

## BÚSQUEDA DE SIMILITUDES Y DIFERENCIAS COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE

Victoria Mesa - Verónica Molfino - Cristina Ochoviet - Verónica Scorza  
[vickymesa\\_16@hotmail.com](mailto:vickymesa_16@hotmail.com) – [veromolfino@gmail.com](mailto:veromolfino@gmail.com) – [cristinaochoviet@gmail.com](mailto:cristinaochoviet@gmail.com)  
– [verosco@gmail.com](mailto:verosco@gmail.com)

Consejo de Formación en Educación – Consejo de Educación Secundaria

Tema: Investigación Didáctica

Modalidad: Taller

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras clave: diseño de tareas, similitudes y diferencias, tareas de final abierto

### Resumen

*Las tareas de atención a similitudes y diferencias entre objetos matemáticos constituyen una herramienta didáctica con la que se pueden promover aprendizajes ricos y potentes. Presentamos las bases teóricas para el diseño de este tipo de tareas y reflexionamos acerca del rol del docente al momento de su puesta en práctica.*

### Introducción

La planificación de una clase de matemática supone la elección de los ejercicios, problemas o tareas que luego se propondrán a los estudiantes para favorecer el aprendizaje de un concepto o procedimiento.

Hiebert y Wearne (1997), siguiendo a Doyle (1983, 1988), dicen que “lo que los estudiantes aprenden está en gran parte definido por las tareas que se les ofrecen” (p. 395), de aquí la relevancia de situarse en el diseño de las tareas -o de su transformación a partir de tareas tomadas de libros de texto, de manuales o de otras fuentes- para lograr el mayor aprovechamiento de ellas.

En este trabajo reflexionaremos sobre un marco teórico que puede orientar el diseño de tareas que potencian el aprendizaje a través de la búsqueda de similitudes y diferencias. Claro está que las tareas que se proponen a los estudiantes no generan por sí solas aprendizaje sino que inciden las condiciones en que se las plantea, la forma en que se

abordan, el contexto en que se desarrollan, las interacciones que están previstas, los recursos y materiales, etc. (Watson y Mason, 2007; Liljedahl, Chernoff y Zazkis, 2007). Por ello, “La elección de las tareas matemáticas para la clase por parte de los docentes y la manera en que se pide a los estudiantes que se aproximen a ellas, determinan la calidad de la matemática en la clase” (Guberman y Leikin, 2013, p. 36).

### **Consideraciones teóricas**

De acuerdo con Jaworski (1994) el desafío matemático es uno de los tres elementos centrales de la enseñanza junto a los otros dos que son, la sensibilidad hacia los estudiantes y la gestión del aprendizaje.

Sullivan y Clarke (1992) señalan que los “buenos” problemas (o también llamados “buenas” preguntas) son aquellos que requieren algo más que recordar información (ya sean hechos o procedimientos), son aquellos en los que los estudiantes aprenden a partir del acto de resolver la tarea y el docente aprende de los intentos que realizan los estudiantes: concilian instrucción y evaluación. Además, son problemas abiertos, esto es, admiten múltiples respuestas correctas.

Las características anteriormente reseñadas se fundamentan en la necesidad de promover la actividad matemática, en el hecho de que cada estudiante puede dar una respuesta legítima de acuerdo a sus posibilidades y en que permiten atender la diversidad de la clase a partir de una misma tarea.

Zaslavsky (1995) propone crear situaciones ricas y potentes modificando tareas estándar basadas en contenidos familiares del currículo de secundaria, transformándolas en situaciones con múltiples respuestas correctas, es decir, en tareas abiertas.

### **Tareas de atención a similitudes y diferencias**

Zaslavsky (2008) sostiene que la atención a las similitudes y las diferencias es un principio fundamental a tener en cuenta en el diseño de tareas. Las tareas que recomienda esta autora fomentan el establecer conexiones y comparaciones en un ámbito de trabajo colaborativo en pequeños grupos. Propone tareas que requieren, fundamentalmente, clasificar y comparar, son de final abierto en el sentido de Zaslavsky (1995), permiten que los alumnos tomen decisiones en base a criterios personales y disponibles, son poco directivas en el sentido de que el docente no impone una forma de abordarlas ni existe un resultado predeterminado al que arribar. Son tareas cuyo análisis tomará diferentes direcciones dependiendo de las decisiones de los estudiantes.

Zaslavsky (2008) plantea tres tipos de tareas enfocadas a las similitudes y diferencias: (1) tareas de clasificación; (2) tareas de considerar alternativas; (3) tareas de comparar y contrastar.

En las tareas del tipo (1) generalmente se entregan 20 o 30 tarjetas y la consigna es que el estudiante las clasifique de todas las formas posibles que para él tengan sentido. En cada clasificación deben señalar el criterio adoptado y las categorías dentro del mismo. Los estudiantes deben registrar las distintas secuencias de clasificaciones, discutiéndolas en cada subgrupo y luego con el grupo entero.

El diseño de este tipo de tareas es trabajoso y debe estudiarse bien qué ejemplos incorporar de acuerdo a los criterios que puedan estar disponibles.

Se pueden clasificar objetos matemáticos como, por ejemplo, funciones de varias familias, utilizando distintas representaciones, ecuaciones e inecuaciones, figuras geométricas o problemas matemáticos. Si la clasificación es de problemas matemáticos, la tarea conduce a apreciar mejor la estructura profunda de los problemas en lugar de quedarse en las características superficiales como puede ser el contenido del problema.

Lo significativo de este tipo de tareas es que no hay una respuesta correcta y que no importa llegar a una sola respuesta.

La autora señala que la actividad cognitiva de clasificar es una capacidad natural que ayuda a estructurar y clarificar lo que percibimos, a realizar distinciones y reducir la cantidad de memoria necesaria para tratar mera información. Agrega que la actividad de clasificar tiene un rol vital en el pensamiento humano.

Las tareas del tipo (2) requieren comparar una serie de alternativas. Por ejemplo: comparar posibles soluciones a un problema, comparar una cierta cantidad de enunciados que describen un concepto desde un determinado punto de vista, comparar pruebas de una proposición. Las proposiciones matemáticas pueden ser comparadas en términos de su validez, equivalencia, etc. Las pruebas de una proposición pueden compararse considerando si son correctas, incorrectas o de acuerdo a preferencias personales.

Zaslavsky (2008) observa que la matemática es mirada frecuentemente como una disciplina en la que hay una sola respuesta correcta para todo problema que sea resoluble y que no tiene espacio para visiones subjetivas. Este tipo de actividades abiertas pueden ayudar a construir una visión más humanista de la matemática en la que los resultados son socialmente construidos o rechazados, manejados por valores personales. Esto se debe a que las tareas requieren de preferencias personales para su abordaje y no solo de cuestiones relacionadas a lo correcto, además de que, por la forma de trabajo en la clase que sugiere, los resultados son socialmente construidos o rechazados.

En las tareas del tipo (3) se presentan dos o más objetos matemáticos y se pregunta: ¿En qué son similares? ¿En qué son diferentes? Se solicita hacer una lista con similitudes y diferencias, tantas como se pueda, discutir las y reflexionar sobre ellas.

El diseño de las mismas requiere que tengan características comunes y otras diferentes. Este tipo de tarea anima a los estudiantes a examinar los objetos abiertamente. Mientras analizan lo solicitado pueden necesitar hacer cálculos que sirven a propósitos más ambiciosos que la mera indicación de calcular. Permiten el trabajo colaborativo entre



los estudiantes y entre el docente y los estudiantes. Son tareas abiertas que permiten diversos puntos de entrada. Cada estudiante parte de sus conocimientos disponibles y despliega distintas estrategias en función de ellos. Además, señala Zaslavsky, privilegian el desarrollo de la comprensión por sobre la obtención de resultados o productos.

Otras categorías de tareas de búsqueda de similitudes y diferencias, propuestas en Maldonado et al. (2015) son: (4) tareas de generalizar y particularizar, (5) tareas de encontrar objetos o problemas conociendo alguna de sus características, y (6) tareas de formular preguntas para identificar un objeto matemático.

Las tareas del tipo (4) podrían agruparse en tareas de generalizar y tareas de particularizar, no perdiendo de vista que en el proceso de resolución de una tarea de estas características pueden intervenir ambos procesos.

Las tareas de generalizar invitan a atender propiedades de uno o más objetos matemáticos particulares y proponer que los alumnos investiguen si conjuntos de objetos, que incluyen al particular, conservan la o las propiedades originales. Asimismo, se pretende que el estudiante investigue si el argumento utilizado para validar una cierta propiedad se puede mantener al considerar un conjunto de objetos más amplio.

En las tareas de particularizar, partiendo de una situación o problema se recurre a un caso particular para realizar ciertas conjeturas y brindar argumentos para la misma. Asimismo, se analiza si los argumentos dados para el caso particular son válidos en el contexto original, que abarca familias de objetos más amplias. Este tipo de tarea puede resultar especialmente útil para la resolución de un problema: cuando se hace difícil abordar el problema para una familia dada de objetos, puede pensarse en su particularización a una familia más reducida que cumple propiedades particulares (Polya, 1965). En una segunda instancia se debe analizar si la manera en que se resuelve el problema para la familia particular de objetos matemáticos es adecuada para la familia que la contiene.

Las tareas del tipo (5) son tareas de final abierto en las que los estudiantes son invitados a proponer un objeto matemático que mantenga similitudes y diferencias con otro dado. Su resolución promueve la atención a ciertas características de los objetos matemáticos que el docente ha decidido involucrar y que están establecidas en la consigna de la tarea. Su diseño requiere prestar especial atención a que sea posible la creación de múltiples objetos matemáticos que cumplan con las condiciones establecidas (de similitudes y diferencias respecto a un objeto dado); este requisito es importante para asegurar la existencia de múltiples respuestas correctas y mantener la característica de problema de final abierto propuesto por Zaslavsky (1995). Para la resolución de este tipo de tareas el estudiante deberá observar cuáles son las características del objeto que se deben mantener para vincularlas con un conjunto de parámetros que él puede manejar sobre el objeto, extrayendo conjeturas y posteriormente relaciones entre ellos.

Por último, las tareas del tipo (6) consisten en descubrir un objeto matemático por medio de preguntas que sean respondidas con sí o no. Promueven la visualización matemática en el sentido de Zimmermann y Cunningham (1991), esto es, el proceso de formar imágenes (mentales o con lápiz y papel o con la ayuda de la tecnología) y usar esas imágenes para el descubrimiento y entendimiento matemático. Estas tareas también fomentan el análisis de las propiedades de los objetos matemáticos y su uso, con el objetivo de identificar un objeto matemático dado a través de alguna de sus representaciones (por ejemplo, está dado mediante una figura pero no podemos verla) pero que no es directamente accesible para quien lo tiene que descubrir. Estas tareas permiten profundizar el conocimiento de las propiedades y su rol en la matemática, pues es a través de ellas que se devela el objeto. Para ello, es necesario asociar conceptos con categorías, aspecto que según Zaslavsky (2008) está en el “corazón del aprendizaje” (p. 1). Llevar adelante esta asociación en forma eficaz, requiere identificar similitudes y diferencias entre diferentes objetos según distintos criterios, para poder ir reuniendo un conjunto de propiedades que permitan caracterizar un objeto o bien permitan descartarlo para comenzar a pensar en otro posible.

## **El rol del docente en este tipo de tareas**

Siguiendo a Brousseau (1997), sostenemos que el principal rol del docente es lograr la *devolución* de un “buen” problema a sus estudiantes.

Además adherimos a la concepción de Swan (2008) acerca del rol del docente. En el modelo que propone el docente debe: evaluar a sus alumnos y poner en juego el conocimiento previo; aclarar bien los objetivos de la tarea a realizar; desafiar a sus estudiantes con preguntas interesantes; gestionar el trabajo en equipos y la discusión grupal; animar la discusión para discutir puntos de vista alternativos; sintetizar las ideas importantes de cada clase; y ayudar a los alumnos a establecer conexiones entre sus ideas. Es por esto que su enfoque no debe confundirse con la enseñanza por “descubrimiento” donde el docente simplemente presenta una tarea y espera que los alumnos investiguen y lleguen a las ideas por sí solos. El docente es un actor fundamental en el desarrollo de la propuesta.

## **Reflexiones finales**

Las tareas que proponemos a nuestros estudiantes, así como la manera en que se plantean, inciden, no únicamente pero sí directamente, en su aprendizaje. Cada formulación implica diferentes desafíos, distintas complejidades y maneras de vincularse con la matemática. Proponemos un diseño o selección de tareas que fomente la construcción del conocimiento matemático en el aula de clase como un espacio de investigación y reflexión. Las tareas de final abierto, y en particular las tareas de atención a similitudes y diferencias, constituyen un medio posible para el logro de tales objetivos.

## **Bibliografía**

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

- Hiebert, J. y Wearne, D. (1997). Instructional tasks, classroom discourse and student learning in second grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30(2), 393–425.
- Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist inquiry*. London: Falmer.
- Maldonado, A., Medina, L., Mesa, V., Molfino, V., Ochoviet, C., Pagés, D. y Rivero, F. (2015). Tareas enfocadas a similitudes y diferencias como motor para el aprendizaje de la matemática: nuevas categorías. En Buendía, G., Molfino, V. y Ochoviet, C. (Comp.), *Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa* (pp. 77-96). Montevideo: Consejo de Formación en Educación.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Simon, A. (1997). Developing new models of mathematics teaching: An imperative for research on mathematics teacher development. En E. Fennema y B. Scott-Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 55–86). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steinbring, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 157–189.
- Sullivan, P. y Clarke, D. (1992). Problem Solving with Conventional Mathematics Content: Responses of Pupils to Open Mathematical Tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 4(1), 42-60.
- Swan, M. (2008). The design of multiple representation tasks to foster conceptual development. *Invited presentation at the Topic Study Group (TSG34) on Research and Development on Task Design and Analysis, the 11th International Congress on Mathematics Education (ICME-11)*, Monterrey, Mexico. Recuperado en <http://tsg.icme11.org/document/get/289> el 9 de abril de 2016.
- Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 15-20.
- Zaslavsky, O. (2008). Attention to similarities and differences: A fundamental principle for task design and implementation in mathematics education. *Invited presentation at the Topic Study Group (TSG34) on Research and Development on Task Design and Analysis, the 11th International Congress on Mathematics Education (ICME-11)*, Monterrey, Mexico. Recuperado desde <http://tsg.icme11.org/document/get/290> el 9 de abril de 2016.
- Zimmermann, W. y Cunningham, S. (1991). Editor's introduction: What is mathematical visualization. En W. Zimmermann y S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 1-8). Washington DC: Mathematical Association of America.