justifica desde dos dimensiones: desde lo personal la becaria propone implementar el cuestionario a estudiantes de su propio ámbito, y desde lo institucional se acepta dado que el plan del profesorado de la UNRC contempla espacios curriculares destinados al desarrollo de la práctica profesional.

Los 6 ítems fueron aplicados en un horario extracurricular acordado por los sujetos de la muestra y la becaria. Se fija como tiempo de ejecución 1 hora reloj. Estos estudiantes realizaron el cuestionario sin un proceso formativo “especial” para este contenido curricular.

Para el estudio de los significados personales manifestados por los estudiantes se retomaron las variables de análisis definidas para el cuestionario original. Se utilizaron tres variables con sus correspondientes valores: grado de corrección, tipo de conocimiento puesto en juego y conflictos semióticos. Cada una de estas variables tiene asociado una serie de valores que son propios de cada ítem en particular y que fueron definidas para el instrumento original.

En términos generales, del estudio de la aplicación de los ítems se pudo concluir que:

- Se refleja en los significados personales de esta muestra (15 estudiantes) diversidad de concepciones acerca de número decimal.
- El 90% de los sujetos muestra una concepción de número decimal “pegada” a una forma de expresión y no a los atributos que caracterizan al número en cuestión.
- La mayoría de los estudiantes dan muestra de inconsistencia entre la definición adoptada para número decimal y su uso en otro ítem.
- El 33% de los sujetos no conciben a un número entero como número decimal. Por otra parte el 100% dan muestras de concebir a un número irracional como decimal.

- Pocos son los estudiantes que logran dar una justificación matemática para el algoritmo planteado (multiplicación de dos números decimales).
- La propiedad sucesor es “trasladada” a los números racionales, tal como se declara en las investigaciones.

**Resolución de problemas que involucran nociones elementales de la Divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ : Análisis de significados personales y conflictos.**

Los interrogantes que guían este camino investigativo particular y que surgieron como consecuencia de un relevamiento minucioso de investigaciones nacionales en este ámbito son: ¿qué elementos de significados disponen los alumnos de primer año del Profesorado de Matemática para la resolución de problemas que involucren nociones elementales de la Teoría de la Divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ ? ¿Evolucionan estos elementos? (se refiere a la evolución de los contenidos de la secundaria o incluso de la primaria hasta el momento actual de desempeño de los alumnos: nivel universitario), ¿Cuáles serían aquellas tareas/situaciones/problemas idóneas para “levantar” los significados personales de los estudiantes? (contemplando que estas tareas/situaciones/problemas permitan construir conocimiento matemático). En este marco el objetivo específico es el de identificar/analizar significados personales manifestados por diferentes estudiantes que transiten por los primeros años de la universidad nacional de Río Cuarto en torno a los objetos elementales de la divisibilidad. El análisis de tales prácticas se profundizaron, siempre en el marco del EOS, en dos niveles: el semántico y el pragmático. Tal tipo de análisis ha permitido la detección de conflictos potenciales y efectivos, asociados a prácticas matemáticas desarrolladas ante la resolución de tres situaciones problemáticas que ponen a funcionar diferentes significados del Máximo Común Divisor, primer recorte conceptual que se realizó en esta etapa de la investigación.

Las situaciones elegidas que refieren al funcionamiento en diferentes contextos de uso del MCD fueron seleccionadas a partir del estudio epistémico realizado por la becaria. y son las siguientes: Primera situación (Becker, M. E., Pietrocola, N. y Sanchez, C., 2001): Un camino une en el plano los puntos  $(0;0)$  y  $(120;84)$ . Los tramos que lo componen son horizontales o verticales, todos de igual longitud, y todos tienen sus extremos en puntos de coordenadas enteras.

- a) Obtiene al menos tres recorridos distintos, siempre que fuera posible.
- b) ¿Habrà alguna forma de que se realice el camino con la mínima cantidad de tramos?
- c) La regla obtenida, ¿será válida para algún otro par de números?

Segunda Situación (Etchegaray, S., 2001): Dado un campo de forma rectangular y de dimensiones  $a$  y  $b$ . ¿Puedes obtener una técnica que permita asegurar la colocación de la menor cantidad de árboles a igual distancia alrededor del campo?

Tercera Situación (Becker, M. E., Pietrocola, N. y Sanchez, C., 2001): El máximo común divisor de 84 y de un cierto número natural  $n$  es 14, ¿cuál puede ser el resto de dividir  $n$  por 84?

Dentro del marco del EOS se pueden llevar a cabo distintos niveles de análisis (Godino, Font y Wilhelmi, 2007) de los sistemas de prácticas que genera la resolución “experta” de estas situaciones – problemas. Si bien el enfoque propone cinco niveles de análisis aplicables a un proceso de estudio matemático, los cuales constituyen una ampliación progresiva de la capacidad de análisis de dichos procesos de estudio matemático, en esta investigación se han desarrollado, hasta el momento, los dos primeros niveles de análisis didácticos.

El primer nivel de análisis didáctico está ligado a los sistemas de prácticas y objetos matemáticos (previos y emergentes) y permite describir configuraciones epistémicas que determinan las prácticas realizadas en la resolución “experta”. En un segundo nivel de análisis se pudieron detectar conflictos semióticos potenciales que explican ciertas dificultades y limitaciones de los aprendizajes matemáticos en este tema, la Divisibilidad en  $Z$  (*análisis semántico*). Asimismo se profundizó este último análisis detectando los procesos que intervienen en la realización de estas prácticas, y también en las que emergen de ellas, lo que permite describir la complejidad onto-semiótica de las prácticas matemáticas puestas en juego como factor explicativo de los conflictos semióticos (*análisis pragmático*).

Por ejemplo, una síntesis del análisis semántico que a priori se realizó sobre los tres sistemas de prácticas que genera la primera situación problemática es la siguiente: Los conflictos identificados en la primera cuestión son: Reconocer la relación (diferencia y semejanzas) entre **tramos** y **recorrido**. Comprender que los tramos serán todos iguales si su longitud es un número entero que sea divisor de 120 y 84 **conjuntamente**. Los conflictos señalados en la segunda cuestión son: por un lado, reconocer que la **mínima** cantidad de tramos se obtiene considerando el divisor común más **grande** (relación opuesta). Y por otro lado, también entender la relación entre **longitud** de los tramos y **cantidad** de tramos, ya que aquí sí es necesario saber cuántos tramos hay de acuerdo a las longitudes, para luego comparar y quedarse con la menor cantidad. Por último, el conflicto detectado en la tercera cuestión se identificó al tener que: interpretar “**algún**

otro par de números” del enunciado del problema, a partir de reconocer lo que sucede con el 120 y 84. Es por esto que transformar la situación inicial particular a la proposición siguiente, que sería la que otorga la respuesta experta al problema, exige transitar no sólo por un camino de traducción de números a letras sino por un proceso de generalización: unir en el plano los puntos  $(0;0)$  y  $(a;b)$ ,  $a, b \in \mathbf{Z}$ , con la mínima cantidad de tramos horizontales y verticales, todos de igual longitud y sus extremos deben ser coordenadas enteras. Ese proceso de generalización necesita hacer explícita la propiedad pre-aritmética del máximo común divisor, es decir comprender al máximo común divisor como una relación de orden total en  $\mathbf{N}$ , entre los divisores comunes. Incluso en las configuraciones lo notamos como *dcm*: divisor común mayor, ya que esta notación sintáctica atrapa con más claridad semántica el procedimiento realizado, que es el que le otorga al objeto en cuestión el significado contextual.

Asimismo una síntesis, del análisis pragmático realizado a los sistemas de prácticas que genera la primera situación problemática y, por ejemplo, a través de su tercera situación es la siguiente: *Procesos de particularización – generalización (dualidad extensivo – intensivo)*: Aparece un proceso de generalización cuando se considera los recorridos anteriores como **casos particulares** para pensar sobre **cualquier otro par** de números.

*Procesos de materialización – idealización (dualidad ostensivo – no ostensivo)*: **La regla** que se logra obtener como válida es el **objeto ostensivo** que evoca el **no ostensivo** “divisor común mayor **funcionando** como respuesta general al problema”.

En términos generales, se pudo concluir que estas actividades son idóneas para “levantar” el significado del objeto: máximo común divisor en tres contextos de uso diferentes: pre-aritmético, aritmético geométrico y aritmético-algebraico respectivamente. Es decir, son situaciones adecuadas y pertinentes, de acuerdo a los conocimientos y herramientas que deben ponerse en juego, para ayudar a pensar, planificar e implementar un proceso de estudio matemático idóneo epistémicamente sobre alumnos de primer año de la universidad, y en torno a estos objetos del campo de la Divisibilidad. Asimismo este estudio analítico desveló una serie de conflictos que ayudarán a mejorar la idoneidad cognitiva de los procesos de enseñanza que involucren estas situaciones en este contexto.

### Conclusiones generales

Este proceso exploratorio, aunque incipiente, permite afianzar la importancia de vivenciar la investigación como un espacio formativo en la enseñanza y aprendizaje de

los futuros profesores. La experiencia ha permitido desarrollar en las becarias mayor sensibilidad en la comprensión de los diferentes tipos de prácticas desarrolladas por otros sujetos. Se ha logrado identificar en ambos proyectos de becas, a través de estudios descriptivos y analíticos, cuestiones que producen “conflictos” en el proceso de enseñanza y aprendizaje tanto de ciertos aspectos inherentes a los números decimales como a nociones elementales de la Divisibilidad en  $Z$ . Por último, del análisis de los significados personales manifestados por los pares se reflexiona sobre la necesidad de generar espacios de trabajo y discusión donde se cuestionen los distintos objetos matemáticos con el fin de ser enseñados.

### Referencias bibliográficas

- Becker, M. E., Pietrocola, N. y Sánchez, C. (2001) *Aritmética*. Buenos Aires: Red Olímpica.
- Etchegaray, S, Konic, P., Markiewicz, M. E. (2012/2014). *Análisis de significados en diferentes procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Proyecto de investigación subsidiado por SeCyT de la UNRC*. Código: 18/C 296 / Resolución Rectoral 852/11. Río Cuarto. Argentina.
- Etchegaray, S. (2001) *Análisis epistemológico y didáctico de nociones elementales de la Teoría de Números*. Tesis de Maestría en Didáctica de la Matemática, Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina.
- Godino, J. D., Font, V. y Wilhelmi M. R. (2007) *Análisis Didáctico de procesos de estudio matemático basado en el Enfoque Ontosemiótico*. Publicaciones (en prensa). ISSN: 1577-4147. Versión revisada de la Conferencia invitada en el IV Congreso Internacional de Ensino da Matematica. ULBRA, Brasil, 25-27 Octubre 2007.
- Godino, J, Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del Conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet: URL: [http://www.ugr.es/local/jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm)
- Godino, J. (2012). *Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
- Hill, H., Ball, D. y Schilling, G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372-400.
- Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España.
- Ministerio de Educación y Consejo Interuniversitario Nacional (2012). *Becas de Estímulo a las vocaciones Científicas*. Convocatoria 2012. Argentina.