

CONOCIMIENTO DE ESTUDIANTES DE PRIMARIA SOBRE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS RELACIONADOS CON LA NOCIÓN DE ÁREA

BARRIOS Leonardo, RIVAS Mauro y TRIVIÑO Luz

leojbar@gmail.com, rmauro@ula.ve, luzestela_77@hotmail.com
Universidad de Los Andes, E.B. Gabriel Picón González, Mérida

Área temática: Pensamiento geométrico
Nivel educativo: Educación Primaria

RESUMEN

En este trabajo presentamos una valoración de los conocimientos sobre algunos conceptos geométricos, relacionados con la noción de área, logrados por una muestra de estudiantes de sexto grado de educación primaria. Para ello seleccionamos una muestra de 51 estudiantes en dos unidades educativas, tomando una sección en cada escuela. Se aplicó a la muestra una prueba constituida por 20 ítems de selección, en la que se evaluaron los siguientes contenidos: concepto de área, elementos que componen una figura, conceptos de algunas figuras, fórmulas utilizadas para el cálculo del área, uso de fórmulas para el cálculo del área y representación de porciones de área de algunas figuras mediante fracciones. Los resultados indican que el concepto de área, los elementos de las figuras y los tipos de figuras; son conocidos por la mayoría de los estudiantes. Mientras los conceptos de diagonal y circunferencia no lo son. Asimismo, los estudiantes muestran comprensión de la división en partes iguales de las figuras dadas para expresar algunas partes en función del área total de la figura. Lo que induce a pensar sobre la potencialidad de obtener una medida del área total por medio del conteo (suma) de las partes que conforman el todo. Finalmente, se observó poco dominio del reconocimiento y uso de las fórmulas para el cálculo de áreas de figuras planas.

Palabras clave: Aprendizaje de la geometría, conocimiento geométrico, geometría en educación primaria, cálculo de área.

PROBLEMÁTICA Y ANTECEDENTES

El logro del aprendizaje de geometría, ha sido abordado en diversos estudios (Bohórquez, Boscán Hernández, Salcedo & Morán, 2008; Guillén, 2010; Gutierrez & Jaime 2012). Particularmente, estudios realizados desde mediados del siglo pasado han evidenciado la dificultad que tienen los alumnos para apropiarse de la idea de superficie (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2007). En su estudio, D'Amore & Fandiño Pinilla (2007), presentan una cronología de algunas investigaciones cuyo tema central es la problemática en torno a la enseñanza y aprendizaje de la medida, específicamente de la medida de superficies, la cual, para efectos de nuestro estudio, la interpretamos como concepto de área o medida del área.

En relación con lo anterior, los diferentes estudios coinciden al señalar la complejidad involucrada en el aprendizaje del concepto de área en la escuela primaria. Entre algunos de los aspectos implicados en tal complejidad se encuentran: relaciones entre longitud y superficie, obstáculos epistemológicos en torno al concepto de área, cambios en las dimensiones y las unidades de medida, uso de materiales concretos, uso de modelos intuitivos, cálculo de áreas a partir del área de un rectángulo, lenguaje específico, el área como una característica de una figura, aspectos en torno al aprendizaje de la medida, relaciones multiplicativas, entre otros. Razones de espacio nos impiden hacer una referencia más detallada sobre los trabajos referidos por los autores mencionados.

En relación con esa complejidad, hemos identificado, como aspectos relevantes, los siguientes: el concepto de área, elementos que componen una figura, características de figuras planas elementales (triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo), fórmulas utilizadas para el cálculo del área, uso de fórmulas para el cálculo del área y representación de porciones de área de algunas figuras mediante fracciones. En tal sentido, con el objeto de realizar una valoración de la apropiación de esos aspectos por parte de una muestra de sujetos que cursan el sexto grado de primaria, hemos diseñado y aplicado una prueba, cuyos ítems corresponden con tales aspectos. De manera que, en este documento informamos sobre los resultados de la aplicación de esa prueba, es decir, sobre una valoración de la apropiación de esos aspectos por parte de dicha muestra, siendo tal

apropiación producto de la formación escolar en la que “naturalmente” ha estado involucrada esa muestra.

La valoración que presentamos en este informe se encuentra inscrita en el desarrollo de una investigación en la que se busca diseñar y aplicar una propuesta de orientación didáctica dirigida a facilitar la enseñanza-aprendizaje del concepto de área a nivel de educación primaria. Dado el nivel educativo que contextualiza este trabajo, su desarrollo refiere al conocimiento de figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo.

OBJETIVOS

Por medio de la realización de esta investigación nos hemos propuesto el siguiente objetivo general:

OG: Valorar el nivel de apropiación de algunos contenidos geométricos, relacionados con el concepto de área, por parte de una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria.

Para el logro de este objetivo general nos hemos propuesto como objetivos específicos los siguientes:

OE1: Identificar el nivel de apropiación del concepto de área por parte de una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria.

OE2: Determinar el grado de conocimiento sobre elementos que componen una figura geométrica plana elemental exhibido por una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria.

OE3: Determinar el grado de conocimiento sobre tipos de figuras geométricas planas elementales exhibido por una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria.

OE4: Determinar el reconocimiento de fórmulas, que se utilizan para calcular el área de figuras geométricas planas elementales, por parte de una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria.

OE5: Identificar el uso de fórmulas para calcular el área de figuras geométricas planas elementales, puesto en juego por una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria.

OE6: Determinar el reconocimiento del área de una parte de una figura geométrica plana elemental, por medio del uso de la relación parte-todo, realizado por una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria.

METODOLOGÍA

El estudio realizado se circunscribe al procedimiento de aplicación de una prueba para determinar el nivel de conocimiento geométrico relativo al área de una figura plana, de una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria. En este orden de ideas, se trata de un estudio de tipo transversal realizado en un único momento (Hernández, Fernández & Baptista, 2006). La muestra es de tipo incidental en la que los datos son recabados en el ambiente natural de los sucesos sin intervenciones previas por parte del investigador (León & Montero, 2003).

Participantes y datos: La experiencia realizada tuvo lugar con un grupo de 51 alumnos de sexto grado de primaria (11 a 13 años), de dos secciones (28 y 23 alumnos, respectivamente) de dos instituciones públicas, una nacional y otra estatal, ambas instituciones de la ciudad de Mérida. Para la recogida de los datos se aplicó un instrumento tipo prueba, de 20 ítems en la que los alumnos proveyeron de las respuestas respectivas. La aplicación contó con la colaboración de los profesores de las secciones correspondientes y un investigador (primer autor de esta comunicación). Para la aplicación de la prueba, los alumnos habían recibido clases, en los grados previos, las que regularmente están previstas en el desarrollo del currículo correspondiente, relativas a los diferentes aspectos a valorar. En lo referente al reconocimiento y uso de fórmulas para el cálculo de áreas de figuras planas elementales, el Currículo Nacional Bolivariano refiere, en las áreas de aprendizaje de matemática, ciencias naturales y sociedad de cuarto a sexto grado, a la formulación y algoritmización de problemas de los diferentes temas que están pautados en dicho currículo, entre los cuáles se encuentra el cálculo de

área del cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo. Por ello se consideró pertinente incluir ítems para valorar la apropiación de estos aspectos.

El instrumento: El instrumento aplicado, el cual se presenta en anexo, consta de 20 ítems, por medio del cual se valoran los diferentes aspectos de interés, relacionados con la noción de área. Las respuestas de los ítems se dan de manera individual y se concedieron dos horas para la aplicación del instrumento. La selección de los ítems que componen el instrumento se hizo por medio de un Juicio de Expertos, haciendo uso del Coeficiente de Validez de Contenido Total (Hernández-Nieto, 2002). En el Cuadro 1 se presenta una descripción de la composición del instrumento.

Noción geométrica	Aspecto a valorar	Ítems
Área y su representación como parte de una figura plana	Concepto de área	1
	Área de una parte de una figura	17,18,19,20
Composición y tipos de figuras planas	Elementos que componen una figura	2,3,8
	Tipos de figuras planas elementales	4,5,6,7
Reconocimiento y uso de fórmulas para el cálculo del área	Reconocimiento de fórmulas	9,10,11,12
	Uso de fórmulas	13,14,15,16

Cuadro 1: Composición del instrumento de acuerdo con las nociones geométricas involucradas.

Para la valoración de las respuestas dadas al instrumento se establecieron cinco categorías, las cuales se hicieron corresponder con un porcentaje de respuestas correctas, de acuerdo con cada uno de los aspectos geométricos considerados. En el Cuadro 2 se presenta tal valoración.

Aspecto geométrico valorado	% Respuestas correctas	Categoría
Concepto de área, área de una parte de una figura, elementos que componen una figura, tipos de figuras, reconocimiento de fórmulas y uso de fórmulas	Mayor que 90	Excelente
	Entre 75 y 90	Bueno
	Entre 60 y 74	Regular
	Entre 50 y 59	Bajo
	Menor que 50	Deficiente

Cuadro 2: Categorías de valoración de los aspectos geométricos de acuerdo con el porcentaje de respuestas correctas.

Una vez elaborado el instrumento y establecidas las categorías para la valoración de las respuestas, se realizó una consulta a los profesores a cargo de los grados con la

intermediación de los directores de las dos instituciones. Conformes las diferentes partes con la aplicación de la prueba, se procedió a su resolución por parte de los alumnos. Durante la aplicación no fue necesario hacer aclaraciones relevantes sobre las consignas de los ítems.

DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

La aplicación del instrumento se realizó entre el 13 y 17 de mayo del año en curso, la primera sección a la que se aplicó el instrumento fue a la sección de la escuela nacional con 28 alumnos, una mañana de actividades académicas normal, se realizó después del receso, aproximadamente a las nueve y media de la mañana. Se dieron breves instrucciones de cómo marcar las respuestas que consideraran correctas y que los resultados no afectarían su rendimiento académico.

Se notó preocupación por tratar de responder de manera correcta la prueba, tratando de buscar ayuda en el profesor de aula y en el investigador. Se había acordado que la aplicación tendría una duración de dos horas, sin embargo tuvo una duración de una hora (60 minutos). Los primeros alumnos terminaron a los treinta minutos de haber iniciado. Durante el lapso de aplicación se estuvo muy atento que los alumnos que terminaban primero no interrumpieran a los demás, por ello los que terminaban rápido eran separados del resto del grupo.

La segunda aplicación fue en una sección de 23 alumnos de una escuela estatal, al igual que en la primera sección se acordó con el director del plantel y profesor del aula el día de la aplicación, sin embargo el profesor del aula no pudo asistir, lo que produjo que los estudiantes estuvieran divididos en dos grupos. A pesar de esta situación no prevista, para ambos grupos, la aplicación del instrumento (en esta segunda oportunidad) siguió un procedimiento similar a la primera aplicación: orientación inicial, duración, seguimiento y control.

De manera general se observó que los estudiantes no se sentían seguros con las respuestas que iban dando a las preguntas, los profesores que estuvieron en el aula con el investigador en ningún momento otorgaron ayuda a los estudiantes, se mostraron interesados en que los resultados fueran lo más veraces posibles.

RESULTADOS

Los datos obtenidos en la aplicación del instrumento a los 51 estudiantes, se cuantificaron de acuerdo con los aspectos geométricos referidos en el Cuadro 1. En la Tabla 1 se presenta un resumen de las respuestas de los sujetos de acuerdo con esos aspectos.

Tabla 1: Valoración de los aspectos geométricos de acuerdo con las categorías propuestas en el Cuadro 2 (N = 51).

Aspecto geométrico valorado	Respuestas correctas (%)	Valoración
Concepto de área	35 (68,6)	Regular
Área de una parte de una figura	40 (78,4)	Bueno
Elementos de una figura	28 (54,9)	Bajo
Tipos de figuras	34 (66,7)	Regular
Reconocimiento de fórmulas	9 (17,7)	Deficiente
Uso de fórmulas	6 (11,8)	Deficiente

En los resultados presentados en la Tabla 1 se observa que no hay aspectos geométricos valorados en la categoría excelente, el aspecto geométrico mejor valorado es el de “Área de una parte de una figura plana” (categoría bueno; 78,4%). Los aspectos: “Concepto de área” y “Tipos de figuras planas” han quedado valorados con la categoría regular (68,6% y 66,7%, respectivamente). El aspecto “Elementos de una figura plana elemental” ha quedado valorado con la categoría bajo (54,9%), mientras los aspectos: “Reconocimiento de fórmulas” y “Uso de fórmulas” han quedado valorados con la categoría deficiente (17,7% y 11,8%, respectivamente).

Discusión de resultados: Los resultados presentados en la Tabla 1 señalan que el nivel de apropiación del concepto de área, por parte de la muestra considerada, es regular. Lo que indica el logro del objetivo **OE1**.

Con respecto al grado de conocimiento sobre elementos que componen una figura geométrica plana elemental, la valoración presentada en la Tabla 1, dice que los alumnos muestran un dominio bajo. Una revisión de los elementos que son reconocidos por los estudiantes muestra que elementos como el vértice y el lado de una figura plana son reconocidos por la mayoría de ellos. No obstante, la mayoría no reconocen la diagonal de un cuadrado como uno de sus elementos. Este resultado refiere al logro del objetivo **OE2**.

Otro de los objetivos del trabajo era determinar el grado de conocimiento de los estudiantes sobre tipos de figuras geométricas planas elementales (objetivo **OE3**). Los resultados mostrados en la Tabla 1 señalan que ese grado de conocimiento es regular. Al respecto, se observa que los sujetos reconocen la mayoría de las figuras planas, sin embargo, la circunferencia no fue reconocida por parte de un poco más de la mitad de los estudiantes.

De los objetivos que refieren al reconocimiento de las fórmulas para el cálculo de área y su aplicación (objetivos **OE4** y **OE5**), los resultados expuestos en la Tabla 1 señalan que ese reconocimiento y uso es deficiente. Este resultado parece guardar relación con una conjetura surgida en el proceso de investigación respecto a la enseñanza de fórmulas para el cálculo del área de una figura plana elemental. La conjetura refiere a que posiblemente esa enseñanza no es dada por los profesores de primaria o se realiza de manera poco apropiada. Flores (2002) señala que este tipo de enseñanza se caracteriza por tender al aprendizaje de tipo memorístico y mecánico, el cual tiene un limitado espacio de acción.

Por último, se destaca que los estudiantes muestran un buen desempeño al reconocer el área de una parte de una figura geométrica plana elemental, por medio del uso de la relación parte-todo. Esto indica el logro del objetivo **OE6**.

Los resultados referidos conducen a valorar el nivel de apropiación de los contenidos geométricos, relacionados con el concepto de área, por parte de la muestra considerada, como regular con cierta tendencia hacia un nivel bajo. Esta valoración refiere al logro del objetivo general **OG** de investigación.

CONCLUSIONES

Los resultados indican que el concepto de área (68,6%), los elementos de las figuras (54,9%) y los tipos de figuras (66,7%); son conocidos por la mayoría de los estudiantes. Mientras los conceptos de diagonal y circunferencia no lo son (39,22% y 41,18%, respectivamente). Un aspecto sobre el cual merece llamar la atención es que buena parte de los estudiantes muestran comprensión de la división en partes iguales de las figuras


dadas para expresar el área ocupada por algunas partes en función del área total de la figura (78,4%). Este último resultado conduce a pensar sobre la potencialidad de obtener una medida del área total por medio del conteo (suma) de las partes que conforman el todo. En otro sentido, se observó poco dominio del reconocimiento (17,7%) y uso de las fórmulas (11,8%) para el cálculo de áreas de figuras planas. Finalmente, los resultados de este estudio conducen a recomendar la producción y puesta en juego de propuestas didácticas encaminadas a facilitar el aprendizaje de los contenidos geométricos relativos al concepto de área, sobre todo lo referente al reconocimiento y uso de fórmulas para el cálculo de áreas de figuras planas elementales: cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo.

REFERENCIAS

- Bohórquez, H.J., Boscán, L.F., Hernández, A.I. Salcedo, S. & Morán, R. (2008). La concepción de simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría. *Educere*, 45, 477-489.
- D'Amore, B. & Fandiño Pinilla, M.I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Relime: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 39-68.
- Flores, P. (2002). *Superficie y área. Guías praxis para el profesorado de ESO. Matemáticas, contenidos, actividades y recursos*. España: CISS Praxis Educación.
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación?. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra (Eds.), *Actas del XIV SEIEM*. Lleida: Universidad de Lleida, pp. 21-68.
- Gutierrez, A. & Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 32(2), 55-70.
- Hernández-Nieto, R. (2002). *Contributions to Statistical Analysis: The Coefficients of Proportional Variance, Content Validity and Kappa*. BookSurge Publishing.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4ta ed.). México: McGraw-Hill.
- León, O. & Montero, I. (2003). *Diseño de Investigaciones*. Madrid: McGraw-Hill.

ANEXOS

Anexo 1. Instrumento aplicado a los alumnos



**PRUEBA SOBRE ALGUNOS CONCEPTOS GEOMÉTRICOS
 RELACIONADOS CON LA NOCIÓN DE ÁREA**

Apellidos: _____ Nombres: _____

Instrucciones:

- La prueba tiene una duración de dos horas (120 min).
- Debe ser realizada de manera individual y no se permite el uso de calculadora y/o celular.
- Sólo deberá tener en el pupitre: lápiz, borrador, sacapuntas y una hoja para sacar cuentas.
- Lea con detenimiento cada ítem, en caso de dudas diríjase al profesor.
- Cada ítem presenta cuatro posibles respuestas, encierre en un círculo la letra de la respuesta que considere correcta.

<ol style="list-style-type: none"> 1. La cantidad de espacio dentro de los límites de una figura geométrica plana se llama: <ol style="list-style-type: none"> a. Área b. Esfera c. Cuerda d. Cubo 2. Los segmentos que unen dos vértices se llaman: <ol style="list-style-type: none"> a. Superficies b. Lados c. Esferas d. Puntos 3. Un punto donde dos o más lados se encuentran se llama: <ol style="list-style-type: none"> a. Vértice b. Ángulo c. Línea d. Plano 4. La figura geométrica de cuatro lados de igual longitud y todos los ángulos son rectos se llama: <ol style="list-style-type: none"> a. Recta b. Círculo c. Cuadrado d. Centro 5. La figura geométrica de cuatro lados con lados opuestos de igual longitud y todos los ángulos son rectos se llama: <ol style="list-style-type: none"> a. Rectángulo b. Heptágono c. Triángulo d. Pentágono 	<ol style="list-style-type: none"> 6. La figura geométrica formada por tres lados se llama: <ol style="list-style-type: none"> a. Rombo b. Cuadrado c. Triángulo d. Círculo 7. La figura geométrica formada por una curva cerrada en la que todos los puntos están equidistantes de un punto fijo llamado centro, se llama: <ol style="list-style-type: none"> a. Hexágono b. Triángulo c. Pentágono d. Circunferencia 8. La cantidad de diagonales que posee un cuadrado son: <ol style="list-style-type: none"> a. 5 diagonales b. 7 diagonales c. 3 diagonales d. 2 diagonales 9. El área de un cuadrado se puede obtener mediante la fórmula: <ol style="list-style-type: none"> a. $A = l^3$ b. $A = l^2$ c. $A = 3l^2$ d. $A = 2l^2$ 10. El área de un triángulo se puede obtener mediante la fórmula: <ol style="list-style-type: none"> a. $A = \frac{b \cdot h}{2}$ b. $A = \frac{4(b+h)}{2}$ c. $A = \frac{2b \cdot h}{2}$ d. $A = \frac{b+h}{4}$
--	---

11. El área de un rectángulo se puede obtener mediante la fórmula:

- a. $A = b * h$
- b. $A = b * h^2$
- c. $A = b^2 * h^2$
- d. $A = 2(b * h)$

12. El área de un círculo se puede obtener mediante la fórmula:

- a. $A = \pi . r^2$
- b. $A = 2\pi . r^3$
- c. $A = \pi . r^3$
- d. $A = 3\pi . r^3$

13. Si el radio de un círculo es 3, su área es:

- a. $A = 18\pi$
- b. $A = 9\pi$
- c. $A = 6\pi$
- d. $A = 3\pi$

14. El rectángulo de base 5 cm. y de altura 8 cm. su área es de:

- a. $A = 40 \text{ cm}^2$
- b. $A = 13 \text{ cm}^2$
- c. $A = 10 \text{ cm}^2$
- d. $A = 23 \text{ cm}^2$

15. El triángulo de base 5 cm. y de altura 8 cm. su área es de:

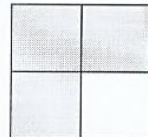
- a. $A = 14 \text{ cm}^2$
- b. $A = 13 \text{ cm}^2$
- c. $A = 10 \text{ cm}^2$
- d. $A = 20 \text{ cm}^2$

16. El cuadrado cuyos lados tienen longitud 3 cm. su área es de:

- a. $A = 4 \text{ cm}^2$
- b. $A = 2 \text{ cm}^2$
- c. $A = 8 \text{ cm}^2$
- d. $A = 9 \text{ cm}^2$

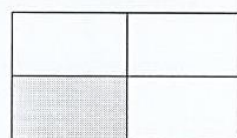
17. La fracción que representa el total del área sombreada del siguiente cuadrado es:

- a. $\frac{1}{2}$
- b. $\frac{3}{5}$
- c. $\frac{3}{4}$
- d. $\frac{7}{8}$



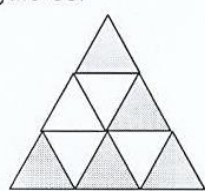
18. La fracción que representa el total del área sombreada del siguiente rectángulo es:

- a. $\frac{1}{5}$
- b. $\frac{2}{5}$
- c. $\frac{3}{7}$
- d. $\frac{1}{4}$



19. La fracción que representa el total del área sombreada del siguiente triángulo es:

- a. $\frac{1}{7}$
- b. $\frac{5}{9}$
- c. $\frac{3}{5}$
- d. $\frac{1}{6}$



20. La fracción que representa el total del área sombreada del siguiente círculo es:

- a. $\frac{1}{7}$
- b. $\frac{1}{9}$
- c. $\frac{1}{4}$
- d. $\frac{1}{6}$

