



CONSTRUCCIÓN DE SECUENCIA DE ENSEÑANZA EN MATEMÁTICA, QUE FAVOREZCA LA ARTICULACIÓN DE NIVELES

AUTORES: Odetti Héctor, Fernandez Elena, Marcipar Katz Susana, Ferrero Susana, Perusini Marina, Silvestrini Sonia, Marenoni Analía, Auday Rubén; Acosta, Marisa; Fregona, Rita; Senn, Liliana; Tosoratto, Laura

INSTITUCIONES: Universidad Nacional del Litoral- Instituto Superior de Profesorado N° 2- Instituto Superior de Profesorado N° 20 - ARGENTINA

CORREO ELECTRÓNICO: soniasilvestrini@hotmail.com

Nivel educativo: Medio y Superior

Palabras clave: Expresiones Algebraicas, Funciones Polinómicas, Ecuación, Parábola.

RESUMEN

En el marco de los Proyectos de Investigación Científica y Tecnológica Orientados, la Universidad Nacional del Litoral, el Instituto Superior de Profesorado N°2 y el Instituto Superior de Profesorado N°20, llevan adelante el proyecto denominado: “*Un espacio compartido entre la investigación educativa y las prácticas docentes. Construcción de secuencias de enseñanza en Matemática, Química y Lengua que favorezcan la articulación de niveles*”.

El presente trabajo, metodológicamente, se centró en la Hipótesis: la construcción de un espacio de interacción entre la investigación educativa y las prácticas docentes permite diseñar secuencias de enseñanza favorecedoras de aprendizajes específicos y de articulaciones pertinentes entre la educación media y los estudios superiores. Espacio que reunió a quienes realizan la investigación y a los que tienen a cargo las prácticas docentes en ambos niveles.

En primer lugar fue necesario, a partir de las experiencias y datos aportados por los actores involucrados, indagar e identificar los nudos problemáticos que presentan los alumnos al momento de ingresar a la educación superior: en el área matemática, la disociación entre las expresiones polinómicas de una variable y las funciones polinómicas asociadas, el estudio de la ecuación de 2º grado, su resolución: cálculo e interpretación de soluciones, construcción e interpretación de gráficas y sus elementos.

Luego de este trabajo conjunto se elaboró una secuencia de enseñanza para desarrollar en los últimos cursos de la educación media, durante el año 2009, basada en el análisis de situaciones reales relativas a accidentes de tránsito: el estudio de las relaciones entre la velocidad de los automóviles, la distancia de reacción y la distancia de frenado, en piso seco o húmedo.

Y por último, corroborar la hipótesis planteada, mediante la aplicación y evaluación de la secuencia diseñada, desde una lógica cuantitativa y otra cualitativa para triangular luego la información, etapa en la que se está trabajando.

MARCO TEÓRICO

Este trabajo parte de consensuar nudos problemáticos, en el área de matemática, que presentan los alumnos al ingresar a estudios de nivel superior, tales como la disociación entre la noción de expresiones polinómicas de una variable y la noción de funciones polinómicas asociadas a ellas, necesaria para el estudio de la ecuación de 2º grado, su resolución: cálculo e interpretación de soluciones, construcción e interpretación de gráficas y sus elementos.

Para abordar esta problemática se diseñó, planificó y desarrolló una secuencia de enseñanza, teniendo en cuenta cinco tareas necesarias para tal fin (Dominguez, 2007):



- 1° Contenido académico seleccionado: a) Breve reseña histórica: la noción de función se originó por el interés en el cambio, tuvo diferentes concepciones a través de la historia: primero como relación entre magnitudes variables, luego como razón o proporción (Galileo), como curva analítico-geométrica (Descartes y Fermat), y más adelante como expresión analítica (Lagrange). El desarrollo de la teoría de funciones se basó en tres pilares: el crecimiento de los cálculos matemáticos, la creación del álgebra simbólico-literal y la extensión del concepto de número. El término “función” (del latín *functio*: “acto de realizar”) proviene de Leibnitz que analizó matemáticamente el comportamiento de las curvas, y en el siglo XIX Dirichlet introdujo la definición hoy usada. b) Transposición didáctica: la noción de función se desarrolla, en la educación media o secundaria, desde el 1° año con los conceptos fundamentales, en 2° año en relación con el estudio de magnitudes directas e inversamente proporcionales, y a partir de 3° año y siguientes, funciones polinómicas de primer, segundo, y n grados, funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas. c) Motivos para su enseñanza: el estudio de funciones se considera eje central de la matemática, sobre todo en el análisis matemático, dada su incidencia en el desarrollo de la matemática, otras ciencias y la tecnología.
- 2° Determinación de la problemática de la enseñanza y del aprendizaje, en función de las experiencias particulares: Dificultades en la asociación entre las expresiones polinómicas de una variable y las funciones polinómicas, necesaria para el abordaje de Ecuación de 2° grado, resolución: cálculo e interpretación de las soluciones como raíces, construcción e interpretación de gráficas y sus elementos.
- 3° Formulación, selección y secuenciación de objetivos. Objetivo particular: Apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones reales, en sus diferentes representaciones: numérica, gráfica y algebraica, e integración de éstas, usando distintos recursos.
- 4° Selección de Estrategias didácticas: la metodología de trabajo se organizó en tres fases:
 - a) de inicio: valorar conocimientos previos de los estudiantes sobre la noción de expresión algebraica;
 - b) de desarrollo: conceptualizar la noción de función polinómica de 2° grado con una variable; y
 - c) de aplicación: aplicar conceptos y procedimientos a situaciones problemáticas y justificar, argumentar, comunicar procedimientos de resolución.
- 5° Estrategias de Evaluación: se consideraron dos aspectos: la evaluación del aprendizaje adquirido, mediante el desarrollo de la secuencia de enseñanza, y la evaluación del método mediante la obtención de información, derivada del seguimiento continuo de las respuestas, discusiones y argumentos de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades propuestas.

METODOLOGÍA: de la propuesta de trabajo con los alumnos.

Se recomienda el trabajo en pequeños grupos de alumnos y la participación del docente estimulando el desarrollo de capacidades para anticipar- estimar- conjeturar – resolver – valorar – modificar, proponiendo actividades para resolver tanto con lápiz y papel como con NTIC.

SECUENCIA DE ACTIVIDADES

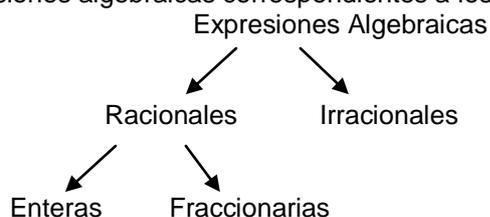
FASE DE INICIO: actividades de reconocimiento e interpretación de expresiones algebraicas en distintos contextos, por ejemplo en:

- el cálculo del interés de financiación (I), en función del tiempo que dura la operación (t), en el estudio de la oferta y la demanda, la relación entre el precio y la cantidad de unidades del producto y un valor constante.



- el estudio de distintos tipos de movimientos y en particular el rectilíneo uniformemente variado, donde se determinan velocidades finales de un móvil (v_f) en función de la distancia que recorre (d), la aceleración (a), o el tiempo (t).
- la determinación de la sensación térmica en función de la temperatura del aire, la velocidad del viento.

Las expresiones algebraicas correspondientes a los ejemplos planteados, se clasifican en:



A continuación se planteó el cálculo de área y volumen de un prisma en función de la longitud de sus lados, expresados éstos en términos de una variable, para llegar a ecuaciones que permitan calcularlos, así como sus representaciones en un mismo sistema de ejes de coordenadas cartesianas.

FASE DE DESARROLLO: función de 2do grado como función polinómica, fórmulas, gráficos: elementos, variación al cambiar cada coeficiente, uso de graficadores.

Se propone el estudio particular, de las funciones polinómicas de 2º grado de una variable, a partir de la siguiente publicación: "...La asociación civil argentina Luchemos por la vida, informó que durante el año 2005 murieron en el país por accidentes de tránsito 7138 personas, lo que equivale a 595 muertes por mes, o 20 cada 24 hs. La provincia de Santa Fe, donde se notificaron 552 de esas muertes, ocupa el 2º lugar del país en cantidad de casos, detrás de la provincia de Buenos Aires...". Estas cifras han ido aumentando, de manera tal que, llega a considerarse que los accidentes de tránsito son la 1º causa de muerte entre los niños mayores de 1 año y adolescentes (Beltramino, 2007).

Este problemática llevo a analizar la siguiente situación, extraída del Manual de educación vial para el conductor de la Municipalidad de Rafaela (SF): En un día claro y seco, sobre una ruta asfaltada, un auto atropella a otro. ¿Se podría haber evitado el accidente?

Cuando un conductor encuentra un peligro en la ruta y necesita frenar para no impactar con él, pasa un cierto tiempo desde que decide hacerlo hasta que realmente pisa el freno, esto se

llama *tiempo de reacción*. Ese tiempo, que es aproximadamente de unos $\frac{3}{4}$ de segundo, y que

te puede parecer insignificante, da lugar a un recorrido del coche tanto más largo cuanto mayor sea la velocidad que trae.

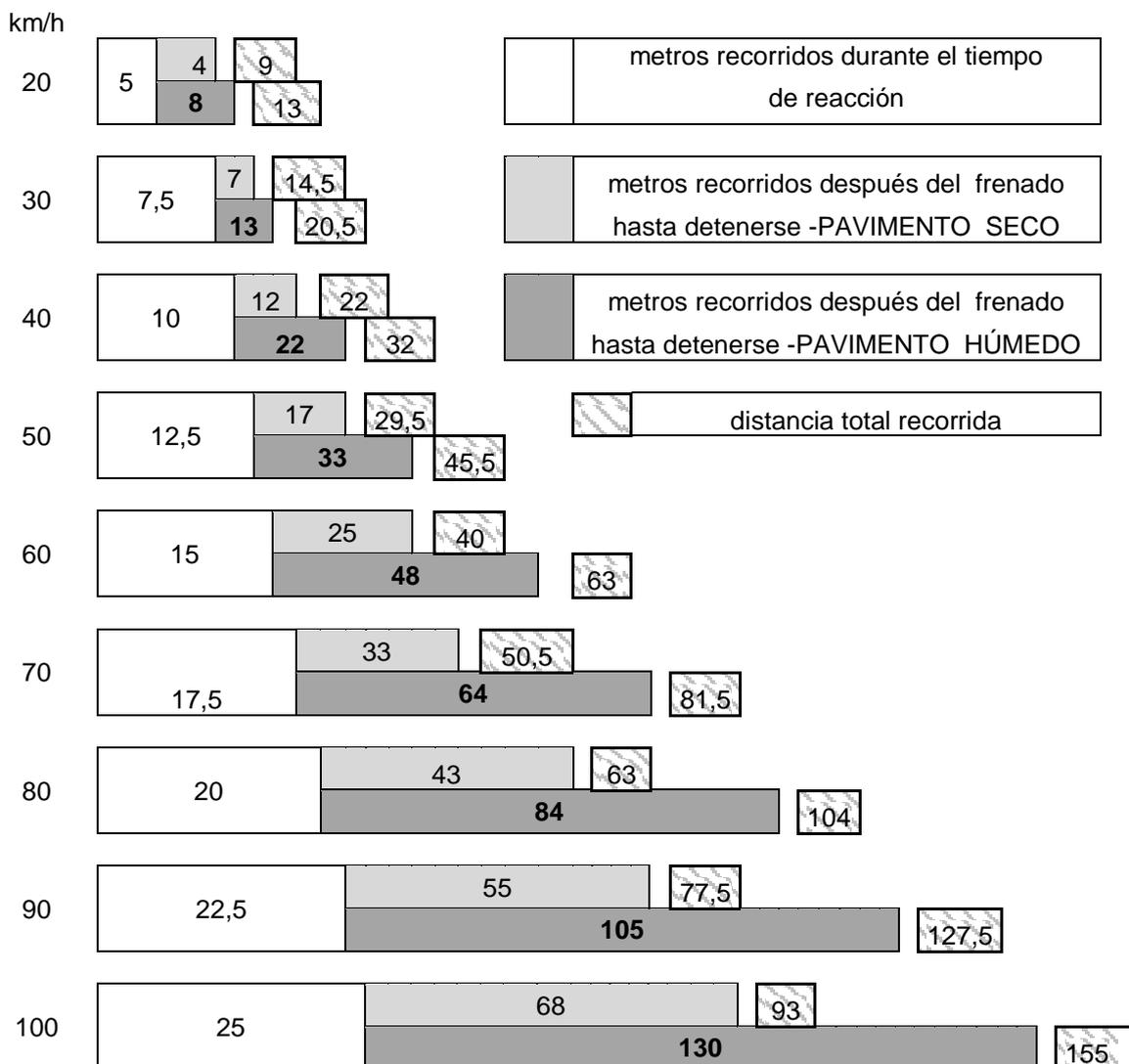
Pero, además, el coche no para automáticamente cuando se pisa el freno, sino que recorre una distancia, a la que se llama *distancia de frenado* debida a la inercia, que también será más larga cuanto mayor sea la velocidad que trae..

O sea que para lograr la detención total del vehículo hay que considerar dos distancias, a saber: 1º la Distancia de reacción: que representa la distancia recorrida hasta el momento de accionar el freno y 2º la Distancia de frenado: que representa la distancia que recorrerá después del frenado hasta detenerse completamente.

Es decir que, desde que el conductor aprecia el peligro hasta que el coche se detiene, se recorre una distancia, tanto mayor cuanto mayor sea la velocidad, ésta se llama *distancia total recorrida* y es igual a la suma de las otras dos.

Haciendo uso de la matemática, las distancias necesarias para frenar un automóvil, calculadas en metros y contando con el sistema de frenos y cubiertas en buen estado, sobre pavimento seco o húmedo, se especifican en el siguiente gráfico, para las distintas velocidades.

Tabla de distancia de frenado



A partir de esta situación y los datos brindados se trabajan las siguientes temáticas:

- La matemática y la educación vial,
- La distancia de reacción y la función de primer grado:
Analizando magnitudes que se relacionan, unidades de medida en que se expresa cada una, conjunto numérico a los que pertenecen los datos, variable dependiente e independiente, fórmulas, gráficas, dominio y codominio, rango o imagen.

- Distancia de frenado y la función de segundo grado:
Utilizando software educativo, para obtener, a partir de la tabla y la gráfica, la fórmula de una función con dominio en el intervalo $[20,100]$ y codominio en el intervalo $[4,68]$, que no corresponde a un modelo lineal, si a un nuevo modelo: la función polinómica de 2º grado en una variable.
- Visualización de la PARÁBOLA, sus elementos, determinación de las fórmulas de la función polinómica de 2º grado en sus distintas variantes y desplazamientos, a través de diferentes actividades.
- Fórmula de la resolvente de la ecuación de segundo grado, análisis del discriminante y naturaleza de las raíces.

FASE DE APLICACIÓN: las funciones polinómicas de 2º grado como modelo matemático en situaciones problemáticas de: *Caída libre*: a partir de la publicación N°50 del instituto de seguridad y educación vial (2004): en el que se relaciona el hecho de caer desde una determinada altura con chocar de frente a cierta velocidad, y problema clásico de *Disparo de emergencia*: En ambas situaciones se propone la construcción de tabla donde se expresa la relación entre el tiempo transcurrido y la altura a la que se encuentra el objeto en cada instante y su correspondiente gráfica en un sistema de ejes de coordenadas. Otros conceptos que se abordan son máximos, mínimos y raíces de la función, su interpretación e importancia en la resolución de problemas.

Por último se retoma la situación planteada inicialmente: distancia de frenado sobre piso seco, con la intención de determinar: La distancia total recorrida = distancia de reacción + distancia de frenado. Análisis de factores que determinan la variación de la distancia total recorrida.

Se sugiere hacer idéntico análisis para la situación en que el auto necesite frenar sobre piso húmedo.

EVALUACIÓN: respecto de los aprendizajes de los alumnos

1) A partir de las distintas actividades realizadas y las situaciones problemáticas abordadas, donde se utilizó de una manera implícita o explícita distintos conceptos matemáticos, se propone completar el siguiente cuadro:

Situación	Variable independiente	Variable dependiente	Gráfica de la función asociada a la situación	Fórmula de la función asociada a la situación	Modelo matemático u objeto matemático utilizado	
					Gráfica de la función	Fórmula de la función
Distancia de reacción						
Distancia de frenado						
Distancia total						
El auto que cae del						



edificio						
Disparo de emergencia						

2) Ordenar los conceptos y tratar de relacionarlos entre sí, mediante la elaboración de un mapa conceptual.

3) Volver a la situación inicial: “La Matemática y la educación vial” y responder a la situación planteada en ella.

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, C (2008)-El club de la hipotenusa. *Un paseo por la historia de las matemáticas a través de sus anécdotas más divertidas*. Barcelona. España. Editorial Ariel.
- Beltramino J.C. y Fernández E. (2007). *El respeto a las normas de tránsito en la ciudad de Santa Fe*. Argentina. Revista Panamericana, salud pública.
- Domínguez, J.M., editor y otros (2007). *Actividades para la enseñanza en el aula de ciencias: fundamentos y planificación*. Santa Fe. Ediciones UNL.
- Kaczor, P.; Franco, E. y otros (1999). *Matemática I*. Buenos Aires. Argentina. Ediciones Santillana S.A. Colección Polimodal.

TRABAJOS CITADOS

- Asociación civil Luchemos por la vida. Accidentes de tránsitos. Estadísticas. www.luchemos.org.ar/espa consulta: 19/02/2009
- Instituto de seguridad y educación vial. http://www.isev.com.ar/uploads/Boletin_Seguridad_Vial-DIC-04.pdf. Consulta 24/02/09
- Municipalidad de Rafaela. (2002). *Manual de educación vial para el conductor* Secretaría de Gobierno. Rafaela. Argentina.