

## ¿VARIABILIDAD = VARIABLE?

**Suzaño, Héctor Orlando; Borjas, Mauricio Enrique; Ahumada, María Cristina**

**Universidad Nacional de Salta**

Avenida Bolivia 5150 - Salta

[mauricioborjas2011@hotmail.com](mailto:mauricioborjas2011@hotmail.com)

**Categoría del Trabajo:** Relato de experiencia

**Nivel Educativo:** Secundario

**Palabras claves:** variabilidad – dispersión – desvíos - interpretación

### **Resumen:**

Se usan muchas veces conceptos estadísticos sin conocer sus definiciones, sus características y/o sus limitaciones. Una indagatoria con alumnos de nuestra facultad, nos hizo conocer que el concepto de variabilidad no está bien entendido aún en los niveles superiores, donde se estudia estadística.

A raíz de estos resultados nos propusimos diseñar una estrategia didáctica tendiente a que el concepto de variabilidad tenga el sentido que debe tener y no se deje al olvido con tanta facilidad. La propuesta se basó a partir de dos preguntas, propone recoger datos reales y contextualizados en el ámbito escolar, llevándolos al análisis de las observaciones con la realización de tablas y gráficos.

De una manera dinámica tratamos de presentar los conceptos que son necesarios para esta propuesta, y trabajar entre las cosas más comunes de los alumnos.

Estamos convencidos que la observación que proponemos ayudará a la mejor comprensión del concepto de variabilidad. Queremos aportar con estas ideas, que llevaremos a la práctica cuando tengamos la oportunidad en nuestra carrera y en nuestro futuro docente. Sabemos que, aunque la estadística se incluya de una forma oficial en el currículo no necesariamente se enseña, por diferentes motivos, y hace falta mucho material del tema.

## Fundamentación

El estudio de la estadística es necesario para todos en el mundo actual, por cuanto los ciudadanos, acceden a los medios masivos de comunicación para poder estar informados de lo que acontece en el mundo, y una adecuada interpretación de lo que lee y escucha, cualquiera fuese su nivel cultural, es fundamental. Esto implica tener algún conocimiento básico que simplifique la comprensión de la información estadística que en los últimos tiempos es muy usual. Es la escuela de enseñanza media la encargada principal de formar jóvenes en los conceptos básicos y usos del lenguaje estadístico.

El hecho de que la estadística se incluya de una forma oficial en el currículo no significa que necesariamente se enseñe, muchos profesores no se sienten cómodos con esta rama de la matemática, la dejan como último tema y cuando es posible la omiten.

- Por otro lado Holmes (2002) indica *“que las lecciones de estadística, dentro de los libros de matemáticas han sido muchas veces escritas por matemáticos. En este caso, el objetivo preferente es la actividad matemática y no la actividad estadística. Por tanto las aplicaciones no son realmente importantes y los alumnos finalizan los cursos sin adquirir una competencia real para llevar a cabo una investigación estadística”*.

Se usan muchas veces conceptos estadísticos sin conocer las definiciones de los mismos, sus características y/o sus limitaciones. En particular notamos que el concepto de variabilidad, en nuestra comunidad universitaria, no se logra comprender en forma correcta. Pertenece a la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta, donde se enseña Estadística casi en todas las carreras que se imparten. A partir de esta hipótesis, nos propusimos a realizar una encuesta, a fin de poder detectar la diversidad de los significados asignados al término variabilidad.

Comenzamos en el ámbito universitario y luego decidimos extender nuestra pregunta: ¿Que es la variabilidad? a alumnos de distintos niveles. Algunas de las respuestas más representativas fueron las siguientes: *“es algo que es inestable”, “que no está fijo”, “que va variando”, “es cuánto vale”, “un conjunto de variables”, “es algo que está constantemente variando”*.

En la mayoría de los casos, de respuestas erróneas, tiene que ver con que los alumnos no tienen en cuenta que se enfrentan al concepto en el marco estadístico. Influenciados por cursos previos, asignan el concepto de variable como alternativo al de variación.

Por supuesto, ésta puede no ser la única razón, pero con seguridad tiene una fuerte influencia. A raíz de estos resultados nos propusimos diseñar una estrategia didáctica tendiente a que el concepto de variabilidad tenga el sentido que debe tener y no se deje al olvido con tanta facilidad.

### **Propuesta áulica**

Entre los principios de la Educación estadística, encontramos un camino que nos da paso a formular una propuesta, teniendo en cuenta lo siguiente:

- Diseñar investigaciones para contestar una pregunta.
- Recoger datos de observación, encuestas y experimentos.
- Representar datos en tablas y gráficos.

Se pensó una clase para alumnos de 1° o 2° año de la ESO (Escuela Secundaria Obligatoria).

Muchas veces es bueno empezar una clase mediante preguntas. Nosotros, para empezar la nuestra, elegimos las siguientes:

- > ¿Es cierto que los alumnos del curso, tienen aproximadamente la misma altura?
- > ¿Si te comparas con chicos de otros cursos, las alturas varían mucho?

Las respuestas que surjan permitirán comenzar a discutir sobre los conceptos necesarios para introducir la variabilidad en el sentido estadístico que pretendemos, es decir la dispersión, en un contexto específico y claro. Se podrá también ir introduciendo las definiciones de algunas medidas de variabilidad.

Posteriormente, la idea es mostrar que dos conjuntos de datos pueden tener la misma localización central, y no obstante ser muy diferentes en cuanto a la variabilidad. Para esto se proporcionarán los siguientes datos de mediciones en centímetros.

a) 9,10,11,12,13,14,15

b) 6,10,10,12,14,14,18

En ambos casos la media aritmética  $\bar{X} = 12$  cm

Estos datos tienen la misma media y sin embargo, no se necesita mucho esfuerzo para darse cuenta que son muestras significativamente diferentes.

A fin de tener una primera impresión, rápida aunque no muy precisa, de la dispersión que existe en estos datos, se empleará el tipo de recorrido más sencillo que conocemos, el recorrido de la variable o amplitud.

RECORRIDO. Es la diferencia entre los valores extremos. Es decir  $R = X_{\text{máx}} - X_{\text{mín}}$

El siguiente diagrama, muestra esquemáticamente el recorrido de los datos:



Así para los casos a) y b) tenemos:

$$R_a = 15 - 9 = 6$$

$$R_b = 18 - 6 = 12$$

Si el recorrido de la variable es mayor en un conjunto de observaciones que en otro, debe esperarse, en principio que la dispersión de datos sea superior también en uno que en el otro, Sin embargo, en ciertas ocasiones el recorrido ofrece una medida vaga de la dispersión, debido a que sólo se emplean para calcularlo los valores extremos. Por tanto, ignora la naturaleza de la variación entre todas las demás observaciones y está altamente influenciado por los valores extremos, como puede verse en los ejemplos a) y b). Esto podría llevar a los alumnos a tener una idea errónea de la variabilidad.

Veamos otros ejemplos:

1) 2, 2, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 14

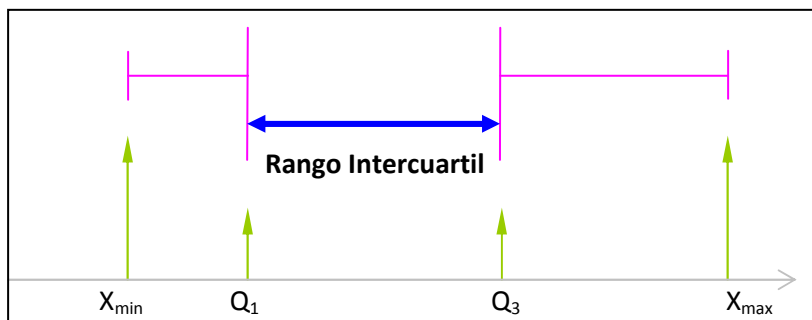
2) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14

En ambos casos el recorrido  $R = 14 - 2 = 12$  y sin embargo la dispersión de los datos en el segundo caso es significativamente mayor. Este inconveniente se subsana, al menos en parte, utilizando como medida de dispersión, el recorrido intercuartil.

RECORRIDO INTERCUARTIL. Es la diferencia entre el tercer y el primer cuartil. Es decir

$$RI = Q_3 - Q_1$$

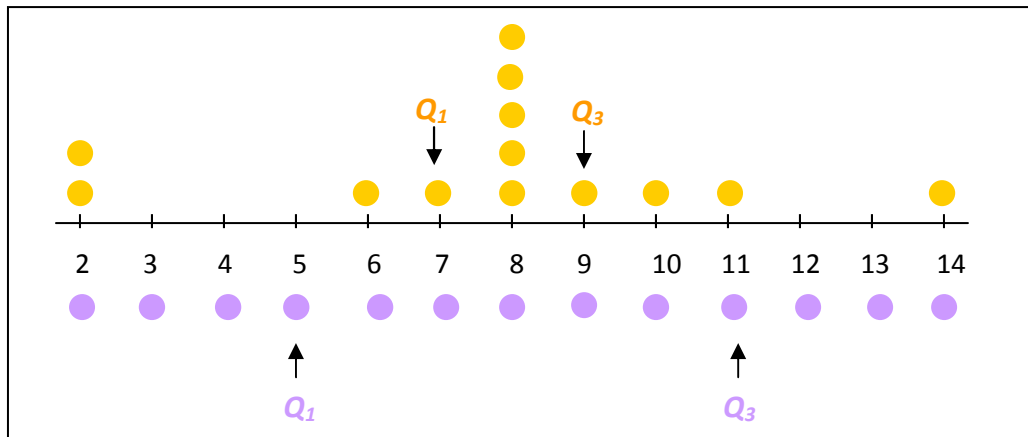
El diagrama siguiente muestra esquemáticamente el rango intercuartil



Esta medida de dispersión es, evidentemente, más exacta que el simple recorrido, ya que evita el inconveniente de observar sólo los valores extremos, tomando aquellos dos valores que dejan entre sí a lo sumo el 50% de los datos, es decir valores más centrales. Para los ejemplos, tenemos:

ejemplo 1	ejemplo 2
$Q_1 = 7$	$Q_1 = 5$
$Q_3 = 9$	$Q_3 = 11$

Gráficamente:



Por lo tanto, aunque el recorrido es el mismo en ambos casos, el recorrido intercuartil toma los siguientes valores:

$$RI_1 = Q_3 - Q_1 = 9 - 7 = 2 \quad RI_2 = Q_3 - Q_1 = 11 - 5 = 6$$

Marcando claramente la mayor dispersión existente en el segundo.

Las descripciones más claras de la dispersión son aquellas que tienen que ver con la desviación promedio a partir de alguna medida de tendencia central, por ejemplo la media.

VARIANZA. Es el promedio de los cuadrados de las desviaciones de las observaciones con

respecto a la media aritmética. Si denotamos como “ $S^2$ ” a la varianza: 
$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

La dificultad de esta medida es que sus unidades son las unidades de los datos al cuadrado.

DESVIACION TIPICA. Es simplemente la raíz cuadrada positiva de la varianza, con lo que se

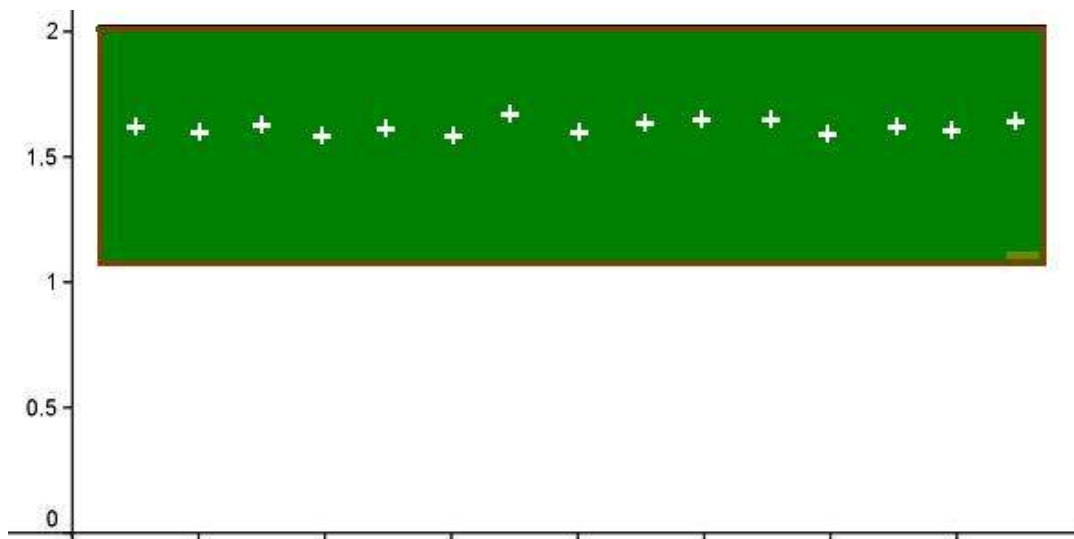
obtiene una medida en las mismas unidades de los datos: 
$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

“El trabajo con proyectos implica la necesidad de buscar situaciones y conjuntos de datos que puedan motivar a los alumnos” (Batanero, C. 2005). Retomando las preguntas iniciales, nuestra propuesta se llevará a cabo en el aula registrando las alturas de los alumnos del curso que se encuentren presentes.

Se podría confeccionar una tabla de la siguiente manera:

- Que cada alumno se levante hacia el pizarrón y el profesor marca su altura. Luego mide con una cinta métrica adecuada.

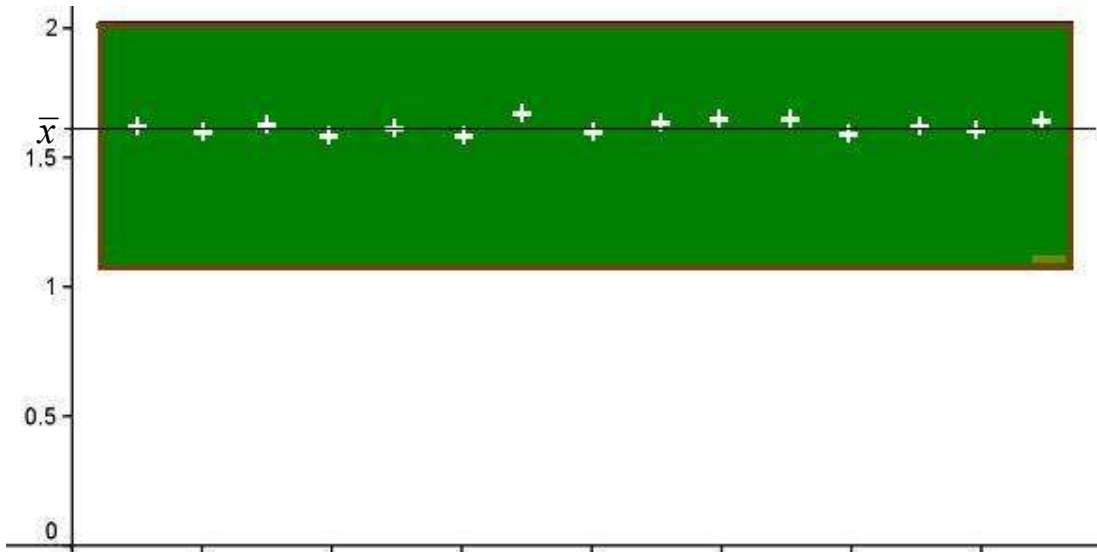
En el pizarrón quedará un esquema parecido al siguiente, con el agregado de ejes que servirán para observar las medidas:



De esta manera se tendrá una tabla como ésta, que es hipotética:

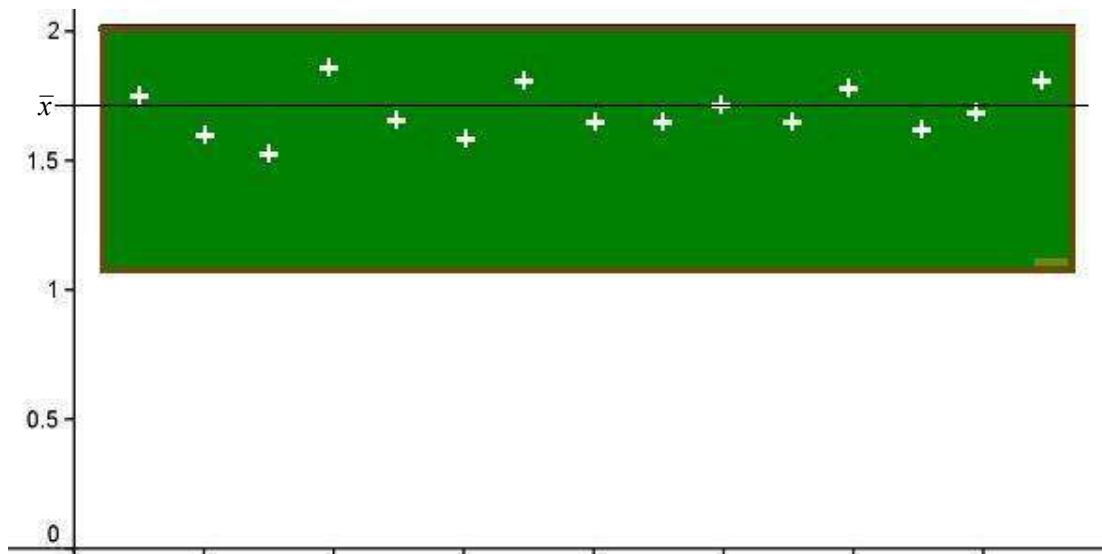
Nº	Altura	Nº	Altura	Nº	Altura
1	162	10	164	19	162
2	163	11	163	20	158
3	160	12	158	21	151
4	160	13	161	22	152
5	161	14	159	23	162
6	158	15	163	24	160
7	159	16	159	25	156
8	159	17	155	26	154
9	162	18	163		

La idea de esta actividad es hacer énfasis en los desvíos con respecto a la media que en este caso la representaremos con un segmento horizontal paralelo al piso:



Se observa que los desvíos son pequeños, así que el promedio también lo será. Con respecto a la primera pregunta, se pretende que los alumnos se den cuenta que la respuesta sería “sí, los alumnos del curso, tienen aproximadamente la misma altura”. Aunque todos los valores sean diferentes, lo que importa en la variabilidad son los desvíos.

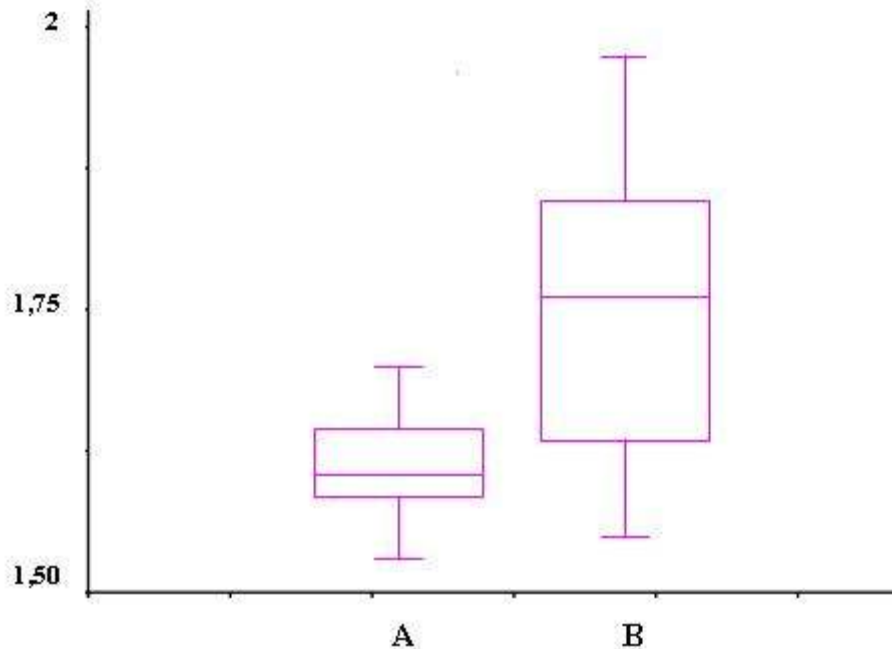
Para trabajar con la segunda pregunta, solicitamos la misma actividad, con alumnos de cursos de todo el colegio, lo que facilitará la presencia de mayor variabilidad. El nuevo esquema podría quedar así:



Vemos en este caso que los desvíos son más grandes, respecto a la media. Por lo tanto, el promedio de ellos también lo será. Podrán comprobarlo, haciendo el cálculo de los desvíos

típicos. También se propondrá realizar los respectivos box-plot con la ayuda de un software disponible en sus netbook.

Con respecto a la segunda pregunta, se pretende que los alumnos logren distinguir la diferencia de los dos conjuntos de datos, en relación a la variabilidad. Los box-plot podrían resultar como los siguientes:



Este diagrama permite la comparación de los lotes de manera rápida, comparando recorridos y rango intercuartil. Los alumnos deberán sacar las conclusiones interpretando los gráficos, dentro del contexto trabajado.

### **Actividad adicional**

Para reafianzar el concepto de variabilidad trabajado, y como actividad para la próxima clase pediremos los pesos de cada uno de ellos, y los box-plot con análisis e interpretación.

Preguntas

1. ¿Qué tipo de distribución presentan estos datos? (mujeres y varones por separados)
2. Compara ambas distribuciones y saca conclusiones de ellas.
3. Interpreta los gráficos respecto a lo que obtuviste en el inciso 1.

### **Conclusión**

Creemos que con esta propuesta podremos cumplir con los principios de la Educación Estadística citados al inicio:

- Diseñar investigaciones para contestar una pregunta.



- Recoger datos de observación, encuestas y experimentos.
- Representar datos en tablas y gráficos.

La propuesta se basó a partir de dos preguntas, propone recoger datos reales y contextualizados en el ámbito escolar, llevándolos al análisis de las observaciones con la realización de tablas y gráficos.

Estamos convencidos que la observación de las desviaciones ayudarán a la mejor comprensión del concepto de variabilidad.

### **Bibliografía:**

1. Batanero, C. Godino, J. Perspectivas de la Educación Estadística como área de investigación. (2005). Universidad de Granada.
2. Batanero, C. Presente y Futuro de la Educación Estadística. (2002) Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada
3. Holmes, P. (2002). Some lessons to be learnt from curriculum developments in statistics. En B. Phillips (Ed.), Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo: IASE. CD ROM. Citado por Batanero en 1.-
4. Ahumada, M.C.; Garzón, J.E.; Funes, H.N. Apuntes de Tópicos de Estadística (2011). Universidad Nacional de Salta